

Année Universitaire 2020 – 2021

Laboratoire : LPNHE

Équipe(s) : Cosmologie

Encadrants : Guy Augarde & Nicolas Regnault



école
normale
supérieure
paris-saclay

université
PARIS-SACLAY

Modèle empirique des Supernovae Ia

Timothé ALEZRAA

Résumé

Les supernovae de type Ia, de par leur importante luminosité, de leur homogénéité et de leur facilité d'identification, constituent une sonde très utile en cosmologie : elles ont par exemple été utilisées pour montrer l'accélération de l'expansion de l'univers. En interprétant le rayonnement reçu au télescope à l'aide d'un modèle qui prend en compte la variabilité de ces supernovae, on peut en déduire leur éloignement, et à l'aide d'autres méthodes de mesure de l'univers, on peut contraindre le modèle cosmologique. Ici, on va pour différentes expériences d'observations de supernovae, essayer de mesurer la distance de luminosité de ces SNs en utilisant un modèle qui prend en compte l'intensité lumineuse maximum, la durée d'émission de lumière, le temps du maximum de luminosité, et ceci pour différentes bandes d'observation de longueur d'onde. On arrive à une évaluation de la distance avec une incertitude d'environ 15-20 % sur la relation entre l'intensité maximale et la distance.

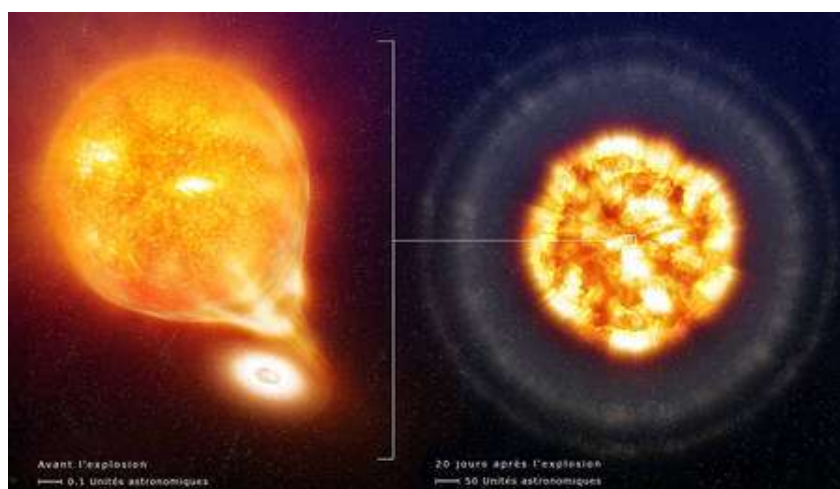


FIGURE 1 – Vue d'artiste d'une SNe Ia (SN2006X) à partir d'un système binaire d'étoile composé d'une naine blanche et d'une géante rouge, avant et après l'explosion. Crédits : ESO

1 Introduction à l'étude des supernovae Ia

1.1 Mécanisme de formation des supernovae Ia

Parmi les six grands types de supernovae (Ia, Ib, Ic, IIa, IIb, IIc), on ne s'intéresse ici qu'aux supernovae de type Ia (Sn Ia), les seules provenant d'une explosion dite *thermonucléaire*, notamment car elles sont en moyenne environ 10 fois plus lumineuses que les autres supernovae dite *gravitationnelles*, mais aussi plus standards.

Le scénario du mécanisme de formation le plus courant qui mène à une SN Ia est un système binaire d'étoiles, composé premièrement d'une naine blanche : une étoile auparavant de masse modérée (quelques masses solaires) qui finit sa vie sous la forme d'un astre d'une masse un peu plus faible mais d'un rayon lui beaucoup plus faible (environ une masse solaire dans un volume équivalent à la Terre) ce qui en fait un objet très dense. Une naine blanche ne possède plus d'éléments légers (H, He) dans son cœur car ceux-ci ont brûlé intégralement, mais peut en avoir vers la surface de l'étoile. Cette naine blanche est soit accompagnée d'une autre naine blanche avec qui elle rentre en collision (Howell et al, 2006), soit d'une étoile beaucoup moins dense et souvent plus jeune, une géante rouge. Cette géante rouge fournit de la masse à la naine blanche par accréation, jusqu'à ce que la naine blanche dépasse la masse de Chandrasekhar (environ $1,44M_{\odot}$), à partir de laquelle la température de l'astre permet des réactions de fusion du carbone, qui s'emballent et provoquent une explosion extrêmement lumineuse (de même ordre de grandeur que la galaxie à laquelle appartient le couple d'étoiles).

De par ce mécanisme, le spectre d'émission de la supernova est particulier et reconnaissable : il ne comporte *pas* de raies d'hydrogènes mais des raies importantes de silicium (cf annexe : classification spectrale des SNe, exemple de spectre d'une SN Ia). Les supernovae de ce type sont relativement rares : environ une par millénaire et par galaxie. C'est une des raisons pour laquelle l'utilité de ces SN en cosmologie est relativement récente : les capteurs n'étaient pas capables de couvrir une portion suffisante du ciel de manière assez précise dans un temps donné pour détecter des SN.

1.2 Propriétés mesurables pour l'étude des supernovae Ia

Les supernovae Ia sont des phénomènes brillants, rares, éphémères et standards. On peut détecter une supernova pendant une durée de quelques semaines seulement (cela dépend de la bande de longueur d'onde dans laquelle on observe, mais l'ordre de grandeur entre 10 et 100 jours comprend l'immense majorité des Sn Ia). La méthode la plus simple pour détecter une SN Ia est de prendre des images successives du ciel (la nuit bien sûr) et de les soustraire les unes aux autres pour détecter l'apparition de nouveaux objets lumineux, qui peuvent alors être des supernovae (cf annexe Rolling search).

Une fois la supernova détectée, on effectue un suivi photométrique tous les 2-3 jours environ, et ceci dans différentes bandes de longueur d'onde (cf annexe : exemple bande de longueurs d'onde de différents filtres UBVRI et ugriz). Ce procédé, assez simple en théorie, est en fait très complexe tant il faut tenir compte de nombreuses perturbations (atmosphérique, présence de la galaxie hôte par ex, SULLIVAN 2011, CHILDRESS 2013) et d'effets intrinsèques à la grande distance qui nous sépare de ces objets. Par la suite, nous allons considérer des mesures où tout ce travail de traitement a déjà été fait, et il nous faudra faire confiance au bon travail des astronomes qui nous précèdent.

Une fois le spectre obtenu, où l'on remarque l'absence de raies d'hydrogènes mais la présence de raies de silicium, de carbone, on remarque que ces spectres sont *décalés vers le rouge* (cf annexe effet du redshift). En effet, pour un photon émis à la longueur d'onde λ_{emis} par la Sn, la longueur d'onde λ_{obs} observée n'est pas la même. On pose alors le redshift z :

$$z = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{emis}}{\lambda_{emis}}$$

Ce redshift, ou décalage vers le rouge, est dû au fait que la distance qui nous sépare de l'objet source augmente à cause de l'expansion de l'univers et/ou des vitesses particulières des astres. Le redshift est

analogue à un effet Doppler, même si il n'y est pas toujours exactement synonyme. À petit redshift, on a z proportionnel à la distance entre l'observateur et l'émetteur et inversement. Ceci provient de la loi de Hubble qui explique que les objets astronomiques s'éloignent les uns des autres à une vitesse proportionnelle à leur distance. Lorsque l'on observe au télescope avec un filtre particulier, il faut alors bien veiller à prendre en compte le redshift. Cela pose problème surtout à très haut redshift (cf annexes effet du redshift et bandes d'observation) : on a du mal à observer en infrarouge car l'atmosphère est opaque et le ciel émet lui aussi dans l'infrarouge. Une fois le télescope adapté au redshift, on obtient des courbes de flux de photons reçus par le capteur en fonction du temps. Ces courbes, appelées *courbes de lumière*, varient en fonction de la SN qu'on étudie et de la bande d'observation. Cependant, et ce qui fait que notre travail a un sens, ces courbes sont standardisables.

En effet, la valeur du flux de photons ϕ reçu par le télescope nous renseigne sur la distance d_L de la source. Si on appelle L la luminosité de la source (qui dépend donc de la SN), on a $\phi = \frac{L}{4\pi d_L^2}$. Le but du modèle SALT est de caractériser L dans le référentiel propre de la SN, à partir des différentes surveys (= suivi photométrique de la SN, avec un suivi également spectrophotométrique si possible) effectuées (cf annexe magnitude et module de distance). Pour faire cela, on sépare le flux reçu en différentes contributions, certaines dépendantes de la SN et d'autres communes à toutes les SN.

2 D'un modèle simple au modèle SALT

Pour mieux comprendre comment modéliser le flux émis par la SN en fonction du temps et de la longueur d'onde, on veut extraire les paramètres de chaque SN, pour reconstituer la magnitude dans le référentiel propre de la SN. On passe par plusieurs étapes : tout d'abord un modèle 1D où le flux ne dépend pas que du temps, pour comprendre comment marche le fit (ajustement) sous contraintes. Ensuite on fait cette étude pour différents filtres, et enfin on en déduit un modèle 2D qui prend en compte de manière continue le temps et la longueur d'onde.

2.1 Un modèle à une bande, modèle 1D

On se place à une longueur d'onde fixée entre 300nm et 1000nm usuellement, on a alors une courbe de lumière par supernovae. Lorsque l'on a différentes courbes de lumières provenant de différentes SN, on se rend compte qu'il suffit d'effectuer une translation pour que tous les maximums soient atteints à la même abscisse, de normaliser toutes les courbes en relevant l'amplitude maximale, et d'effectuer une contraction/dilatation afin que toutes les courbes aient la même durée (Cf 2.1) pour que toutes les courbes de lumière se rapproche du modèle standard. Pour chaque SN, on définit alors trois paramètres : l'amplitude maximale f_{sn} , le facteur d'étirement ou *stretch* s et le temps auquel est atteint le maximum t_{max} . Chaque courbe de lumière $F_1(t), F_2(t), \dots, F_N(t)$ (si on considère N SN) peut alors s'exprimer à partir d'un modèle standard $F_{standard}(t)$ ainsi, pour la k -ième SN : $F_k(t) \simeq f_{sn}^{(k)} \times F_{standard}\left(\frac{t - t_{max}^{(k)}}{1 + s^{(k)}}\right)$

Alors, le problème devient celui de trouver les amplitudes maximales, les t_{max} et le s pour chaque SN, et de trouver le modèle standard pour minimiser l'écart entre le membre de droite (calculé) et le membre de gauche (mesuré). Pour trouver cette fonction, on la décompose dans une base de splines. Les splines sont des fonctions polynômes (d'ordre 3 ou 4 en général) par morceaux très utilisés dans des problèmes d'interpolation (cf annexe base de splines). L'abscisse où les polynômes se rejoignent sont appelés les nœuds. Il "suffit" alors de trouver les bons coefficients θ_i du modèle standard dans la base de splines pour minimiser les erreurs. L'équation que l'on veut résoudre devient alors, si la base de splines comporte N_j (typiquement 50, 100 ou 250 environ) fonctions splines B_i :

$$F_k(t) \simeq f_{sn}^{(k)} \times \sum_{i=1}^{N_j} \theta_i B_i \left(\frac{t - t_{max}^{(k)}}{1 + s^{(k)}} \right) \quad (1)$$

Pour effectuer cette minimisation des moindres carrés (cf annexe Newton-Raphson), on privilégie une équation matricielle pour permettre de mieux visualiser les opérations à effectuer.

On appelle Y le vecteur des flux mesurés ($F_1(t_1^{(1)}), \dots, F_1(t_n^{(1)}), \dots, F_n(t_1^{(n)}), \dots, F_n(t_n^{(n)})$) et $Mod(\beta)$ le vecteur des flux calculés (terme de droite de (1)) de taille $N \times$ (nombre de points mesurés par SN) à partir des paramètres $\beta = (f_{sn}^{(1)}, \dots, f_{sn}^{(N)}, t_{max}^{(1)}, \dots, t_{max}^{(N)}, s^{(1)}, \dots, s^{(N)}, \theta_1, \dots, \theta_{Nj})$. On utilise ensuite la méthode de Newton Raphson pour trouver les paramètres optimaux (cf annexe Newton Raphson).

J'ai fait ça à la main pour le fit d'une simple gaussienne par des splines, puis par la suite j'ai utilisé une fonction écrite par l'équipe avant que j'arrive, car elle avait le bon goût de prendre en compte deux arguments en plus : les contraintes et la régularisation. Nos solutions comporte beaucoup de dégénérescences, il nous faut normaliser en 0 l'amplitude, indiquer que le 0 correspond à un extrémum (ici maximum), et que s correspond à un stretch moyen de toutes les SN (on pourrait arbitrairement décider que le modèle standard ait un stretch plus grand, alors toutes les s des SN serait négatif). On a donc un ensemble de contraintes :

$$\sum_{i=1}^{N_j} \theta_i B_i(0) = 1; \sum_{i=1}^{N_j} \theta_i B'_i(0) = 0; \sum_{k=1}^N s^{(k)} = 0$$

Ensuite, il faut que, là où l'on n'a plus de points, le modèle standard soit régulier (ne fasse pas de soubresauts), et qu'il tende doucement vers 0 à t qui tend vers l'infini (fin du phénomène). C'est la régularisation, on contraint le modèle là où l'on n'a pas de données. Ces deux phénomènes se traduisent par des termes supplémentaires dans le χ^2 : un proportionnel à l'écart aux contraintes, l'autre aux variations des paramètres là où il n'y a pas de points (cf annexe, contraintes et régularisation). Pour développer le modèle on travaille déjà sur des courbes de lumières simulées, pour ensuite passer à de vraies données. Le code développé pendant le stage s'appuie sur des modules, des classes et certaines fonctions déjà créées par l'équipe (en particulier les fonctions de minimisation, certains plot) en python, langage très utilisé en cosmologie (avec par exemple des modules publics dédiés comme SNcosmo).

La figure 2 représente l'évolution du flux au cours du temps, les points simulés et le modèle. L'accord entre les données et le modèle, mesuré par les résidus, est assez bon : les résidus ont une répartition gaussienne centrée en 0, et ne dépassent pas les 5 ou 10 %. Il a fallu adapter à la main le paramètre de régularisation pour ne pas avoir une asymétrie des résidus dû au terme de régularisation dans le χ^2 .

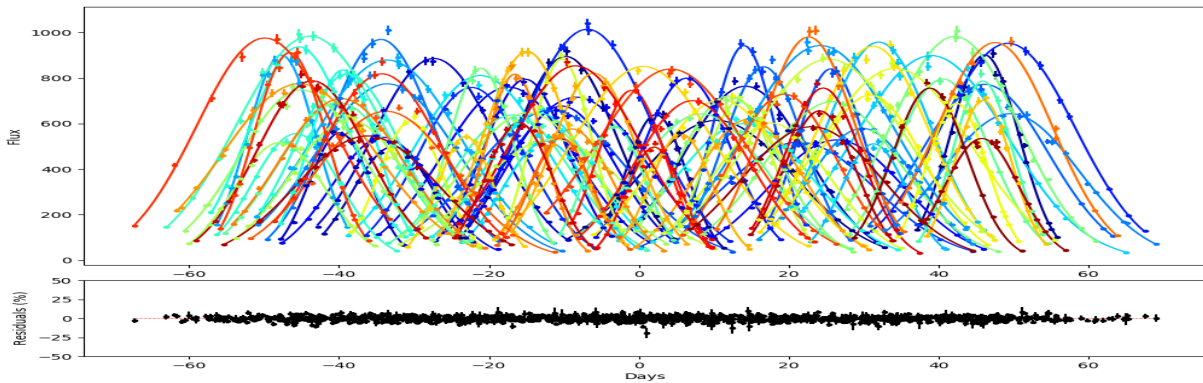


FIGURE 2 – Fit de l'évolution du flux au cours du temps sur simulation de 250 SN à différents t_{max} et stretch, avec résidus. Les points sont les données simulées et les courbes sont les modèles adaptées à chaque SN.

2.2 Modèle à plusieurs bandes

Désormais, on travaille avec N supernovae, avec des flux mesurées dans différentes bandes. Pour chaque bande on utilise un ensemble de coefficients de base de splines différents. Pour une supernovae donnée, on définit le t_{max} comme le t_{max} défini auparavant dans la bande Bleue (Par convention), on définit une amplitude maximale pour chaque bande, et pour le stretch on utilise deux options : soit un stretch par bande dans le modèle dit SIFTO, soit le stretch de la bande Bleue dans le modèle multibande. Alors pour une SN donnée et une bande bd quelconque, en notant B la bande bleue, pour le modèle Sifto :

$$F(t, bd) = f_{sn}^{(bd)} \times \sum_{i=1}^{N_j} \theta_i^{(bd)} B_i \left(\frac{t - t_{max}^{(B)}}{1 + s^{(bd)}} \right) \quad (2)$$

Pour le modèle multibandes, le stretch ne dépend plus que de la bande : $s^{(bd)} \rightarrow s^{(B)}$ Le modèle Sifto est alors plus précis, mais il requiert plus de paramètres. À partir de deux bandes différentes, disons B et V pour bleue et verte, on peut définir la *couleur* de la SN (aussi appelée excès de couleur) à partir de l'écart à l'abscisse t_{max} de la bande bleue, entre l'intensité dans la bande bleue et l'intensité à la bande verte, soustrait de la moyenne de ces écarts sur les SN (c'est une couleur par rapport aux autres SN) : $c = (B - V)_{t_{max}} - \langle B - V \rangle_{SN}$. On remarque empiriquement que plus s est élevé, plus la luminosité émise est importante, le *brighter-slower*, et que plus la SN est "bleue" plus la luminosité augmente, le *brighter-bluer* (cf annexes brighter-bluer brighter-slower); on pourra en tenir compte lors du calcul du diagramme de Hubble.

On a testé pour différentes surveys de différents lots d'entraînement : déjà la survey CSP (Carnegie Supernova Project) du lot d'entraînement mis en place dans le dernier article SALT en date, celui de Kenworthy en 2021 (On appellera ce lot K21) mais il n'y avait que 13 SN ce qui était trop faible (trop peu de données par rapport au nombre de paramètres). Ensuite, on a tenté d'utiliser la survey Foundation, mais beaucoup de courbes de lumières posaient problèmes car les points débutaient au maximum de luminosité, donc le calcul du stretch ne convergeait pas. On est alors revenu à un autre lot d'entraînement, JLA pour Joint Lightcurve Analysis, toujours pour le survey CSP. On obtient des diagrammes de Hubble, i.e un tracé de la distance en fonction du redshift :

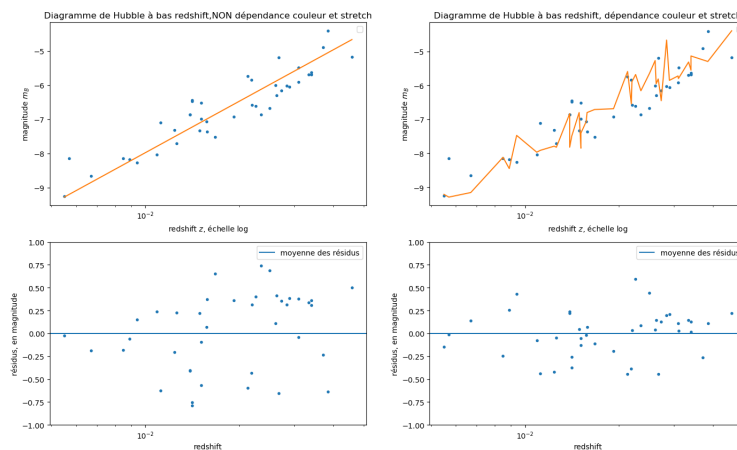


FIGURE 3 – Diagrammes de Hubble, sans dépendance au stretch et à la couleur (à gauche), avec corrections aux stretch et à la couleur (à droite). La déviation standard des résidus est divisé par 2 entre les modèles

On a aussi refait ceci avec d'autres surveys d'un autre lot d'entraînement, mais il a fallu éliminer des SN : tout d'abord celles qui débutaient par le maximal, et puis ensuite on n'a gardé que celles pour lesquelles le χ^2 était le plus faible. Sur les 152 SN présentes initialement dans le survey, on n'en a gardé que les 40 "meilleures".

2.3 Modèle 2D

On souhaite maintenant chercher une fonction $F(t, \lambda)$ pour décrire le flux de chaque SN. Pour cela, on va séparer les contributions pour créer un canevas pour la fonction recherchée : on écrit

$$F(SN, t, \lambda) = X_0[M_0(t, \lambda) + X_1 M_1(t, \lambda)]e^{c_{CL}(\lambda)} \quad (3)$$

X_0 , X_1 et c dépendent de la SN, M_0 , M_1 et CL sont communs à toutes les SN. M_0 et M_1 sont des surfaces décrites dans des bases de splines (cf annexe base de splines), $CL(\lambda)$ est un polynôme en λ , c est la loi de couleur commune aux SN qui tient compte du brighter bluer. C'est le travail que j'effectuerai la dernière semaine sur un autre lot d'entraînement, mais sur JLA on a déjà :

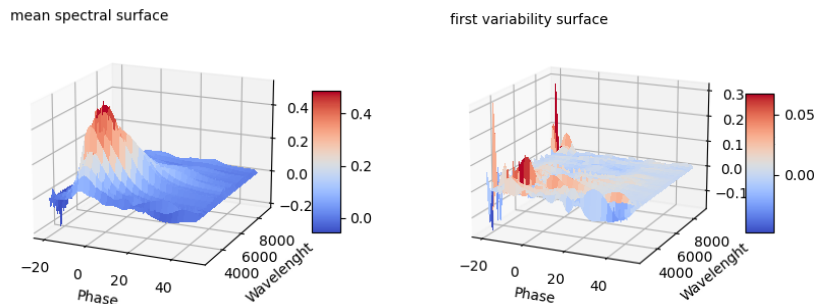


FIGURE 4 – A gauche, la surface $M_0(t, \lambda)$, à droite $M_1(t, \lambda)$

3 Conclusion

Après avoir appris comment le fit fonctionnait sur un problème plus simple et sur des données simulées, le passage aux vraies données n'a pas été de tout repos. Après m'être habitué au format des données, les résultats restaient toujours incohérents. Alors à défaut d'avoir créé quelque chose de réellement novateur, j'ai au moins participé à l'effort quotidien du tri de données, de regarder à la main les courbes pour comprendre ce qui ne va pas. J'ai au moins pu faire se rendre compte à l'équipe qu'il y avait des problèmes à certains endroits. J'ai reproduit les résultats d'un lot dans un deuxième lot d'entraînement, pour vérifier que tout allait bien.

D'un point de vue plus personnel, ce stage m'a déjà fait découvrir la cosmologie, ses principes fondamentaux et sa diversité vertigineuse. Le travail de bibliographie, de se lancer dans un sujet inconnu avec comme seul outil deux thèses et trois articles (et la patience de mes encadrants) était très stimulant et formateur, même si un peu complexe au début. Ce stage m'a aussi fait découvrir le milieu de la recherche, très différent de tout ce que j'ai connu jusqu'alors : les objectifs, les échelles de temps et la posture intellectuelle sont très différents de ceux d'un étudiant. J'ai pu suivre beaucoup de conférences sur différents thèmes, rencontrer de nombreux profils différents (lors notamment de congrès et de rencontre destinés aux stagiaires). Toute l'équipe était très sympathique et bienveillante, toujours prête à m'expliquer des points techniques de code ou de cosmologie. J'ai eu un avant goût de la recherche au quotidien, sur toute la partie pratique où il faut se plonger dans le code et essayer de comprendre pourquoi les choses ne marchent pas (parce que 95% du temps, elles ne marchent pas). Ce stage n'a fait qu'amplifier mon envie de faire de la recherche, mais cette fois ci en meilleure connaissance de cause.

4 Annexes

Bibliographie utilisée :

- Thèse de Nicolas Fourmanoit *Analyse des 5 ans de SNLS*
- Thèse de francois Hazenberg *Calibration photometrique des SN Ia*
- James Rich, *Fundamentals of cosmology*
- Pierre Astier, *The expansion of the universe observed with supernovae*, 2012
- Article SALT3 de kenworthy 2021

4.0.1 Tableau de classification spectrale des SN

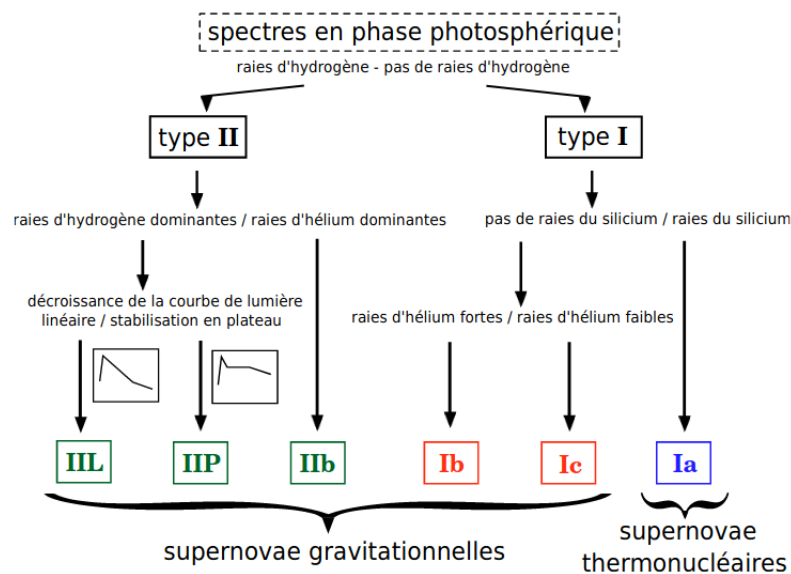


FIGURE 5 – Classification spectrale des types de supernovae, Crédits : Nicolas Fourmanoit

L'identification du type de supernova ne se fait qu'après analyse du spectre.

4.0.2 Méthode de détection de SN, Rolling search

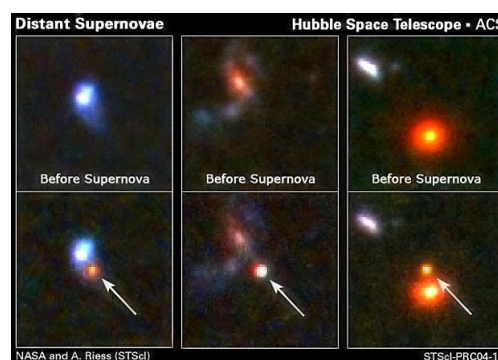


FIGURE 6 – Photographies du Hubble Space Telescope prise avant et après la détection d'une SN. On constate bien l'apparition d'un point lumineux.

4.0.3 Spectre de SN Ia, effet du redshift

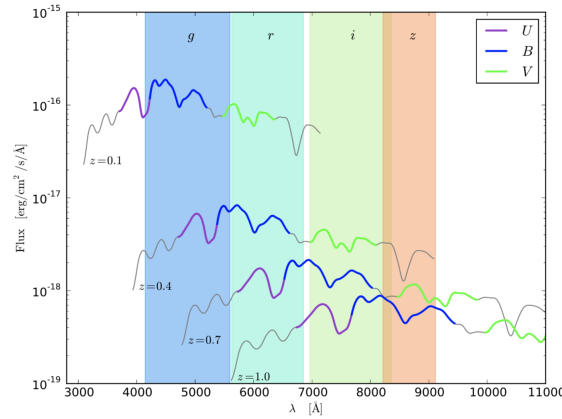


FIGURE 7 – Spectres de la même SN Ia simulée, à différents redshift. les bandes griz correspondent aux filtres que l'on utilise pour mesurer, et les parties bleues, vertes et violettes des courbes correspondent aux flux émis dans le référentiel de la SN dans ces couleurs. Ce qu'on cherche dans le modèle SALT est la magnitude dans la bande bleu, i.e l'intégrale de la partie bleue du flux dans la bande de référence

Les raies spectrales les plus importantes sont celles du silicium, du calcium ou du nickel

4.0.4 Magnitudes, module de distance et dépendance à la SN

Si on pose la magnitude apparente $m_B^* = -2.5 \log(\frac{\phi}{\phi_{ref}})$ avec ϕ_{ref} un flux de photons référence quelconque, et le module de distance $\mu = -5 \log(\frac{d_L}{10 pc})$, on a :

$$\mu \simeq m_b^* + C \quad (4)$$

Or la constante C dépend de la supernova, car toutes les SN Ia n'émettent pas toutes de la lumière à la même intensité. C'est alors qu'on se sert des infos sur la SN en écrivant, avec α, β, C_0 des coefficients à trouver, et s et c des paramètres uniques à la SN, qui caractérisent leur variabilité à un modèle de supenova Ia moyen :

$$\mu \simeq m_b^* + \alpha s + \beta c + C_0 \quad (5)$$

De plus à redshift faible, $d_L \simeq \frac{cz}{H_0}$, alors μ est une fonction affine en $\ln(z)$. Les mesures sont effectuées et enregistrées dans des *survey* comme CFA, CSP, Foundation, SNLS. Après sélection des courbes et spectres qui nous intéressent parmi les différents surveys, on les compile dans un lot d'entraînement qui porte le nom de l'article, comme par exemple le dernier en date K21 (Kenworthy 2021) ou JLA (Joint Lightcurve Analysis). Ce choix des SN est primordial sur la qualité des analyses et de leurs interprétations.



FIGURE 8 – Échelle de magnitude avec quelques valeurs usuelles. Les SN Ia peuvent avoir une magnitude de -19, les SN de type II de -18

4.0.5 Bande d'observation de longueurs d'onde de différents filtres UBVRI et ugriz

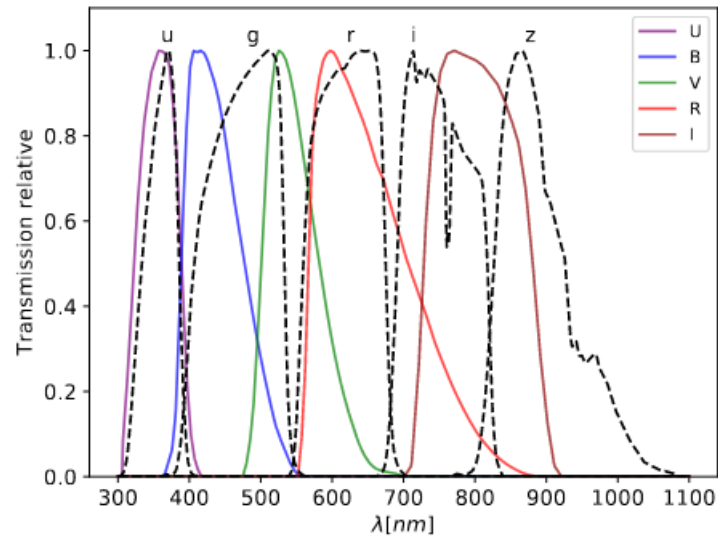


FIGURE 9 – Courbes de transmissions de différents filtres utilisés sur les télescopes lors des survey, crédits François Hazenberg

4.0.6 Ordres de grandeur de redshift usuels

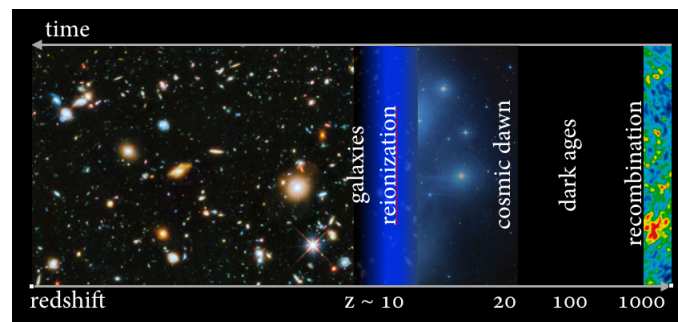


FIGURE 10 – Valeurs de z pour des évènements marquants de l'univers

Les distances et temps dépendent de la cosmologie choisie, alors il est parfois plus simple de juste parler du redshift d'un objet pour le caractériser. Nos observations de SN Ia se font en général en dessous de $z=1$ car l'atmosphère bloque les infrarouges. Subaru et quelques télescopes sont allés au delà de 1 mais la luminosité est très faible alors il est difficile de prendre des données.

4.0.7 Base de splines

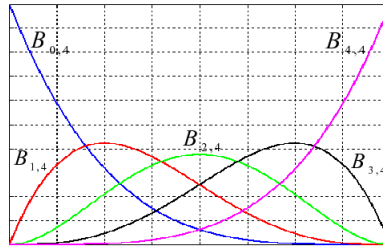


FIGURE 11 – Fonctions de base de splines avec des splines de degré 4. La base est constituéé de 5 splines

Pour le cas 2D, on décrit M dans une base de temps et de longueur d'onde de 100×70 environ :

$$M(t, \lambda) = \sum_{i,j} \theta_{ij} B_i(t) B_j(\lambda) \quad (6)$$

4.0.8 Méthode de Newton Raphson

On pose $R = Y - Mod(\beta)$ les résidus (donc de taille $3N + N_j$). On souhaite alors minimiser $\chi^2 = R^T W R$ avec W la matrice des poids associés à chaque point (dans notre cas on prend $W = Id$). Pour cela, on modifie légèrement β et on fait un équivalent de développement de Taylor au premier ordre avec J la jacobienne :

$$Mod(\beta + \delta\beta) \simeq Mod(\beta) + J\delta\beta \Rightarrow \chi^2 = (R - J\delta\beta)^T W (R - J\delta\beta)$$

On prend alors le gradient pour pouvoir trouver le $\delta\beta$ qu'il faut (NB : on ne peut pas faire ça avec juste β car il ya beaucoup de minima locaux, le fit est non linéaire).

$$\vec{\nabla}_{\delta\beta}(\chi^2) = 0 \Leftrightarrow \delta\beta = (J^T W J)^{-1} (R^T W J) \quad (7)$$

À chaque étape de minimisation, il faut donc recalculer R et J , et trouver l'inverse d'une matrice. Pour cela, on utilise le méthode de Cholesky des inverses en trouvant L triangulaire telle que $J^T W J = L L^T$.

4.0.9 Grandeurs usuelles en cosmologie

Un parsec est défini comme la distance à laquelle une UA (distance terre-soleil, environ 150 millions de km) sous tend une seconde d'arc ($1/3600^\circ$). 1 pc est environ égal à 3.26 années lumières.

La majorité de la masse d'une galaxie est concentrée dans un halo d'environ 50 kpc. Localement, les galaxies se rejoignent en amas de 50 à 100 galaxies qui font entre 2 et 10 Mpc de diamètre en moyenne.

L'univers observable a un diamètre de $d_H = \frac{c}{H_0} \simeq 4,3$ Gpc ; c'est la distance qu'a parcouru la lumière pendant un temps de 13,8 milliards d'années.

Il se produit environ 6 Sn Ia /yr dans un rayon $z = 0,01$, contre 5000 dans un rayon de 0.1.

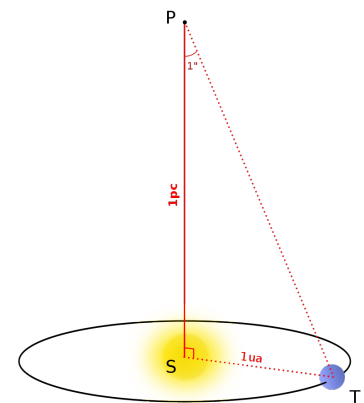


FIGURE 12 – Définition d'un parsec (pc)

4.0.10 Contraintes et régularisation

Pour tenir compte des contraintes et de la régularisation, on rajoute des termes au χ^2 , par ex :

$$\chi^2 = R^T X R + \underbrace{\mu \beta^T P \beta}_{\text{regularisation}} + \underbrace{\lambda (H^T \beta - \alpha)}_{\text{Contraintes}}$$

Le terme de régularisation $\mu \ll R^T W R$ est négligeable lorsque que l'on a des données. La matrice H tient compte des contraintes et vaut $(0, 0, 0, B_1(0), \dots, B_n(0))$ en première ligne pour la première contrainte, α vaut $(1, 0, \dots)$ pour la valeur que l'on veut donner à ces sommes. P est une matrice diagonale $(0, \dots, 0, 1, \dots, 1)$ pour les θ_i , qui force les θ_i à s'annuler là où l'on n'a pas de données ($R=0$). μ est le paramètre de régularisation, λ est une matrice ligne $(\lambda, \dots, \lambda)$ qui somme l'écart entre la contrainte voulue et ce que l'on a.

4.0.11 Brighter-Bluer, Brighter-Slower

Une corrélation a été découverte empiriquement entre le taux de décroissance du flux et son amplitude, et entre la couleur de la SN et son amplitude.

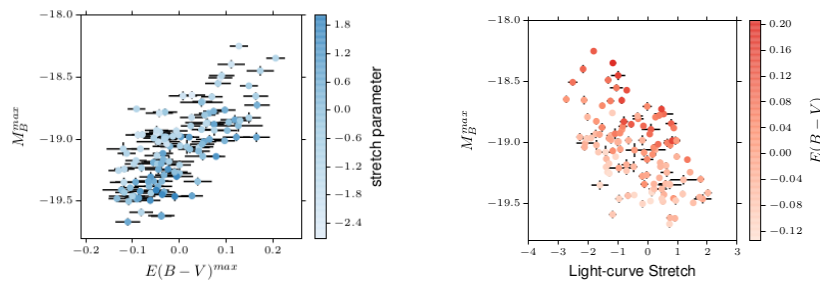


FIGURE 13 – À gauche, la magnitude maximale en fonction de l'excès de couleur (=couleur ici). À droite la magnitude maximale en fonction du stretch. Les couleurs correspondent respectivement au stretch et à la couleur, pour visualiser les deux dépendances en un graphe. Ces mesures proviennent de survey CFA (Center for Astrophysic Supernovae survey).

Un autre paramètre caractérisant l'évolution temporelle la SN est la différence entre la magnitude au maximal et 15 jours plus tard, Δm_{15} . Les deux paramètres Δm_{15} et s sont liés empiriquement par (ajustement fait par Perlmutter et al. 1997) $\Delta m_{15} \sim (1.97 \pm 0.17) \times (s^{-1} - 1) + 1.07$.