



Algorithm Games Challenge

İkinci Etap Soruları

17 Nisan

<https://agc.yildizskylab.com>

<https://eacikkaynak.com>

<https://discord.gg/9Jr7U99DGe>

Algoritmalar

Çözümler: algoritma@yildizskylab.com

Dosya Tipi: .rar .zip

İsimlendirme : isim_soyisim_algoritma_etap2.rar

SORU 4

Bir uzay gemisinde olduğunuzu varsayın, yaşadığınız evrende toplamda N kadar gezegen bulunmakta. Bu gezegenler arasında yolculuk ise sadece solucan delikleri ile mümkün. Geminizde çalışan haritacınız size bir kağıt veriyor ve bu kağıt üstünde bir matris çizili (\mathbf{A} matrisi). Bu matris $N \times N$ 'lik 0 ve 1'lerden oluşan bir matris.

x ve y gezegeleri arasında solucan deliği varsa eğer, $\mathbf{A}[x][y] = 1$ olacaktır, aksi takdirde solucan deliği yoksa $\mathbf{A}[x][y] = 0$ olacaktır. ($\mathbf{A}[x][y] = \mathbf{A}[y][x]$, ve $\mathbf{A}[x][x] = 0$ eğer $x = y$ ise).

Kullanıcıya \mathbf{A} gezegen-yol matrisi ve (x, y) gezegen çifti veriyor. Bu iki gezegen arasında yolculuk yaparken en fazla 1 gezegene uğranabildiğine göre, x gezegeninden y gezegenine toplamda kaç farklı yoldan gidilebileceğini hesaplayan programın kodunu yazınız.

	Gezegen 1	Gezegen 2	Gezegen 3	Gezegen 4
Gezegen 1	0	1	1	1
Gezegen 2	1	0	1	0
Gezegen 3	1	1	0	1
Gezegen 4	1	0	1	0

Figure 4: örnek

$x=2$ $y=4$ arasında 2 farklı yol izlenebilir (2,1,4 ve 2,3,4)

$x=1$ $y=4$ arasında 2 farklı yol izlenebilir (1,4 ve 1,3,4)

Kısıtlamalar

- Kodunuzda if, while ve switch **kullanamazsınız**.
- Kodunuz matris almak dışında (matris alma otomatik $O(N^2)$, o yüzden saymıyoruz) $O(N)$ karmaşıklığa sahip olmalı.

Uyarılar

- Kodunuzda kullanıcı matris girebilecek.
- x ve y ikililerini de sizler vereceksiniz.
- Hangi yollar olduğunu bastırmayınız, yol sayısı yeterli.

Format

- N 'i giriniz: ...
matrisi alınız: ...
 x ve y 'yi giriniz: ...
çıktı: toplam yol sayısı ... kadar.

Soru 5

Fibonacci serisini hepimiz bilmekteyiz (0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21...), ve formal recursive tanımı ise şu şekilde yapılmakta

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \text{ where } F_0 = 0, F_1 = 1$$

Fibonacci serisi aynı zamanda matris çarpımı/üssü şeklinde de yazılabilmektedir (lütfen kafanızda oturtabilmek için elinizle birkaç terimi deneyiniz):

$$\begin{bmatrix} F_{n+2} \\ F_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{n+1} + F_n \\ F_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_{n+1} \\ F_n \end{bmatrix}$$

Aynı formülü F_{n+3} ve F_{n+2} için yazabiliriz:

$$\begin{bmatrix} F_{n+3} \\ F_{n+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{n+2} + F_{n+1} \\ F_{n+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_{n+2} \\ F_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_{n+1} \\ F_n \end{bmatrix}$$

Bunlara bakarak ise Fibonacci serisinin tam tanımını matrisler ile yapabiliriz:

$$\begin{bmatrix} F_{n+2} \\ F_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^n \times \begin{bmatrix} F_2 \\ F_1 \end{bmatrix}$$

Yukarıdaki son formüle dayanarak girilen n değerine göre n . Fibonacci sayısını matris üssü/çarpımı işlemleri ile bulunuz (F_n).

Uyarılar & Kısıtlamalar

- Formülde tanımlanan matrix üssü hızlı bir şekilde hesaplanabilir

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^n = \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{n/2} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{n/2}, & \text{if } n \text{ is even} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{(n-1)/2} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{(n-1)/2}, & \text{if } n \text{ is odd} \end{cases}$$

Bu recursive tanıma göre matris üssü hesaplamamız $O(\log n)$ olacaktır. (**BONUS:** Bu maddedeki gibi matris üssünü recursive hesaplayanlara ek puan verilecektir.)

- Matris işlemlerinin hazırda olduğu kütüphanelerin kullanımı yasaktır (numpy, scipy etc.).
- Matris çarpımının time complexity'si $O(n^3)$ 'tür. Yarışmadan bağımsız, daha efektif çarpım algoritmaları var mıdır araştırabilirsiniz.

Format

- n 'i giriniz: ...
çıktı: ...

SORU 6

Kullanıcıdan X adet N elemanlı vektör alınacaktır. Kullanıcıdan alınan A sayısı kadar random vektör seçilecek, seçilen vektörler seçilme sırasına göre K matrisinin satırları olarak kabul edilecektir. Geriye kalan vektörler L matrisinin satırları olarak kabul edilecektir. Eğer matrisler çarpılabiliyorsa matrislerin çarpımı ekrana yazdırılacaktır. Eğer matrisler çarpılamıyorsa ekrana ? yazdırılacaktır.

Format

X 'i giriniz: ...

N 'yi giriniz: ...

X adet vektör için; i . vektörü giriniz: ...

A sayısını giriniz:

Çıktı:

Matematik

Çözümler: matematik@yildizskylab.com

Dosya Tipi: .rar .zip

İsimplendirme : isim_soyisim_matematik_etap2.rar

Soru 4

$$\begin{bmatrix} 1+a^2-b^2 & 2ab & -2b \\ 2ab & 1-a^2+b^2 & 2a \\ 2b & -2a & 1-a^2-b^2 \end{bmatrix}$$

Determinantını, determinant özelliklerini kullanarak çarpanlara ayırınız. (sârrus yöntemi kullanılmayacak)

Soru 5

- “n” herhangi bir pozitif tam sayı olsun.
- “ $\frac{21n + 4}{14n + 3}$ ” kesirli sayısını ele alalım.

Herhangi bir n tam sayısı için bu kesirli sayının sadeleşmeyeceğini asal sayı gösteriniz.

Soru 6

$$\left. \frac{d_y}{d_x} \right|_{x=0} y = \frac{\sqrt{x^2 + 1} \times e^{\cos x} \times (\cos x)^e}{(1 + x \sin x)^2 \times 2^{3x}}$$

Çözüm yolu ile birlikte sonucunu bulunuz.