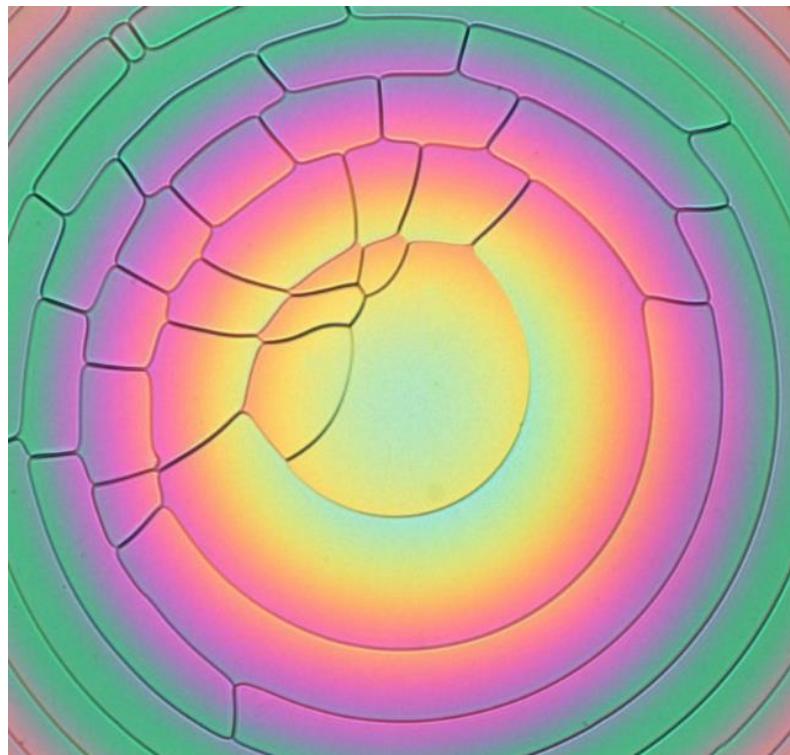


Stage M1 de l'ENS Paris-Saclay

Dislocations dans les cholestériques  
de  
Timothe Alezraa et Antonin Rogé



encadré par  
P. Pieranski, M. Zeghal et P. Judeinstein

Laboratoire de Physique des Solides  
Université Paris-Saclay  
Orsay, Novembre-Décembre 2021



# 1 Introduction

## 1.1 Découverte des cristaux liquides

En 1888, Friedrich Reinitzer (un biochimiste autrichien) découvrit ce qui semblait être deux points de fusion différents dans le même composé organique (benzoate de choléstéryle). Entre les deux points de fusion, c'est-à-dire entre la phase cristalline solide optiquement anisotrope et la phase liquide optiquement isotrope, il détecta présence d'une phase liquide optiquement anisotrope à laquelle, plus tard, le physicien allemand Otto Lehmann donna le nom de « cristal liquide ».

## 1.2 Nématiques, liquides à fils de G. Friedel, 5CB

En 1922, Georges Friedel, un cristallographe français, s'opposa à cet oxymore, malheureux selon lui, et introduisit les concepts de *mésophases - nématique, smectique et cholestérique* - dont les structures sont intermédiaires entre celles des cristaux et des liquides isotropes. Le nom de la première mésophase – nématique – était dérivé du mot grec νημα = fil car l'observation au microscope d'une goutte de la phase nématique (touillée avec un embout de pipette) révèle toujours présence d'une multitude de fils (voir Figure 1.2).



Figure 1.1: Georges Friedel

## 1.3 Disinclinaisons, défauts topologiques linéaires des nématiques

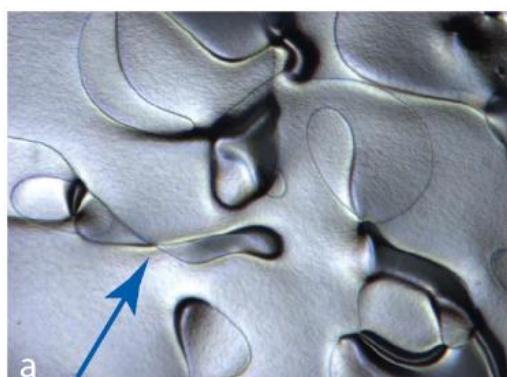
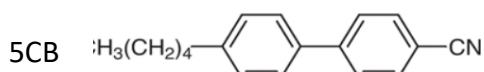


Figure 1.2: « Fils » de Georges Friedel observés sous microscope dans une goutte de 5CB.

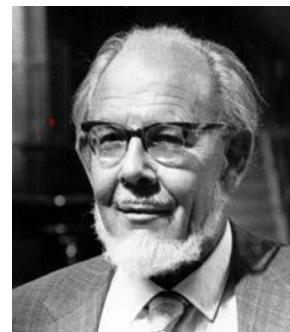
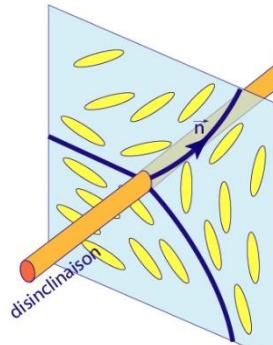


Figure 1.3: Le concept de disclinaison introduit par Charles Frank (photo à droite). C'est un défaut de l'ordre nématique analogue aux dislocations dans les cristaux solides.

Dans la mésophase nématique parfaite, les molécules de forme allongée, telles que 5CB, sont parallèles à un axe commun désigné par un vecteur unitaire  $\mathbf{n}$  appelé « le directeur ». Les « fils » de Georges Friedel correspondent alors aux singularités linéaires du champ  $\mathbf{n}(\mathbf{r})$  comme celle représentée sur la Figure 1.3 : sur un circuit qui entoure la disclinaison, le directeur tourne de  $\pi$  et ceci quelle que soit la taille du circuit. Par conséquent sur la ligne de la disclinaison elle-même la direction de  $\mathbf{n}$  est indéterminée – c'est donc une singularité topologique.

### 1.3.1 Cholestériques, mélange 5CB/CB15

Dans nos expériences, nous obtenions la mésophase cholestérique à partir de la phase nématique du 5CB en y ajoutant les molécules chirales du CB15. Comme le montre le schéma de la Figure 1.4, les molécules chirales représentées par des ressorts tendent à former une hélice. Dans les mélanges 5CB/CB15, le pas  $p$  de l'hélice (distance sur laquelle le directeur  $\mathbf{n}$  tourne de  $2\pi$ ) est inversement proportionnel à la concentration du CB15. Remarquons que dans la limite  $p \rightarrow \infty$  la mésophase cholestérique devient nématique.

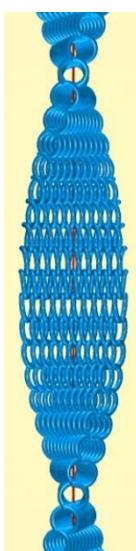
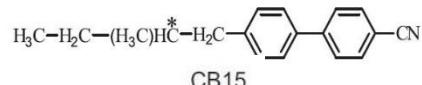


Figure 1.4: Hélice cholestérique.

## 1.4 Structures des dislocations dans les cholestériques

### 1.4.1 Article de M. Kleman et J. Friedel inspiré par les observations de F. Grandjean

En 1969 Maurice Kleman et Jacques Friedel (petit-fils de George) publièrent un article générique [1] inspiré entre autres par les travaux de François Grandjean publiés en 1921 [2] qui avait fait la découverte suivante : Grandjean introduisit une mésophase cholestérique (par la suite nous dirons simplement « un cholestérique ») dans une fente d'une feuille mica partiellement clivée. En examinant cette préparation au microscope, il y découvrit la présence des lignes, semblables aux fils de Georges Friedel, *parallèles aux lignes d'égale épaisseur de la fente*. Pour cette raison, on les appellera ultérieurement *parois de Grandjean*. Etant donné que dans l'article de Grandjean les images de ces lignes sont absentes, nous illustrons ici les observations de Grandjean avec la photo de la Figure 1.5 obtenue récemment.

Au lieu d'une feuille de mica partiellement clivée, nous utilisâmes deux feuilles de mica de forme cylindrique (voir Section 2) très proches. Dans la fente ainsi aménagée nous versâmes une goutte d'un mélange 5CB/CB15 et nous observâmes cette préparation au microscope polarisant (voir Section 2). Dans cette géométrie, les lignes d'égale épaisseur ne sont pas droites comme dans l'expérience de Grandjean mais elliptiques (Figure 2.3). Les parois de Grandjean bien visibles sur la photo de la Figure 1.5 ne sont donc pas droites mais aussi elliptiques.

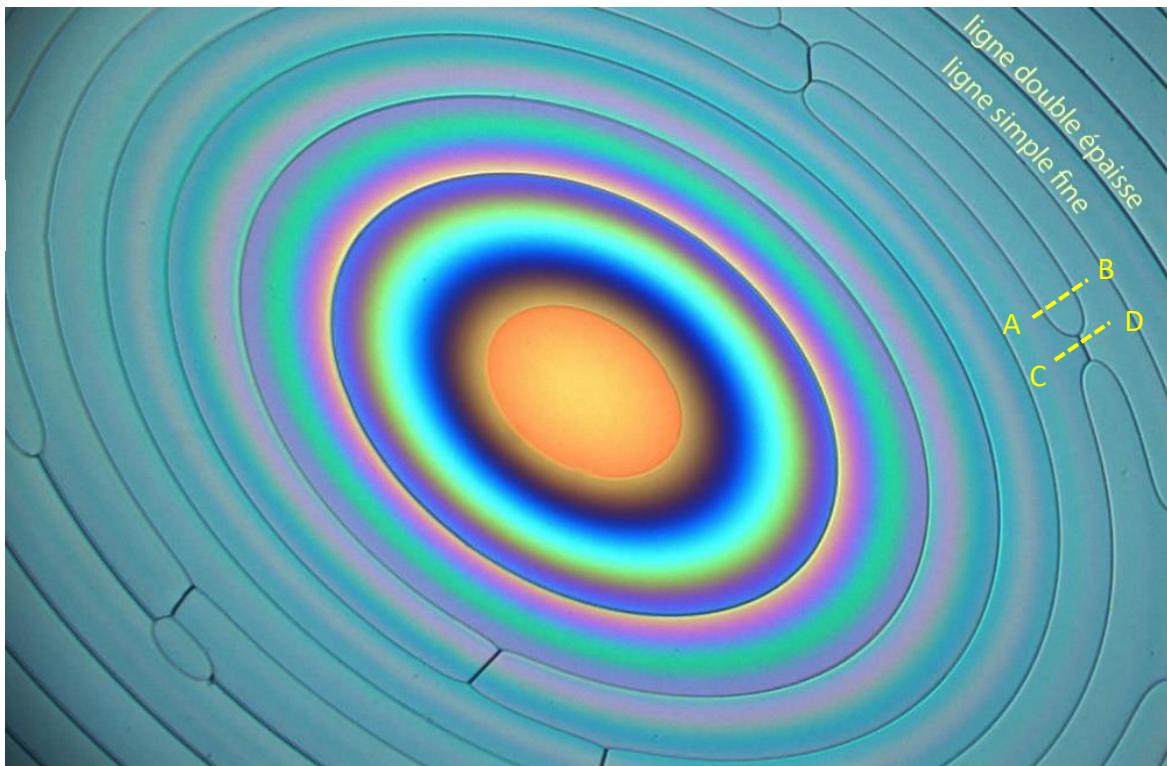


Figure 1.5. Version moderne de l'expérience générique de François Grandjean.

**Remarque :** Par rapport aux observations de Grandjean, la photo de la Figure 1.5 révèle des nouveaux détails. On y remarque deux types de parois : des lignes *fines* et des lignes *épaisses* que nous appelons respectivement *simples* et *doubles* pour les raisons comprises par Kleman and Friedel et que nous allons exposer plus loin.

Dans leur article, Maurice Kleman et Jacques Friedel ont abordé le problème de parois de Grandjean du point de vue théorique en remarquant en premier lieu qu'elles sont d'une part analogues aux dislocations dans les cristaux solides et d'autre part elles contiennent des disinclinaisons similaires à celles des nématiques. Le concept de disinclinaisons étant déjà énoncé dans la section 1.3 rappelons ce que sont les dislocations dans les cristaux.

Figure 1.6 représente le cas le plus simple d'une dislocation dans un cristal bidimensionnel. La dislocation marquée avec le symbole «  $\perp$  » est située à l'extrémité d'une rangée supplémentaire incomplète d'atomes insérée dans le cristal. Elle est caractérisée par le vecteur  $b$ , dit de Burgers, défini au moyen du circuit dessiné en pointillés : le point d'arrivée est décalé de  $b$  par rapport au point de départ.

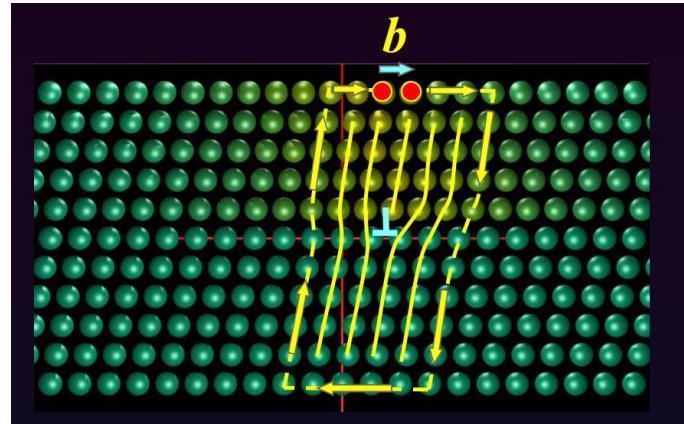


Figure 1.6: Dislocation dans un cristal.

#### 1.4.2 Lignes simples (fines)

A l'instar de cristaux, la mésophase cholestérique est également périodique mais uniquement dans la direction de l'hélice cholestérique. Pour cette raison, on peut y créer les dislocations en insérant à l'intérieur d'un cholestérique parfait des lamelles ayant les épaisseurs égales à  $p/2$  ou  $p$ .

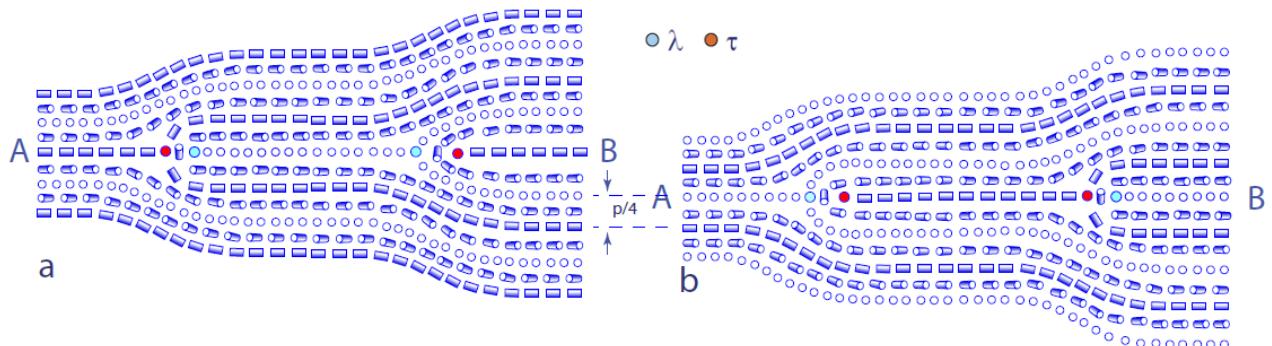


Figure 1.7 : Structure du champ  $n$  dans la sections orthogonale aux lignes simples de la Figure 1.5. a) Une paire de lignes simples. Chaque ligne contient une paire de disinclinaisons nommées  $\lambda$  et  $\tau$  par Kleman et Friedel. b) Une paire de lignes simples décalée de  $p/4$  par rapport à celle de (a). **Remarque :** Les disinclinaisons  $\tau$  (cercles rouges) ont des coeurs singuliers comme les disinclinaisons dans les nématiques. Le champ  $n$  des disinclinaisons  $\lambda$  (cercles bleus) n'a pas de singularité – il est continu.

Selon Kleman et Friedel (voir Figure 1.7) les lignes simples ou fines de la Figure 1.5 ce sont des dislocations qui correspondent à l'ajout d'un demi pas de l'hélice cholestérique  $p/2$ . Elles contiennent toujours une paire de disinclinaisons nommées  $\lambda$  et  $\tau$  par Kleman et Friedel.

#### 1.4.3 Lignes doubles (épaisses)

Selon Kleman et Friedel (voir Figure 1.8) les lignes doubles ou épaisses de la Figure 1.5 ce sont des dislocations obtenues par l'ajout d'un pas entier de l'hélice cholestérique  $p$ . Elles contiennent toujours une paire de disinclinaisons  $\lambda$  ou  $\tau$ .

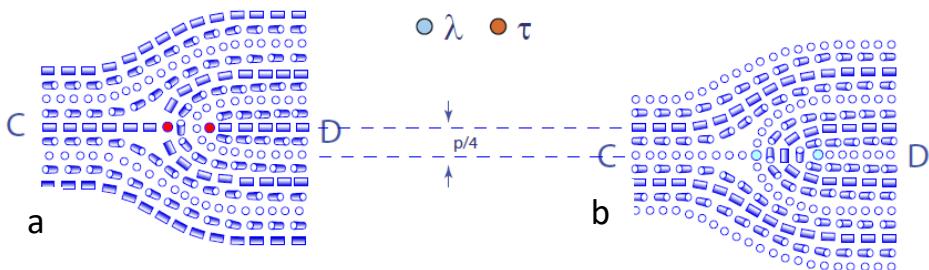


Figure 1.8 : Structure du champ  $\mathbf{n}$  dans la section orthogonale à la lignes double (voir Figure 1.5). a) La dislocation contient une paire de disinclinaisons  $\tau$ . b) La ligne double décalée de  $p/4$  par rapport à celle en (a). Elle contient aussi une paire de disinclinaisons mais celles-ci sont du type  $\lambda$  sans singularité topologique.

## 1.5 Buts du stage

Des nombreux travaux étaient consacrés par le passé aux études des parois de Grandjean, c'est-à-dire des dislocations cholestériques, mais pour des raisons de commodité au lieu de feuilles de mica, les auteurs ont presque toujours utilisé des surfaces de verre traitées pour l'ancrage planaire. Or, comme nous allons le voir dans ce rapport, la méthode de Grandjean a des avantages : les feuilles de mica fines étant très flexibles on peut leur donner une forme cylindrique. En plus, les surfaces de mica fraîchement clivées assurent l'ancrage planaire de très bonne qualité: elles orientent les molécules du 5CB dans une direction qui leur est parallèle (voir Section 9.2).

Le but du stage était d'étudier les dislocations cholestériques au moyen d'un dispositif expérimental dérivé de la méthode Grandjean.

## 2 Dispositif expérimental

### 2.1 Montage mécanique et optique

Le schéma général du dispositif expérimental est représenté sur la Figure 2.1. Tous ses éléments sont fixés au moyen de cavaliers et de tables de translation sur une banc optique vertical.

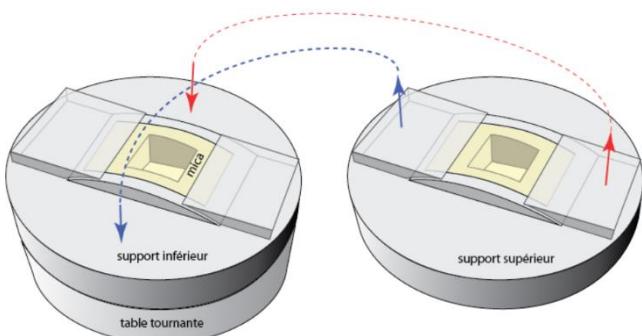


Figure 2.2: Supports inférieur et supérieur des feuilles de mica. Les flèches et les lignes en pointillées indiquent comment sont-ils assemblés dans le dispositif expérimental de la Fig. 2.1.

Les feuilles de mica fraîchement clivées sont fixées sur les supports spéciaux (Figure 2.2) dont le rôle est de leur donner une forme cylindrique avec le rayon de courbure  $R=50\text{mm}$ . Le support supérieur est monté sur une table de translation micrométrique verticale permettant de régler la distance  $h$  entre les cylindres de mica avec la précision de  $1\text{\AA}$ .

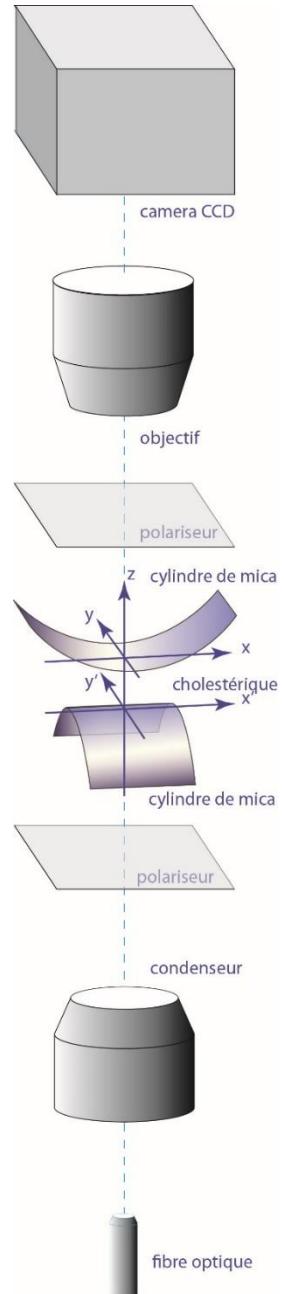


Figure 2.1: Schéma général du dispositif expérimental

Le support inférieur est fixé à une table tournante permettant de régler l'angle  $\psi$  entre les axes  $x$  et  $x'$  (définis dans la figure 2.3) avec la précision de 0.1°.

Le cholestérique est maintenu par capillarité entre les deux surfaces de mica. L'échantillon est observé, en lumière polarisée transmise, au moyen d'une caméra CCD couplée à un objectif.

## 2.2 Préparation des échantillons

Avant le montage sur leurs supports, les feuilles de mica sont examinées dans le but de déterminer les directions d'ancrage qu'elles produisent. Dans le cas le plus fréquent, le montage est fait de sorte que les ancrages sur les cylindres croisés (voir Figure 2.1) soient orthogonaux l'un à l'autre.

Une goutte du mélange 5CB/CB15 est déposée sur le feuille de mica inférieure et la feuille de mica supérieure est abaissé lentement jusqu'à qu'elle entre en contact avec la goutte du cholestérique. Quand on réduit d'avantage la distance  $h$  entre les feuilles de mica, la goutte s'amincit et s'étale. Lorsque l'épaisseur minimale  $h_0$  au centre (0,0) est suffisamment petite, on voit apparaître dans la goutte un système de lignes simples et doubles.

## 2.3 Géométrie du confinement

Etant donné que les positions d'équilibre des lignes de dislocations sont corrélées à l'épaisseur  $h(x,y)$  (voir la section 2.4), les dislocations devraient prendre la forme des lignes d'égale épaisseur comme c'était le cas dans l'expérience de Grandjean. Lorsque les cylindres de mica sont orthogonaux, on a

$$h(x,y) = (x^2 + y^2)/(2R) = r^2/(2R) \quad [2.1]$$

et par conséquent les lignes de niveau sont circulaires (Figures 2.3 a et c).

Lorsque les axes  $x$  et  $x'$  forment un angle  $\psi$ , les dislocations devraient prendre la forme elliptique des lignes d'égale épaisseur.

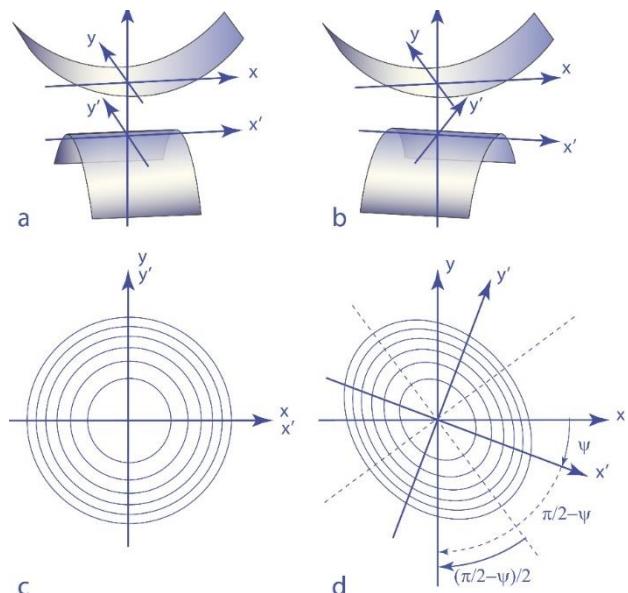


Figure 2.3: Géométrie du confinement.

## 3 Résultats

### 3.1 Positions d'équilibre des dislocations, prévisions théoriques

Les lignes de dislocations simples et doubles séparent toujours des champs adjacents qui diffèrent par la torsion  $\Delta\varphi = \varphi_u(h) - \varphi_l(0)$  entre les directions d'ancrage sur les surfaces supérieure ( $\varphi_u(h)$ ) et inférieure ( $\varphi_l(0)$ ). Nous allons indexer ces champs en utilisant le nombre entier  $j$  correspondant au nombre entier des demi-pas cholestérique logés entre les deux surfaces limites défini par l'expression :

$$\Delta\varphi = j^* \pi + \delta\psi \quad \text{où} \quad \delta\psi = \Delta\varphi_j \bmod \pi/2 \quad [3.1]$$

où  $\delta\psi$  correspond à l'angle entre les directions d'ancrage (défini dans la Figure 3.1).

### 3.1.1 Lignes simples

Lorsqu'on franchit une ligne simple dans la direction de l'augmentation de l'épaisseur, l'index  $j$  augmente de 2 (voir Figure 3.1).

Une ligne simple est en équilibre lorsque les densités d'énergie  $f_j$  et  $f_{j+2}$  des distorsions de part et d'autre de la ligne sont égales [3]:

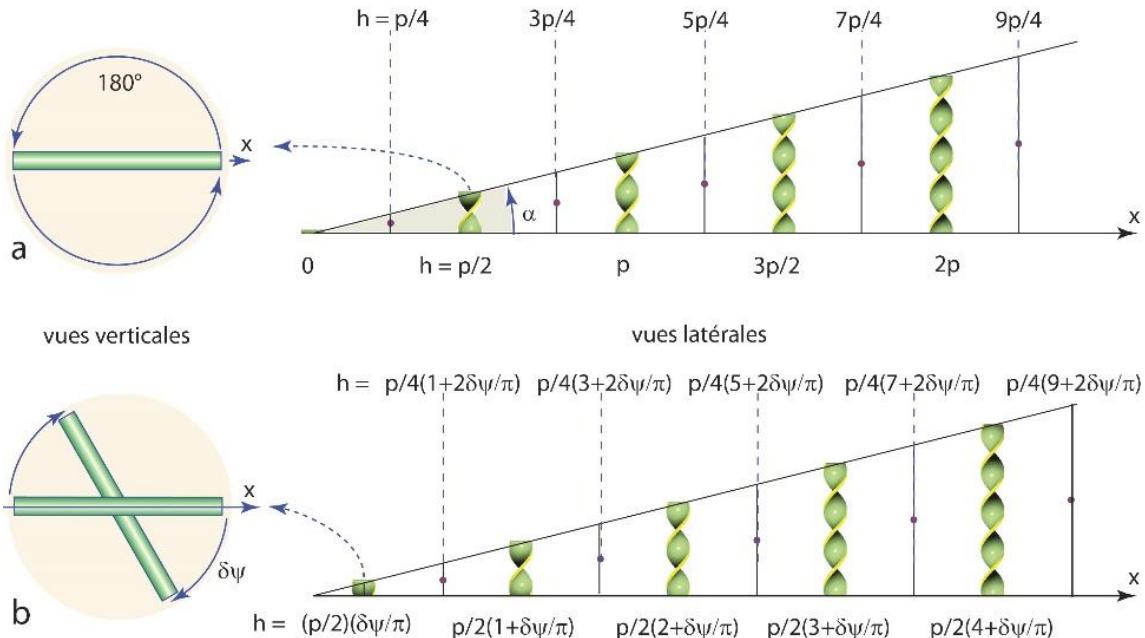


Figure 3.1: Epaisseurs d'équilibre des lignes simples dans un coin formé par deux plans.

$$f_j = \frac{1}{2} K_{22} \left[ \frac{j * \frac{\pi}{2} + \delta\psi}{h} - q_o \right]^2 = f_{j+2} = \frac{1}{2} K_{22} \left[ \frac{(j+2) * \frac{\pi}{2} + \delta\psi}{h} - q_o \right]^2 \quad [3.2]$$

où  $q_o = 2\pi/p_o$ . On en déduit l'épaisseur  $h_i$  pour laquelle la ligne simple est en équilibre :

$$h_i = \frac{p}{4} \left[ i + \frac{\delta\psi}{\pi/2} \right] \quad [3.3]$$

où  $i = j+1 = 0, 2, 4, \dots$

### 3.1.2 Lignes doubles

Lorsqu'on franchit une ligne double dans la direction de l'augmentation de l'épaisseur, l'index  $j$  augmente de 4 (voir Figure 3.2).

Une ligne double est en équilibre lorsque les densités d'énergie  $f_j$  et  $f_{j+4}$  des distorsions de part et d'autre de cette ligne sont égales :

$$f_j = \frac{1}{2} K_{22} \left[ \frac{j * \frac{\pi}{2} + \delta\psi}{h} - q_o \right]^2 = f_{j+4} = \frac{1}{2} K_{22} \left[ \frac{(j+4) * \frac{\pi}{2} + \delta\psi}{h} - q_o \right]^2 \quad [3.4]$$

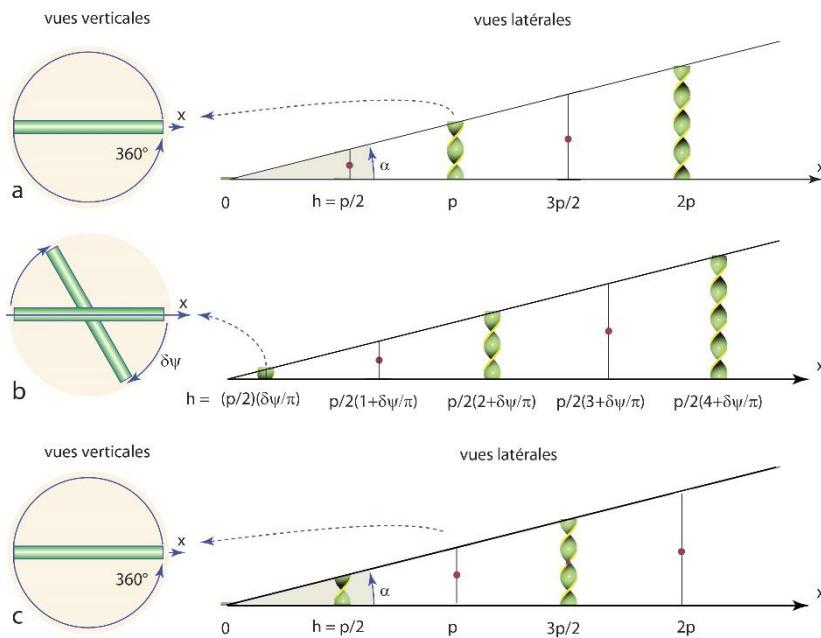


Figure 3.2: Epaisseurs d'équilibre des lignes doubles dans un coin formé par deux plans.

On en déduit l'épaisseur  $h_i$  pour laquelle la ligne double est en équilibre :

$$h_i = \frac{p}{4} \left[ i + \frac{\delta\psi}{\pi/2} \right] \quad [3.5]$$

où  $i = j+1 = 0, 4, 8, \dots$  ou bien  $i = 2, 6, 10, \dots$

Les équations [3.3] et [3.5] sont représentées graphiquement sur la Figure 3.3. Remarquons que l'augmentation de l'angle  $\delta\psi$  entre les ancrages résulte en un décalage de l'ensemble de dislocations vers les épaisseurs plus grandes.

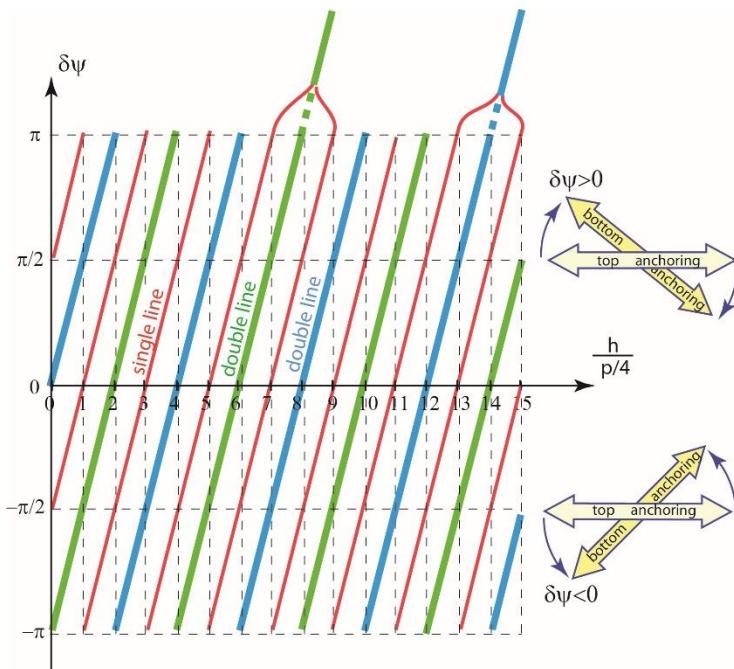


Figure 3.2: Epaisseurs d'équilibre  $h_i/(p/4)$  exprimées par les équations 3.3 (lignes simples) et 3.5 (lignes doubles) en fonction de l'angle  $\delta\psi$  entre les ancrages.

### 3.2 Positions d'équilibre des dislocations, mesures et interprétation

#### 3.2.1 Systèmes des lignes doubles

Sur la Figure 3.3 nous présentons des images des dislocations cholestériques prises au moyen du dispositif de la Figure 2.1. La première image (Figure 3.3b) était prise avec les cylindres de mica croisés ( $\psi=0$ ). Dans la série de neuf images de la Figure 3.3d l'angle  $\psi$  varie entre  $-40^\circ$  et  $+40^\circ$ .

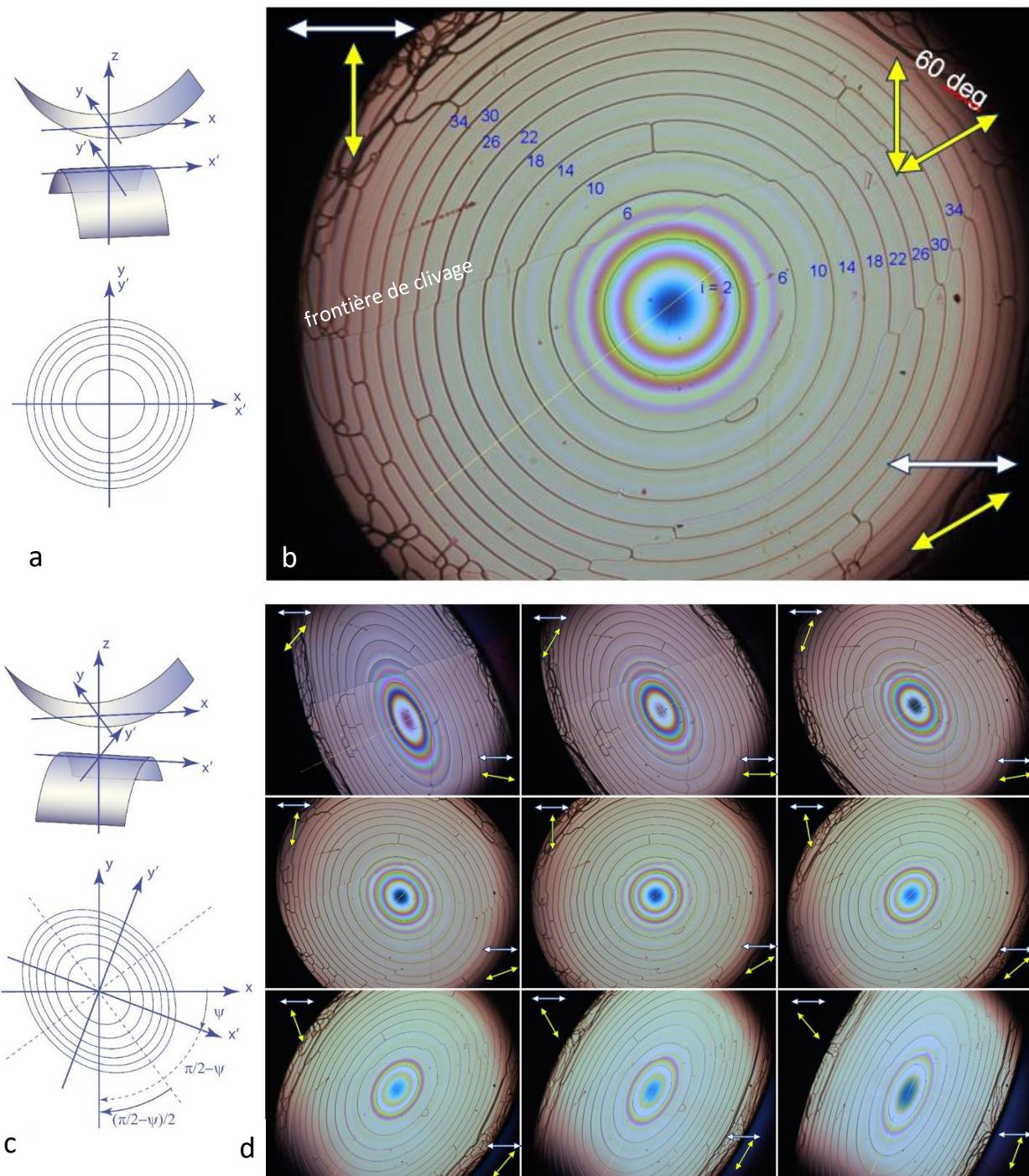


Figure 3.3 : Systèmes des dislocations dans la fente entre deux surfaces de mica cylindriques en contact. a et b) Géométrie de cylindres croisés. b) Ce système des lignes doubles met en évidence deux types de clivages du mica. c et d) Cylindres obliques. d) Sur les neuf images, l'angle  $\psi$  entre les axes x et x' des cylindres varie de  $-40^\circ$  à  $+40^\circ$ . Les directions d'ancre sont indiquées par les doubles flèches blanches (surface supérieure) et jaunes (surface inférieure).

Pour commencer l'analyse, remarquons d'abord que toutes les dislocations sur l'image de la Figure 3.3b ce sont les lignes doubles (Nous expliquerons plus loin comment est-ce possible).

Remarquons aussi qu'une « *frontière de clivage* » oblique divise cette image en deux parties. Dans la partie inférieure les rayons des dislocations sont plus grandes que dans la partie supérieure. L'existence de ces deux systèmes de dislocations s'explique par le fait qu'en fonction du type de clivage deux directions d'ancrage sont possibles à produire (voir Section 9.2). Sur la surface de la feuille de mica supérieure, la direction d'ancrage indiquée par la double flèche blanche est partout la même. En revanche, sur la surface de la feuille de mica inférieure, la direction d'ancrage indiquée par la double flèche jaune n'est pas la même au-dessus de la frontière de clivage qu'en dessous. Les deux directions d'ancrages forment l'angle de 60°. Ayant identifié les dislocations comme lignes doubles nous pouvons les indexer ( $i=2,6,10,\dots$ ) comme indiqué sur la Figure 3.3b.

S'agissant de systèmes de dislocations en équilibre, nous savons d'après l'équation [2.1] que leurs rayons  $r_i$  sont liés aux épaisseurs locales  $h_i$ :  $h_i = r_i^2/(2R)$ . En utilisant l'expression [3.5] nous obtenons :

$$\frac{p}{4} \left[ i + \frac{\delta\psi}{\pi/2} \right] = \frac{r_i^2}{2R} \quad [3.6]$$

d'où

$$r_i^2 = \frac{pR}{2} \left[ i + \frac{\delta\psi}{\pi/2} \right] = \frac{pR}{2} [i + \Delta i] \quad [3.7]$$

Pour cette raison, sur le diagramme de la Figure 3.4 nous avons porté  $r_i^2$  en fonction de l'indice  $i$  ( $r_i$  étant mesuré en pixels sur les neuf images de la Figure 3.3d).

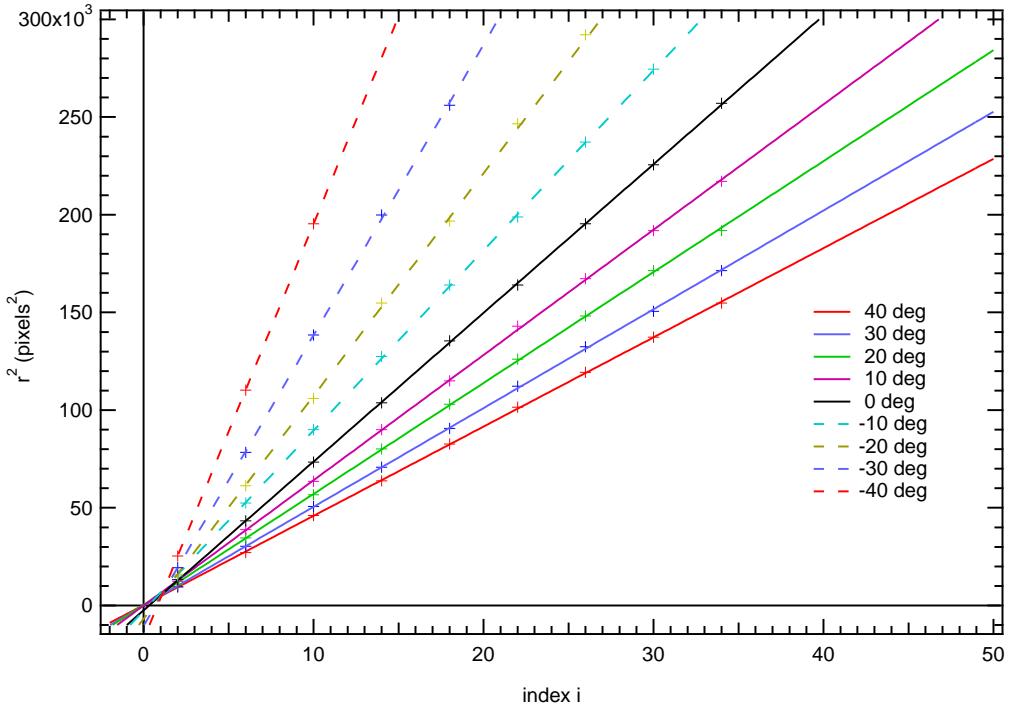


Figure 3.4 : Analyse du système des dislocations (sous la frontière oblique) dans les neuf images de la Figure 3.3. Les données extraites de l'image 3.3b (agrandissement de l'image centrale de la Figure 3.3d) sont représentées par les croix noires. La ligne noire continue correspond au meilleur ajustement à l'équation [3.8].

Considérons tout d'abord les données extraites de l'image 3.3b (agrandissement de l'image centrale de la Figure 3.3d). Dans le diagramme de la Figure 3.4 elles sont représentées par les croix noires. La ligne noire continue correspond au meilleur ajustement linéaire à l'équation [3.7].

La pente obtenue par l'ajustement linéaire est vaut

$$pR/2 = 7611 \text{ pixel}^2 \quad [3.9]$$

Sur les images de la Figure 3.3, 1 pixel correspond à  $5.24 \mu\text{m}$ . Nous savons par ailleurs que le rayon de courbure  $R$  imposé par les supports (impression 3D due à V. Klein, J. Sanchez et S. Saranga) est égale à 50 mm. Ceci nous permet de déterminer le pas de l'hélice

$$p=8.36 \mu\text{m} \quad [3.10]$$

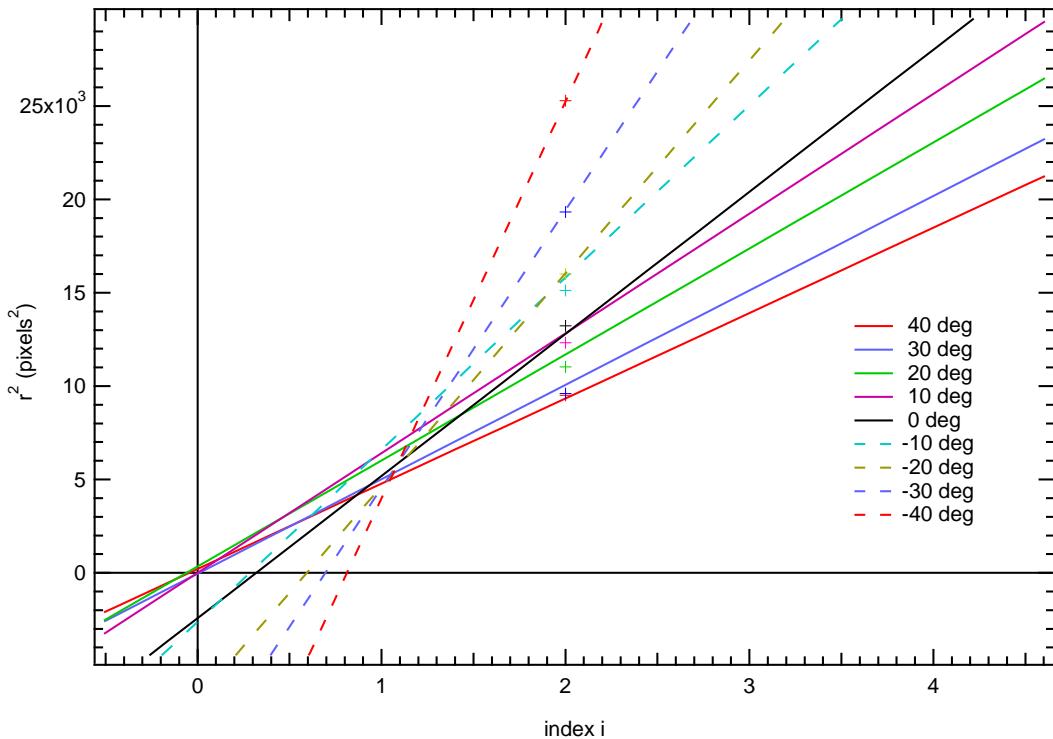


Figure 3.5: Zoom sur le voisinage du point (0,0) du diagramme de la Figure 3.4.

Considérons à présent l'intersection de la ligne noire de l'ajustement linéaire avec l'axe des indices  $i$ . Nous obtenons

$$\Delta i = \delta\psi / (\pi/2) = -0.3 \quad \text{d'où} \quad \delta\psi = -30^\circ \quad [3.11]$$

Ce résultat correspond à nos attentes car les angles entre les ancrages (double flèches blanche et jaune) sous la frontière vaut effectivement  $-30^\circ$  (l'angle  $\delta\psi$  est défini dans la Figure 3.2b).

En procédant de la même façon avec le système de dislocations dans les parties supérieures (au-dessus de la frontière) des images de la Figure 3.3 nous avons obtenu le diagramme de la Figure 3.6. Ici aussi, les ajustements à la loi linéaire sont très satisfaisants et le pas  $p$  de l'hélice cholestérique obtenu à partir de la pente concorde avec le résultat obtenu plus haut (eq. [3.10]).

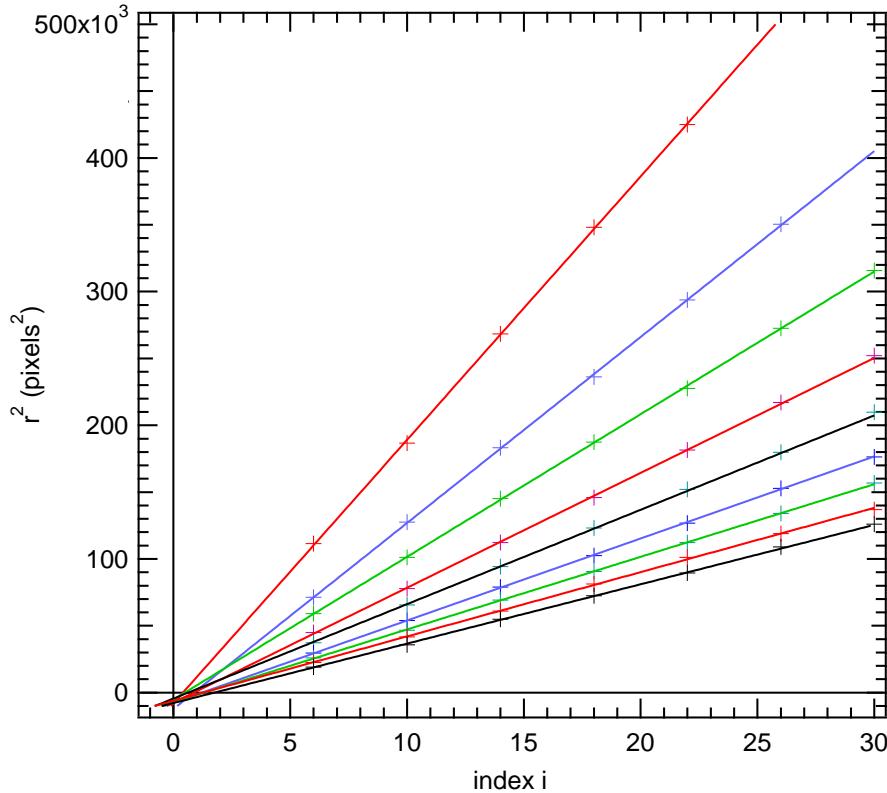


Figure 3.6 : Analyse du système des dislocations (au-dessus de la frontière oblique) dans les neuf images de la Figure 3.3. Les données extraits de l'image 3.3b.

L'ajustement linéaire à l'équation [3.8] nous a livré aussi les décalages  $\Delta i$  en fonction de l'angle  $\delta\psi$  entre les ancrages. Le diagramme de la Figure 3.7 montre que l'accord avec la définition  $\Delta i = \delta\psi / (\pi/2)$  est satisfaisant.

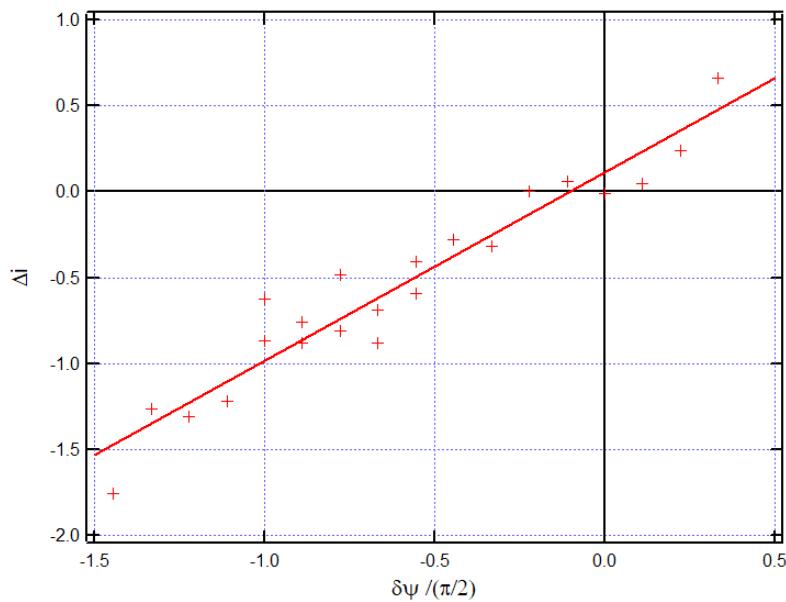


Figure 3.7 : Variation du décalage  $\Delta i$  définie dans l'équation [3.7] en fonction de l'angle  $\delta\psi$  entre les ancrages.

## 4 Nucléation des lignes doubles

Considérons le diagramme théorique de la Figure 3.2 (dont un détail est reproduit plus bas) en supposant que 1°- les ancrages sur les surfaces de mica sont orthogonaux l'un à l'autre, c'est-à-dire que  $\delta\psi=\pi/2$ , 2°- la distance minimale  $h_0$  dans le centre (0,0) vaut  $h_0/(p/4)=4$  et 3°- les lignes de dislocations déjà présentes dans la fente appartiennent à la série  $i = 4, 8, 12, \dots$  (lignes épaisses vertes). En réduisant  $h_0$ , la présence de la ligne avec l'indice  $i=0$  devient possible lorsque l'épaisseur  $h_0/(p/4)$  devient inférieure à 1. Nos expériences ont montré que pour faire apparaître cette dislocation il faut réduire l'épaisseur  $h_0/(p/4)$  presque à zéro.

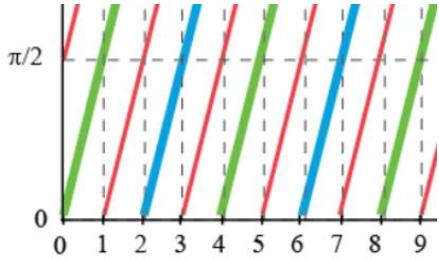


Figure 4.1 : Détail de la Figure 3.2.

Les quatre images de la Figure 4.1, prises à  $t = 1, 5, 11$  et  $22$  s, montrent que la nucléation de la nouvelle dislocation est hétérogène c'est-à-dire qu'elle a lieu sur une poussière présente dans l'échantillon. Après la nucléation, le rayon de la dislocation augmente jusqu'à qu'elle atteigne l'épaisseur  $h_0/(p/4) = 1$  où elle sera en équilibre.

**Remarque :** L'anneau formé par la nouvelle dislocation comporte une singularité angulaire. Bien que sa discussion dépasse le cadre de ce stage nous pouvons indiquer qu'elle correspond à un décrochement (kink en anglais) [3].

La nucléation de la nouvelle ligne double avec l'index  $i=0$  peut se faire aussi à partir d'un défaut appelé « cluster de Lehmann » [4]. (Voir Figure 4.3). Dans ce cas, l'anneau de la dislocation comporte deux singularités angulaires correspondant à deux décrochements.

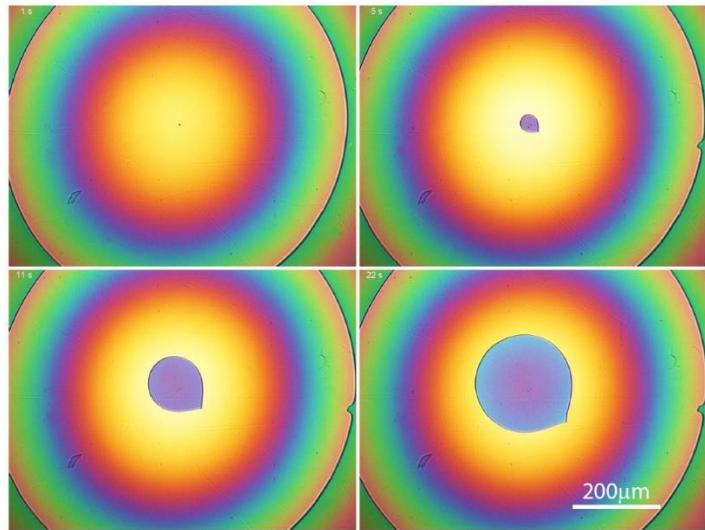


Figure 4.2 : Nucléation hétérogène d'un ligne double, à partir d'une poussière, due à la diminution de l'épaisseur  $h_0$  dans le centre (0,0)

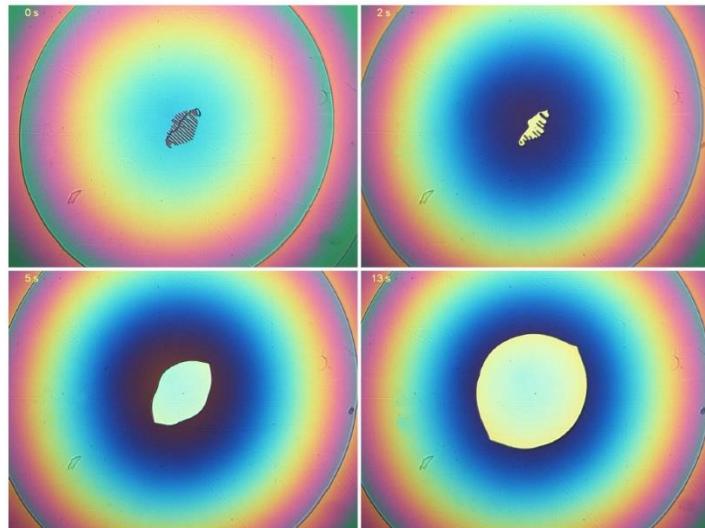


Figure 4.3 : Nucléation hétérogène d'un ligne double, à partir d'un « cluster Lehmann » .

## 5 Instabilité d'ancrage

### 5.1 Une observation énigmatique

Lors de nos expériences sur la nucléation des lignes de dislocation simples et doubles nous avons fait une observation dont l'interprétation sortait du cadre théorique habituel discuté précédemment. Elle est illustrée ici par la série de quatre images de la Figure 5.1. Dans cette expérience, les feuilles de mica ont été orientées manuellement avec l'intention de croiser les ancrages.

La première image (a) était prise avec l'épaisseur minimale au centre  $h_{\min}=0$ , c'est-à-dire avec les cylindres de mica amenés au contact. Sur cette image nous distinguons une ligne de dislocation en anneau. La présence des deux singularités angulaires (situées au NE et SW) nous permet de l'identifier : c'est une ligne double avec le vecteur de Burgers  $b=p$ . Elle sépare le champ central, où le directeur dans l'hélice cholestérique droite tourne de  $+\pi/2$ , du champ adjacent où l'angle de rotation du directeur dans l'hélice vaut  $+\pi/2+2\pi=+5\pi/2$ .

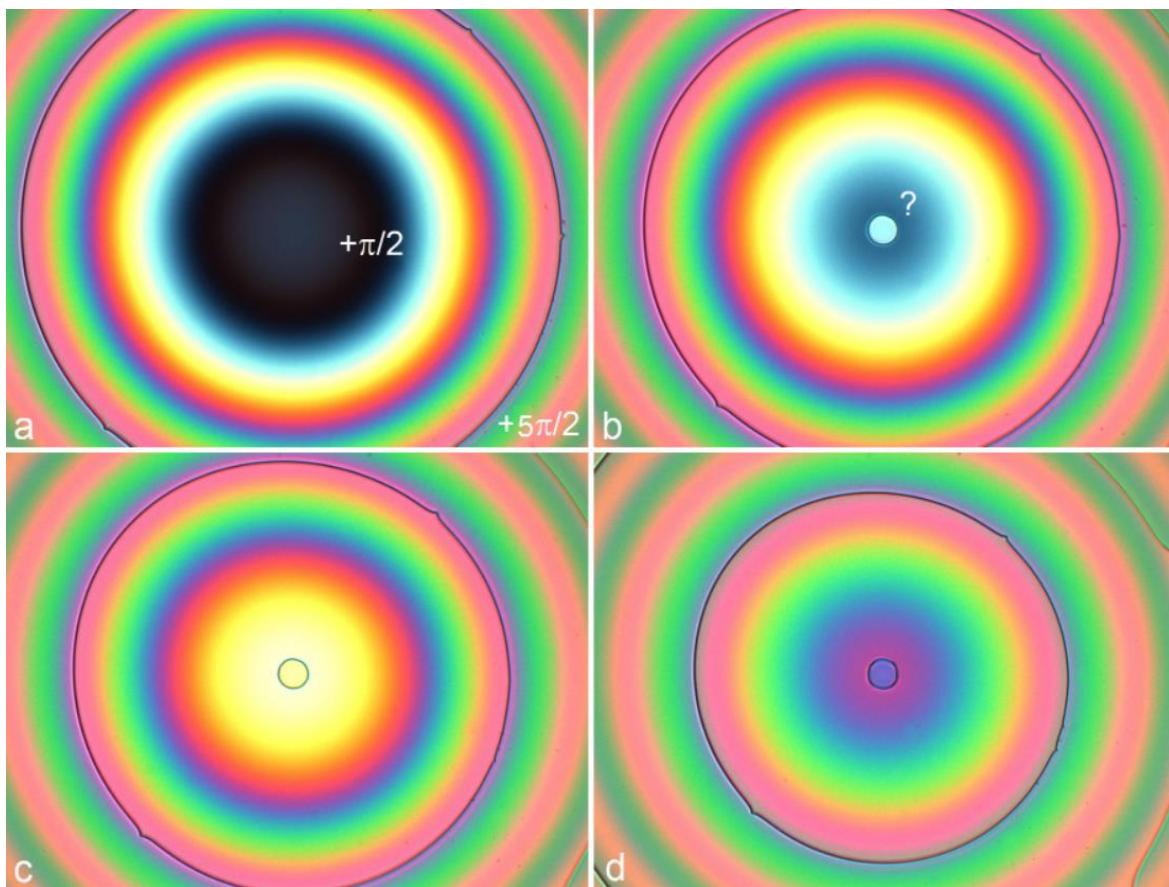


Figure 5.1 : Observation d'un phénomène inhabituel : nucléation d'une ligne en anneau dont le diamètre ne varie pas en fonction de l'épaisseur minimale  $h_{\min}$ .

Sur l'image suivante (b), prise après une petite augmentation de l'épaisseur minimale  $h_{\min}$ , nous voyons apparaître un nouveau petit anneau au centre. Est-ce une dislocation ? Si oui, d'où vient-elle ? Elle était absente sur l'image précédente.

Les deux images suivantes (c) et (d), prises après deux nouvelles augmentations de l'épaisseur successives, montrent que le diamètre de cet anneau ne diminue pas contrairement à la ligne

double en anneau laquelle se contracte. Cette anomalie rend notre expérience encore plus énigmatique.

### 5.2 Identification de la distorsion à l'intérieur de l'anneau anormal

Dans le but d'identifier la torsion à l'intérieur du petit anneau, nous avons procédé aux modifications de l'épaisseur minimale  $h_{\min}$ . En analysant la série de douze images de la Fig. 5.2 nous sommes arrivés à la conclusion que la torsion à l'intérieur du petit anneau vaut  $-\pi/2$ .

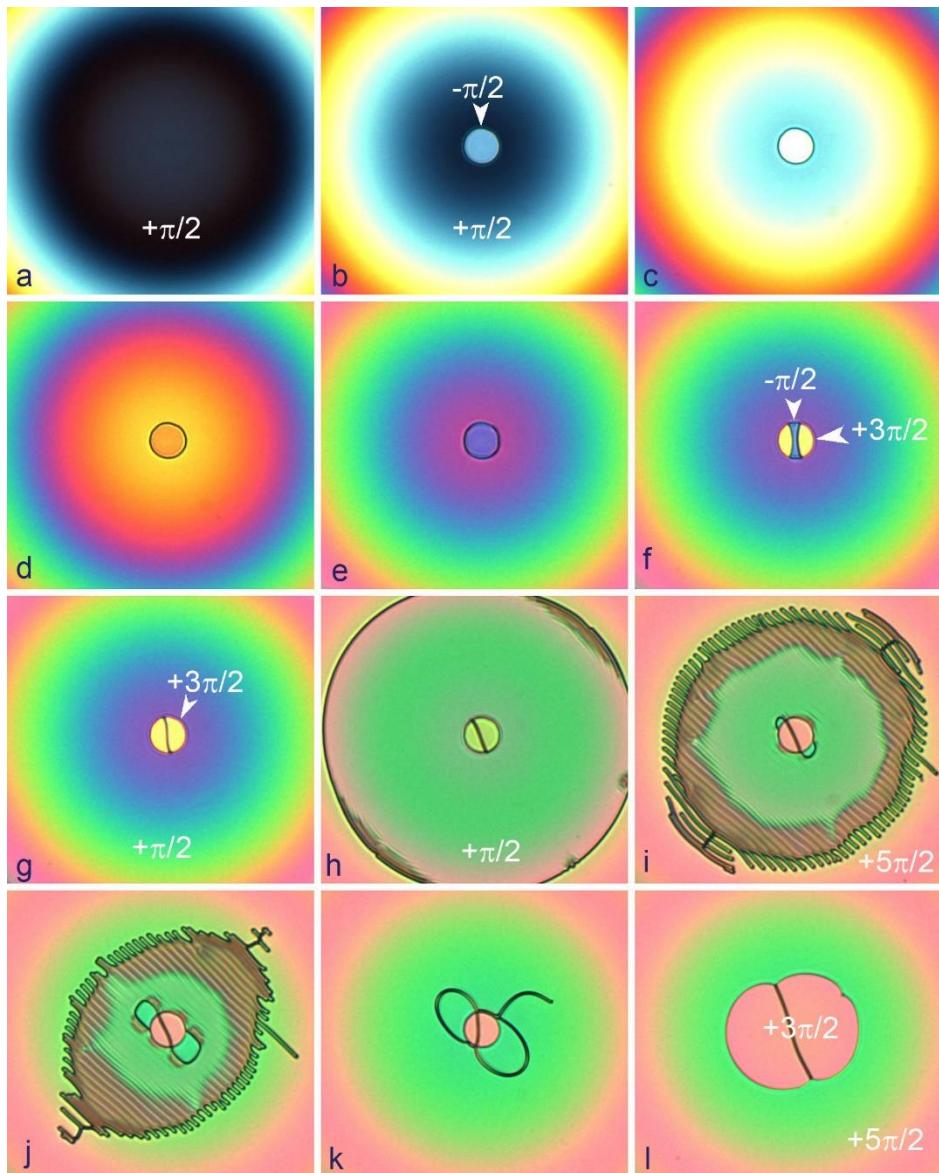


Figure 5.2 : Identification de la torsion à l'intérieur de l'anneau mystère.

Cela veut dire que l'hélice à l'intérieur du petit anneau est gauche c'est-à-dire inversée par rapport à la chiralité spontanée droite des mélanges 5CB/CB15.

### 5.3 Modèle de l'instabilité d'ancrage

Nous allons montrer que l'inversion de la chiralité de l'hélice cholestérique est possible dans le cas où les ancrages sur les feuilles cylindriques de mica ne sont pas parfaitement croisés mais forment l'angle  $\pi/2+\delta$  (avec  $0 < \delta \ll 1$ ) comme le montre le schéma (a) de la Figure 5.3.

Considérons d'abord le cas d'un nématiche (cholestérique d'un pas  $p$  infini) inséré dans l'interstice d'épaisseur  $h_{\min}$  entre les feuilles de mica. L'énergie de la distorsion élastique de l'hélice droite (voir Figure 5.3a)

$$f_d = (K_{22}/2) [(\pi/2+\delta)/h_{\min}]^2 \quad [5.1]$$

est supérieure à celle de l'hélice gauche (Figure 5.3f)

$$f_g = (K_{22}/2) [(\pi/2-\delta)/h_{\min}]^2 \quad [5.2]$$

Dans le cas d'un cholestérique de chiralité droite (mélange 5CB/CB15) les deux expressions sont modifiées :

$$f_d = (K_{22}/2) [(\pi/2+\delta)/h_{\min}-q_o]^2 \quad \text{avec} \quad q_o = 2\pi/p_o \quad [5.3]$$

et

$$f_g = (K_{22}/2) [-(\pi/2-\delta)/h_{\min}-q_o]^2 \quad \text{avec} \quad q_o = 2\pi/p_o \quad [5.4]$$

1°- Les densités d'énergie  $f_d$  et  $f_g$  sont égales lorsque  $\delta/h_{\min}=p_o$ .

2°- Lorsque  $\delta/h_{\min} < p_o$ , l'hélice droite est favorisée énergétiquement

3°- Inversement, quand  $\delta/h_{\min} > p_o$ , l'hélice gauche est plus favorable.

Dans nos expériences où l'épaisseur  $h_{\min}$  est variable on peut toujours satisfaire la troisième inégalité (3°) en réduisant suffisamment l'épaisseur  $h_{\min}$ . Ceci dit, il ne faut pas oublier que cette inversion de la chiralité de l'hélice ne peut se faire continûment mais exige la nucléation d'une ligne de dislocation.

Nos expériences illustrées par la Figure 5.2 montrent qu'il ne s'agit pas d'une dislocation en volume mais d'une paroi de  $\pi$  située sur la surface de mica inférieure (voir Figure 9.4 de la Section 9.4). Nous allons montrer que cette paroi est générée par une instabilité d'ancrage.

Dans la limite  $q_o=0$ , la distorsion de torsion génère un couple élastique  $K_{22}(\psi_u-\psi_l)/h$ . Ce couple est équilibré par les couples dus aux ancrages sur les surfaces de mica (voir section 9.3):

$$K_{22} \frac{\psi_u - \psi_l}{h} = W_l \sin(2\psi_l) \quad [5.5]$$

$$K_{22} \frac{\psi_u - \psi_l}{h} = W_u \sin[2(\psi_u - \delta)] \quad [5.6]$$

Le rapport  $d=K_{22}/W_u$  a la dimension d'une longueur et on l'appelle « la longueur d'extrapolation ». En l'utilisant, on peut réécrire les équations [5] et [6] sous une forme sans dimensions

$$\frac{\psi_u - \psi_l}{\tilde{h}} = \tilde{w} \sin(2\psi_l) \quad [5.7]$$

$$\frac{\psi_u - \psi_l}{\tilde{h}} = \sin[2(\psi_l - \delta)] \quad [5.8]$$

où  $\tilde{h} = h/d$  est la hauteur sans dimension et  $\tilde{w} = W_l/W_u$ .

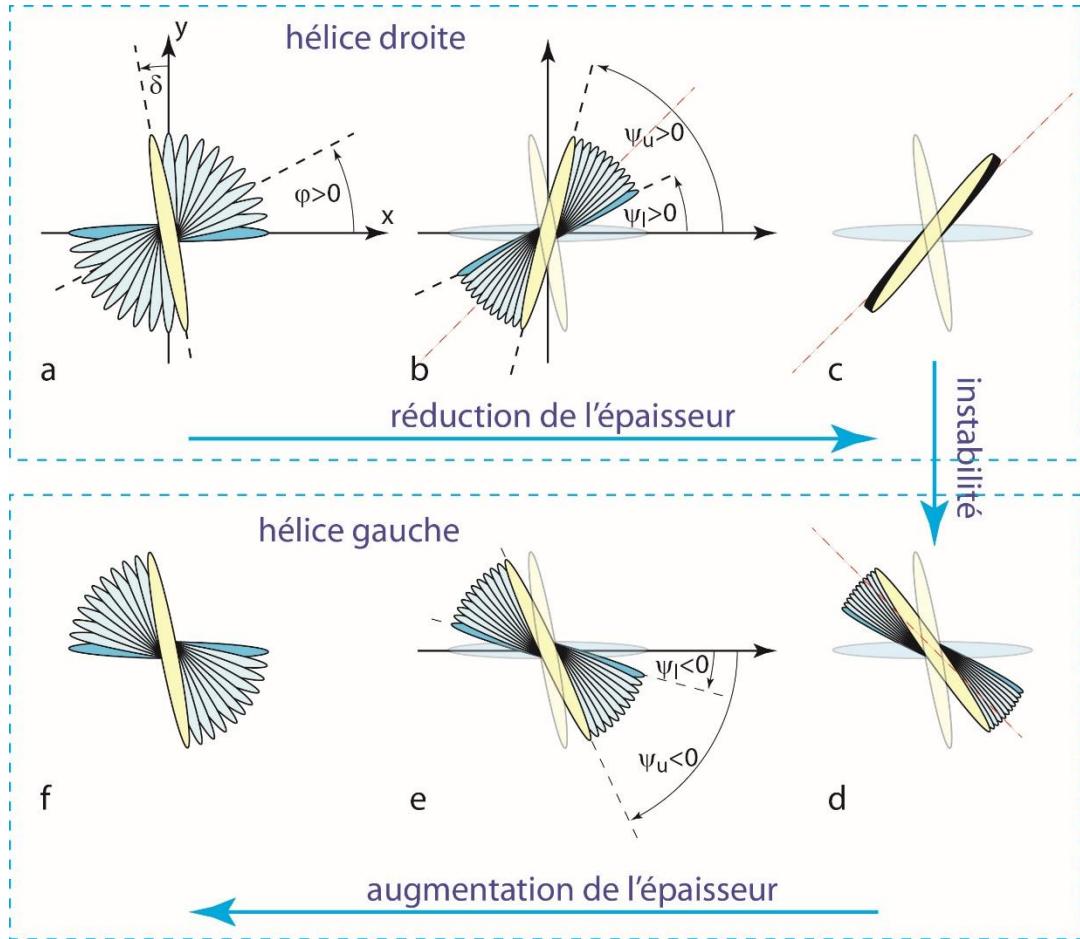


Figure 5.3 : Représentation graphique de l'instabilité d'ancrage en approximation nématique ( $q_0 \rightarrow 0$ ) : a) L'épaisseur  $\tilde{h} \rightarrow \infty$ , les directions ancrages planaires ne sont pas perturbées, b et c) Lorsque l'épaisseur  $\tilde{h}$  diminue, les couples dus à la torsion du nématique écartent les directions des ancrages planaires de leurs orientations idéales. c) L'angle  $\psi_l$  de l'ancrage sur la surface inférieure franchit la valeur critique de  $\pi/4$  (voir Figure 5.4). Le couple dû à l'ancrage ne peut plus équilibrer celui dû à la torsion et l'instabilité d'ancrage a lieu. c et d) L'instabilité d'ancrage – l'hélice droite se transforme en hélice gauche. e et f) L'épaisseur  $\tilde{h}$  augmente et les perturbations des ancrages diminuent.

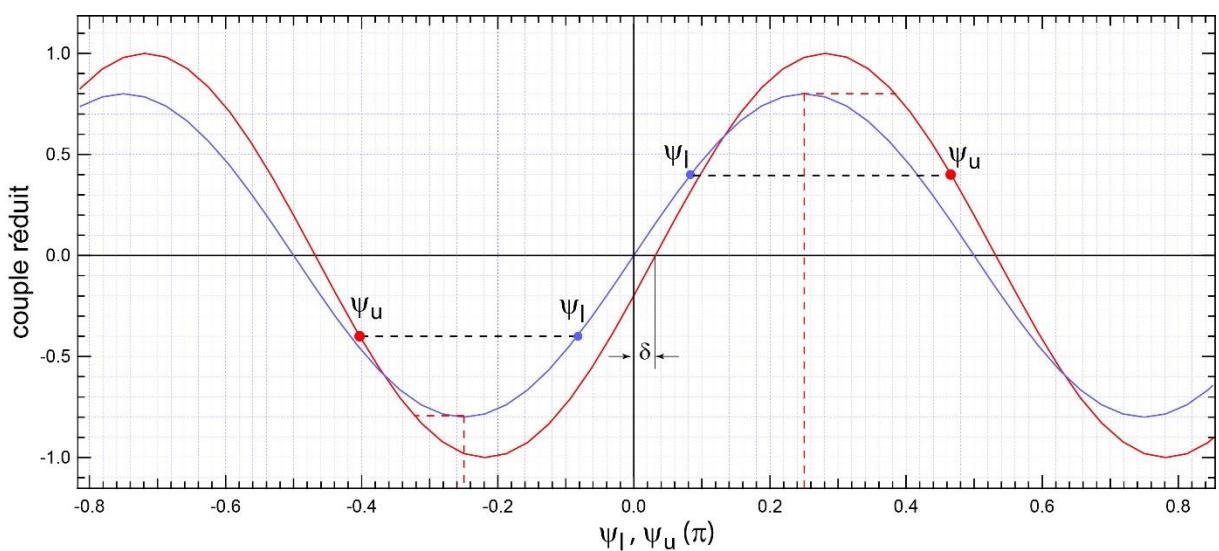


Figure 5.4 : Principe de la solution graphique des équations [5.7] et [5.8].

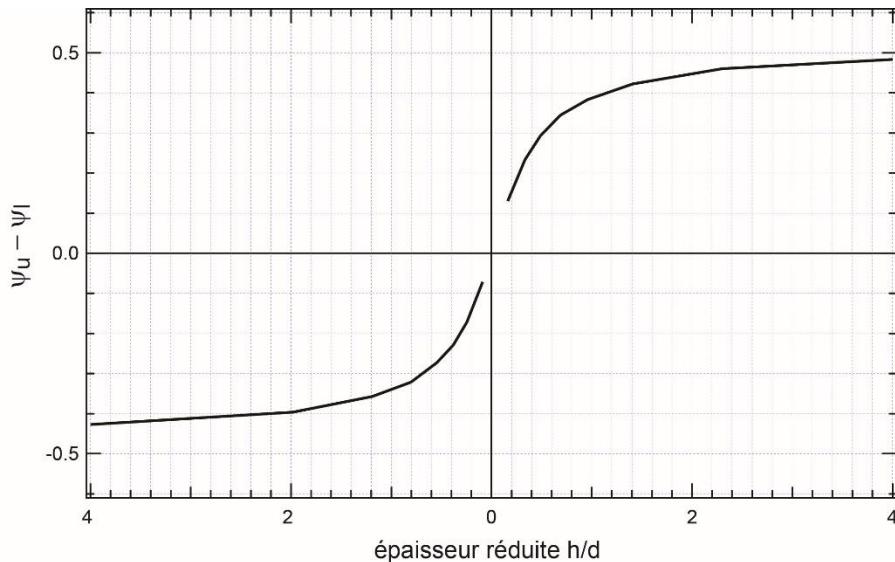


Figure 5.5 : Solution graphique des équations [5.7] et [5.8] à partir du diagramme de la Figure 5.4.

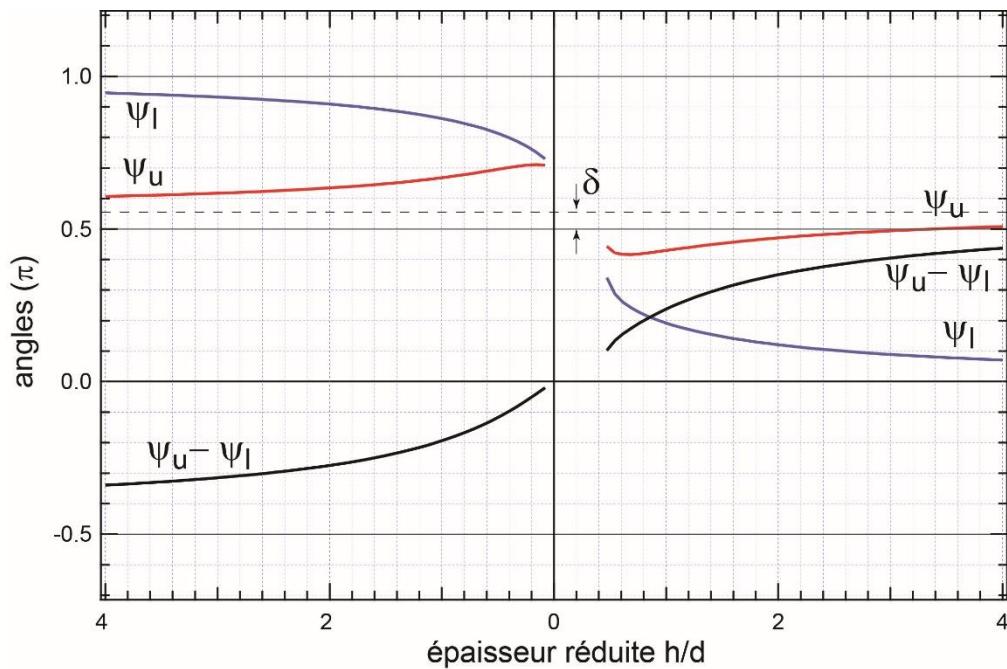


Figure 5.6 : Solution numérique des équations [5.7] et [5.8] au moyen d'un programme Python (voir Section 9.1).

## 6 Conclusions

Ce stage avait pour but d'étudier les dislocations dans les cholestériques. Cette étude était principalement tournée vers la compréhension et l'explication de l'apparition de lignes de dislocations dans le cristal liquide lors de la compression de ce dernier entre deux feuilles de mica cylindriques et très rapprochées, selon la méthode inventée il y cent ans par François Grandjean [2].

Lors de cette étude, nous avons pu voir que les lignes de dislocations correspondaient à des valeurs précises des sauts  $\Delta N$  du nombre de pas  $N$  d'hélice (ligne simple : pas demi entier, ligne double : pas entier) logés entre les plaques limites. A l'équilibre, les dislocations se situent aux endroits correspondant aux valeurs précises de l'épaisseur de la fente entre les 2 plaques (sections 2 et 3).

Les dislocations apparaissent en forme de boucles lorsque la contrainte de compression sur l'hélice du cristal liquide est suffisamment forte : le milieu relaxe cette contrainte élastique en créant ces discontinuités (section 4). Au cours de ces expériences avons mis en évidence un phénomène d'hystérésis : pour faire disparaître un anneau lorsque l'on augmente l'épaisseur, il faut aller au-delà de la valeur critique nécessaire pour son apparition.

Nous avons de plus découvert l'instabilité d'ancrage (étudiée en 5) laquelle se manifeste par l'apparition d'un anneau visuellement similaire aux dislocations mais situé sur l'une de surfaces limites. C'est une paroi de surface dite de  $\pi$  car quand on la traverse les molécules du CL tournent de  $\pi$ . Sa largeur  $\lambda$  est de l'ordre de  $K_{22}/W$ . A constante élastique  $K_{22}$  donnée, la largeur  $\lambda$  est petite quand l'ancrage est fort ( $W$  grand) et, à contrario, si  $W$  est faible la largeur de l'anneau  $\lambda$  est élevée. En mesurant  $\lambda$ , on pourrait alors remonter à la force d'ancrage, ce qui pourrait être un prolongement de ce stage.

Remarquons finalement que la nature des surfaces (mica de plus ou moins bonne qualité) et la pureté du cholestérique influent sur la nucléation : lorsque les surfaces n'ont pas de défauts et le cristal liquide est exempt de poussières, les anneaux ont du mal à apparaître et si ça arrive, ils apparaissent en série, l'un après l'autre à la suite du 1<sup>er</sup> anneau.

## 7 Références

- [1] Maurice Kleman et Jacques Friedel, *Lignes de dislocations dans les cholestériques*, J. de Physique (1969) **30**, 555-654.
- [2] François Grandjean, *Sur l'existence des plans différenciés équidistants normaux à l'axe optique dans les liquides anistropes (cristaux liquides)*, Comptes Rendus Ac. Sc. (1921) **268**, 71-74.
- [3] P. Pieranski, *Cholesteric dislocations in mica wedges*, à paraître dans Liquid Crystals Reviews.
- [4] P. Oswald and P. Pieranski, *Chapter B.VII.4: Defects and textures of the cholesteric phase in Nematic and Cholesteric Liquid Crystals, Concepts and Physical Properties Illustrated by Experiments*, Taylor & Francis 2005.
- [5] Joseph Angelo, Christopher Culbreath & Hiroshi Yokoyama, *Breaking planar liquid crystal anchoring to form controllable twist disclination loops*, Mol. Cryst. Liq. Cryst. 646:1, 214-219

## 8 Remerciements

Nous remercions Vincent Klein, Jérémie Sanchez et Sambath Saranga pour la conception et la fabrication par impression 3D des supports pour les feuilles de mica. Nous remercions aussi Claire Goldmann pour l'aide dans la préparation des mélanges 5CB/CB15.

## 9 Annexe

### 9.1 Programme Python, solution numérique des équations [5.7] et [5.8]

```
# -*- coding: utf-8 -*-
"""
Created on Wed Nov 24 15:17:30 2021

@author: User
"""

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import fsolve

w1=0.8
w2=1
h0=4

"hélice gauche"

h11=[h0]
zer1f1=[]
zer2f1=[]
diff1=[]

for i in range(50):
    h11.append(h0-i*0.072)

print(h11)

for h in h11:

    def f(p):

        x,y=p
        eq1=(y-x)/h-w1*np.sin(2*x)
        eq2=(y-x)/h-w2*np.sin(2*(y-0.2))

        return [eq1,eq2]

    phi1,phi2=fsolve(f,(0,1.4))

    zer1f1.append(phi1)
    zer2f1.append(phi2)
    diff1.append(phi2-phi1)

"plots"
plt.xlim(0,3)
plt.ylim(-1.7,1.7)
plt.plot(h11,zer1f1,)
plt.plot(h11,zer2f1,)
plt.plot(h11,diff1,)
```

```

print(zer1f1)
print(zer2f1)
print(diff1)

"helice droite"

h12=[-h0]
zer1f2=[]
zer2f2=[]
diff2=[]

for i in range(50):
    h12.append(-h0+i*0.08)

print(h12)

for h in h12:

    def f(p):

        x,y=p
        eq1=-(y-x)/h-w1*np.sin(2*x)
        eq2=-(y-x)/h-w2*np.sin(2*(y-0.2))

        return [eq1,eq2]

    phi1,phi2=fsolve(f,(0,-1))

    zer1f2.append(phi1)
    zer2f2.append(phi2)
    diff2.append(phi2-phi1)

plt.xlim(-4,4)
plt.ylim(-1.7,5)

plt.plot(h12,zer1f2,)
plt.plot(h12,zer2f2,)
plt.plot(h12,diff2,)

print(zer1f2)
print(zer2f2)
print(diff2)

```

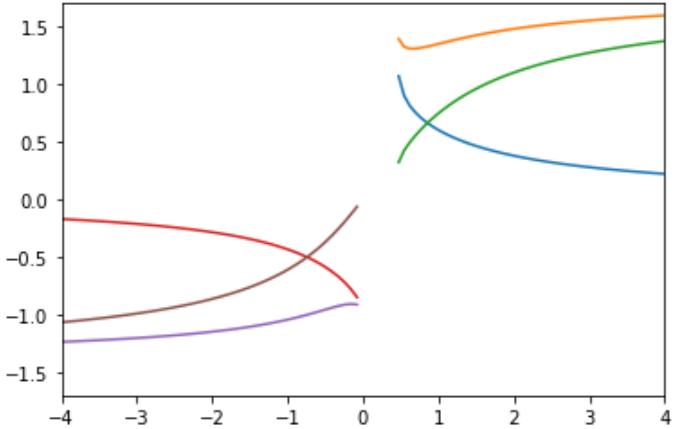


Figure 9.1 : Diagramme obtenu par la solution numérique des équations [5.7] et [5.8].

## 9.2 Ancrage sur la surface clivée de mica

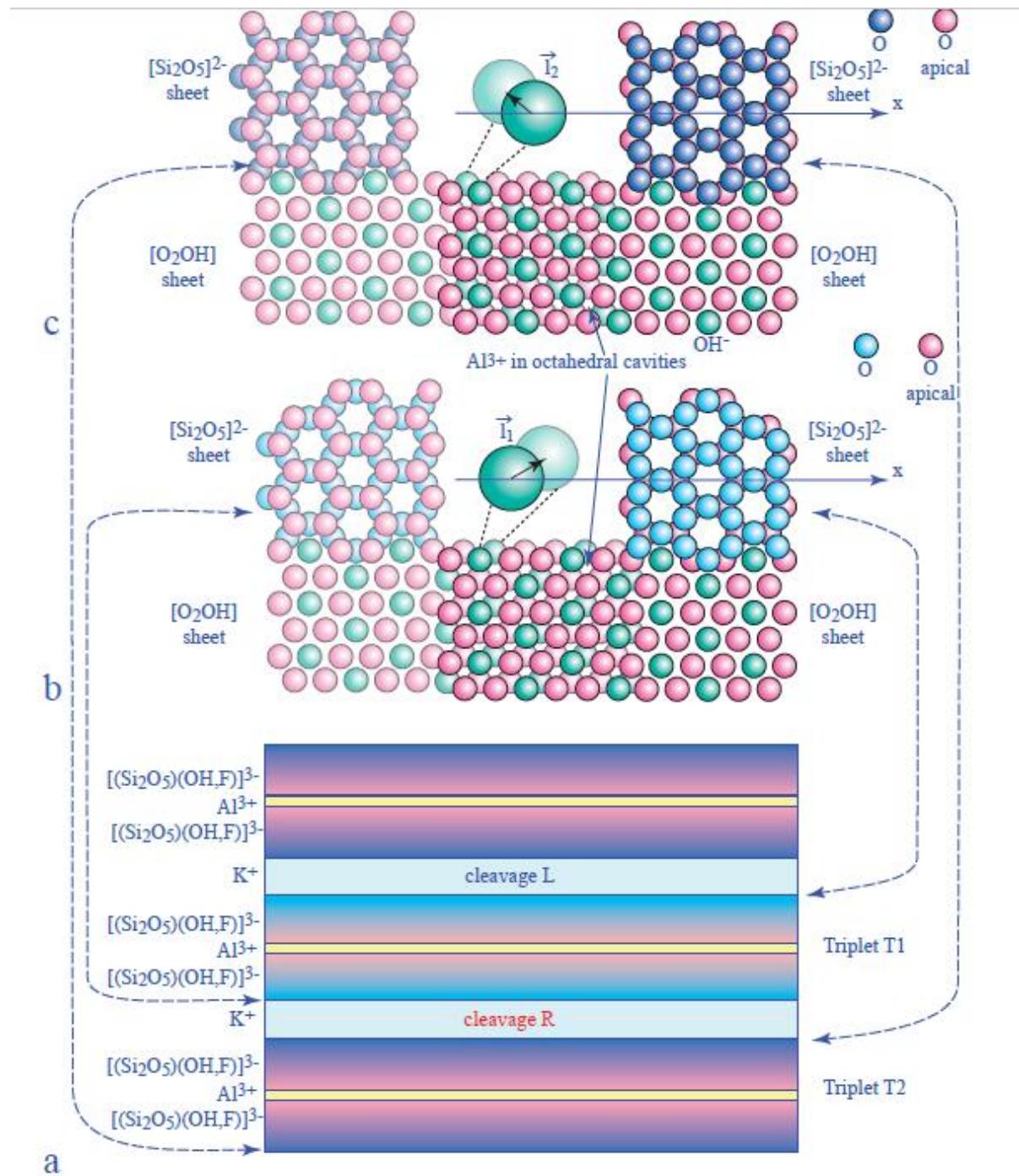


Figure 9.2 : Structures de la surface du mica clivée, D'après la référence [3]. Les directions d'ancrage sur les deux types de clivage sont parallèles aux vecteurs  $d_1$  et  $d_2$ .

### 9.3 Energie d'ancrage, couple de rappel

Le phénomène d'ancrage a lieu aux interfaces entre les mésophases et d'autres phases : gazeuse, liquide isotrope ou solide. Dans le cas de nématiques (ou cholestériques à très grand pas  $p$ ), l'énergie par unité de surface de l'interface dépend de l'orientation du directeur  $\vec{n}$  par rapport à l'interface. Dans nos expériences, il s'agit de l'interface entre le cristal liquide et une feuille de mica. Comme nous venons de l'expliquer dans la section précédente, la surface du mica est anisotrope et, de ce fait, tend à orienter les molécules du nématique dans une direction qui lui est parallèle. Appelons cette direction  $\vec{a}$  et introduisons les axes :  $x$  - parallèle à  $\vec{a}$  et  $z$  - orthogonal à la surface du mica (voir Figure 9.3).

Soit  $\varphi(z)$  l'angle entre le directeur  $\vec{n}$  et l'axe  $x$ . En présence d'une torsion  $d\varphi/dz$  en volume, le cristal liquide exerce le couple élastique

$$\Gamma_{\text{elast}} = K_{22} d\varphi/dz \quad [9.1]$$

sur les molécules situées à l'interface (représentées par le cylindre orange dans la Figure 9.3) et fait dévier leur orientation de la direction d'ancrage  $\vec{a}$ . L'angle de la déviation vaut  $\varphi_0 = \varphi(0)$  at sa valeur est déterminé par l'équilibre de ce couple élastique  $\Gamma_{\text{elast}}$  avec le couple de rappel

$$\Gamma_{\text{ancr}} = -W \sin(2\varphi_0) \quad [9.2]$$

dû à l'ancrage. L'efficacité de l'ancrage dépend de la valeur du coefficient  $W$  ( $\text{Nm/m}^2$ ).

Le couple de rappel dû à l'ancrage correspond, par définition, à la dérivée  $-dF_{\text{surf}}/d\varphi_0$  de l'énergie de l'interface  $F_{\text{surf}}(\varphi_0)$ .  $F_{\text{surf}}(\varphi_0)$  est une fonction périodique de l'angle  $\varphi_0$  et, par conséquent, on peut la développer en série de Fourier. A cause de la symétrie  $\vec{n} = -\vec{n}$ , la fonction  $F_{\text{surf}}(\varphi_0)$  doit être paire. De plus, elle doit avoir un minimum situé à  $\varphi_0=0$ . A l'ordre le plus bas, elle est donc

$$F_{\text{surf}} \approx -\frac{1}{2} \cos 2\varphi_0 + \dots \quad [9.3]$$

et sa dérivée correspond au couple donné dans l'équation [9.2].

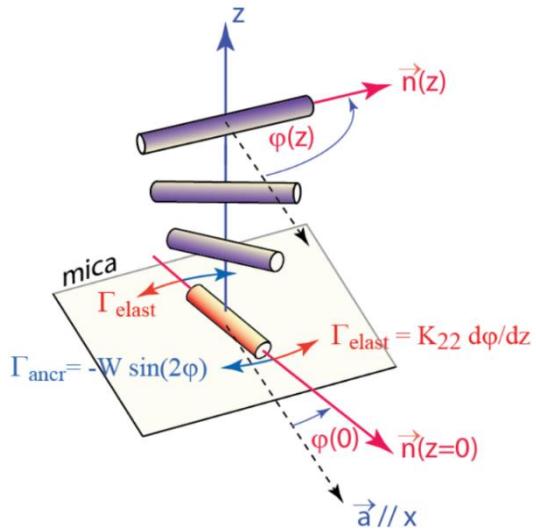


Figure 9.3 : Définition des couples : élastique  $\Gamma_{\text{elast}}$  et d'ancrage  $\Gamma_{\text{ancr}}$ .

### 9.4 Paroi $\pi$ de surface

Lorsque l'amplitude du couple élastique  $\Gamma_{\text{elast}}$  dépasse la valeur maximale  $W$  du couple de rappel dû à l'ancrage (Section 5.3 et l'équation 9.2) l'instabilité d'ancrage a lieu : l'angle  $\varphi_0$  des molécules sur la surface du mica dépasse la valeur  $\pi/4$  correspondant au maximum du couple de rappel. Il en résulte la génération de la paroi  $\pi$  représentée sur la Figure 9.4.

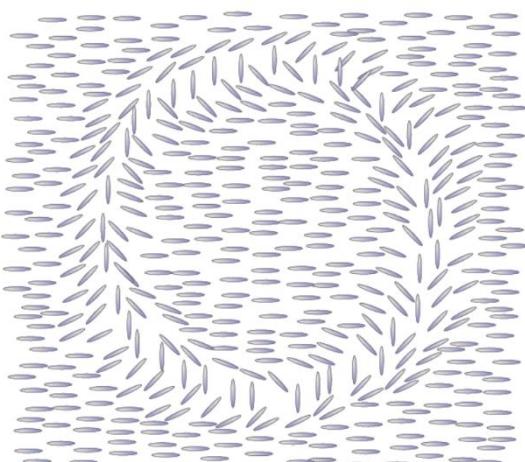


Figure 9.4 : Paroi  $\pi$  de surface engendrée par l'instabilité d'ancrage.

## 9.5 D'autres observations

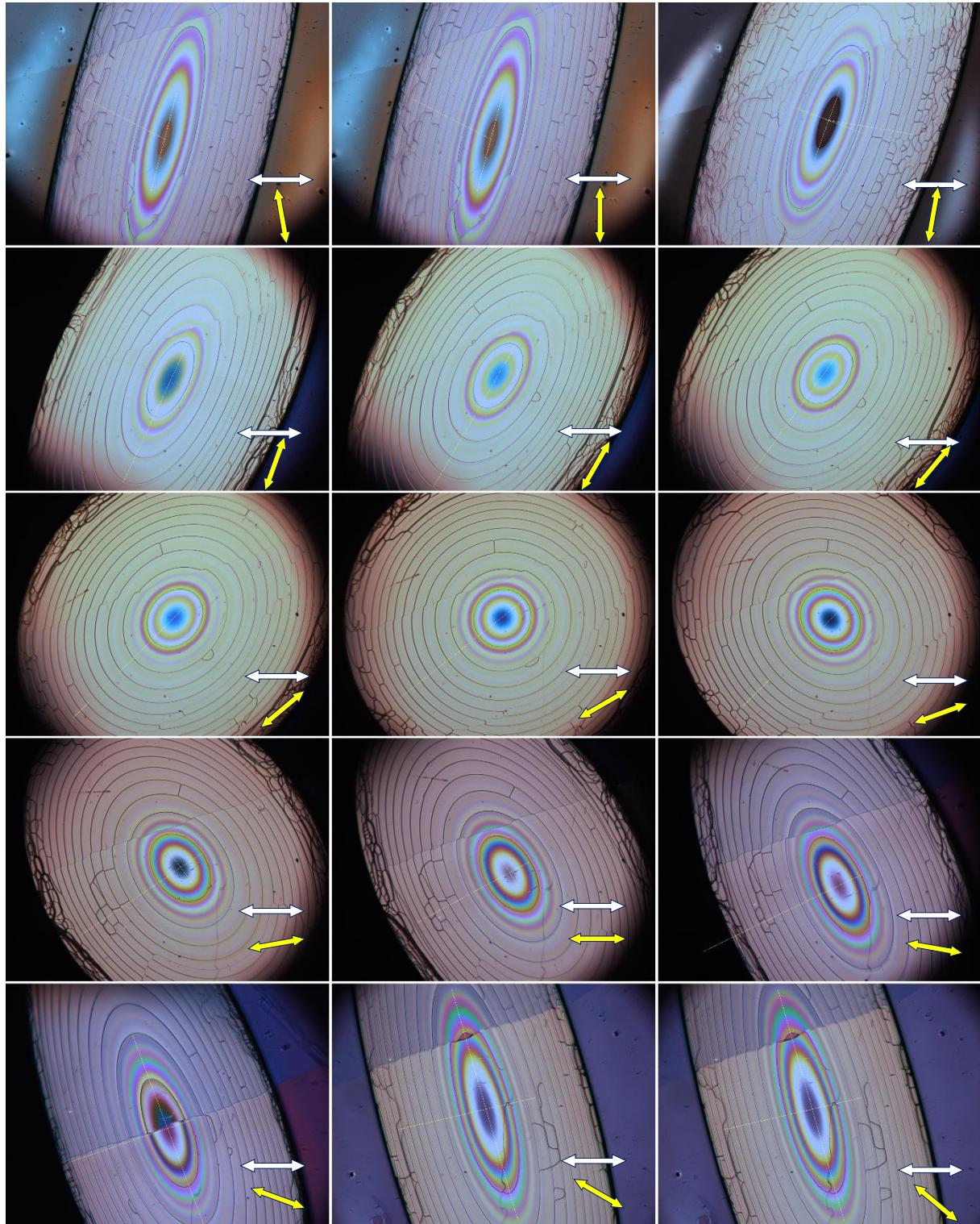


Figure 9.5 : Systèmes des dislocations dans la fente entre deux surfaces de mica cylindriques en contact. L'angle entre les axes  $\xi$  et  $\eta$  des cylindres varie de -70deg à +70deg. (Dossiers cyl75, cyl76, cyl77, cyl78).

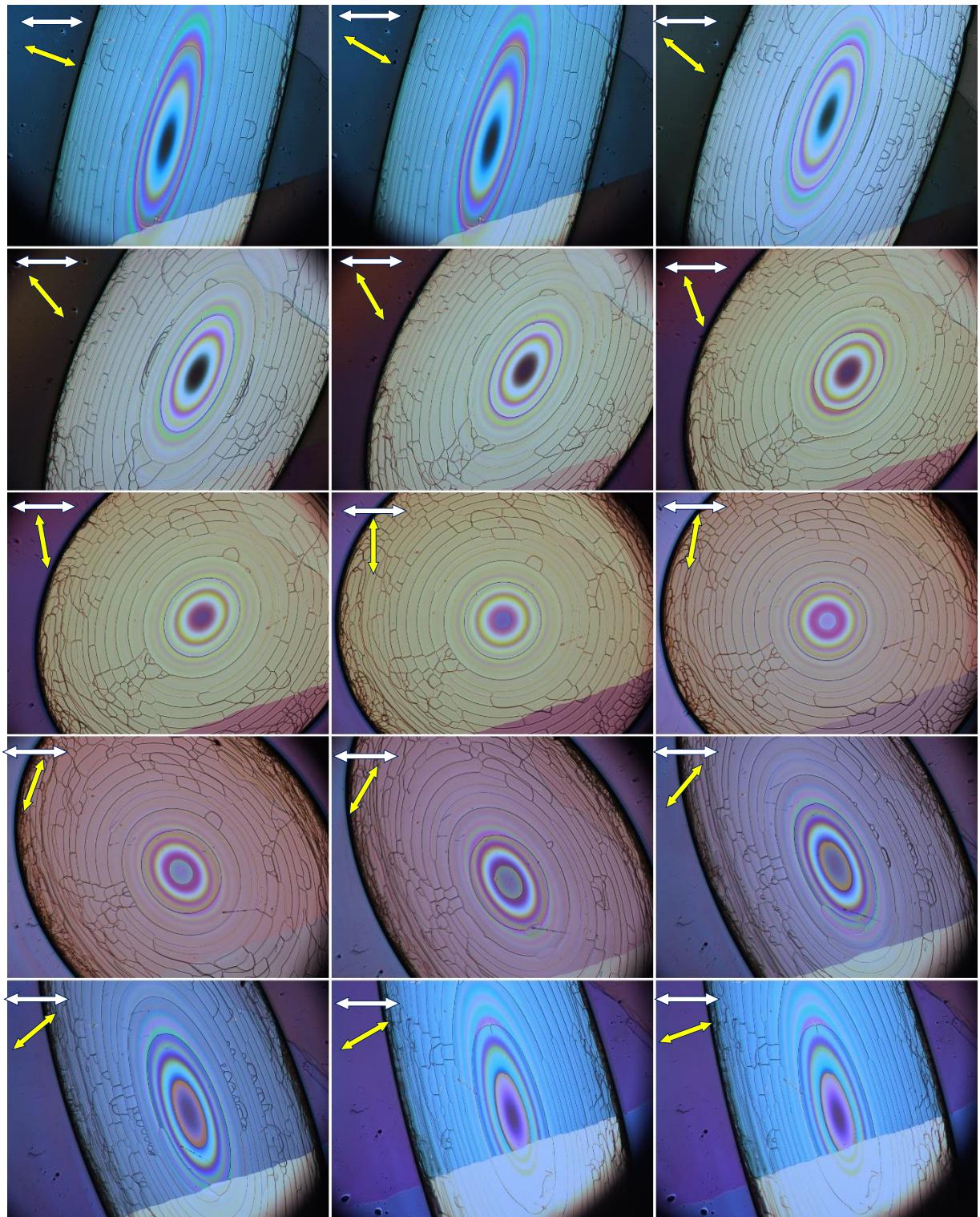


Figure 9.6 : Systèmes de dislocations dans la fente entre deux surfaces de mica cylindriques en contact. L'angle entre les axes  $\xi$  et  $\eta$  des cylindres varie de -70deg à +70deg. (Dossiers cyl79 et cyl80 ).

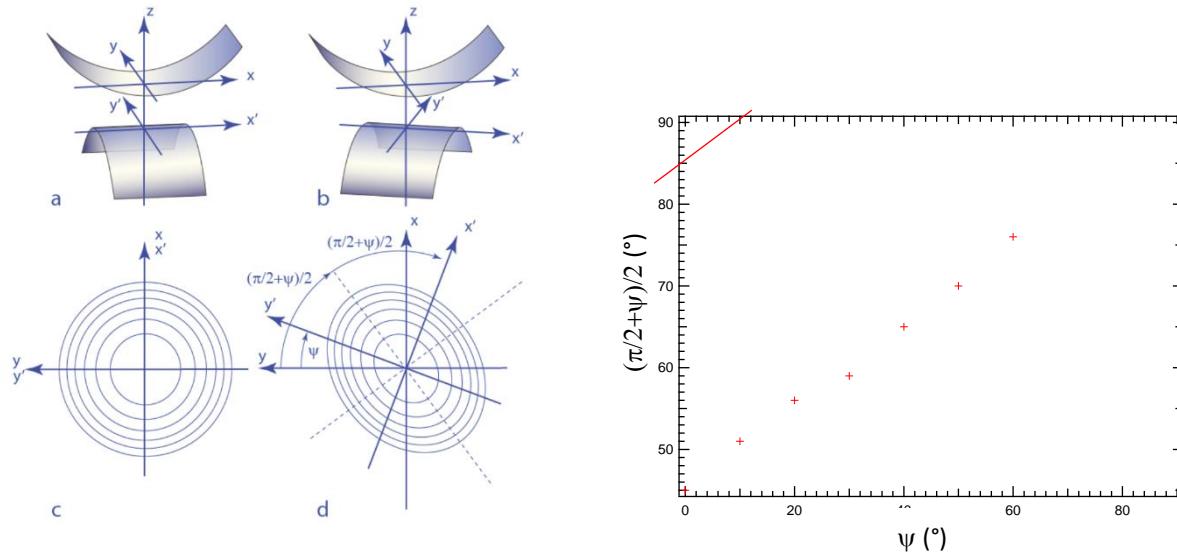


Figure 9.7 : Par symétrie, l'axe long des lignes d'épaisseur égale épaisseur elliptiques bissecte l'angle  $\psi$  entre les axes  $x'$  et  $y$  des surfaces cylindriques définies en (a) et (b).