ÇARPIM KURALI

1. Özel çarpım kuralı
   A ve B olaylar bağımsız ise $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$

* **Bağımsız olaylar:** İki olayın bağımsız olması, bir olayın olasılığı diğer olayın olasılığından etkilenmemesidir.

* Ayrık olaylar : İki olayın ortak örnek noktası yoktur.
  Yani $A\cap B=\emptyset$

* Bağımsız olaylar için $A\cap B\neq\emptyset$ dir.

* İkiden fazla olaylar için ikişer ikişer ayrıksalar ;
  $P(A_1\cup A_2\cup\ldots\cup A_k)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_k)$

* İkiden fazla olaylar bağımsız iseler ;
  $P(A_1\cap A_2\cap\ldots\cap A_k)=P(A_1)\cdot P(A_2)\cdots P(A_k)$

dır.

2. Genel çarpma kuralı
   ↳ KOŞULLU OLASILIK

* A ve B iki olay olsun $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B/A)$ yazılabiliyorsa A ve B bağımlı olaylar olup A bilindiğinde B'nin koşullu olasılığı olarak tanımlanır.

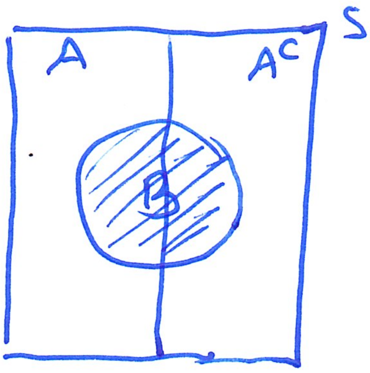
$$P(B/A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

↑

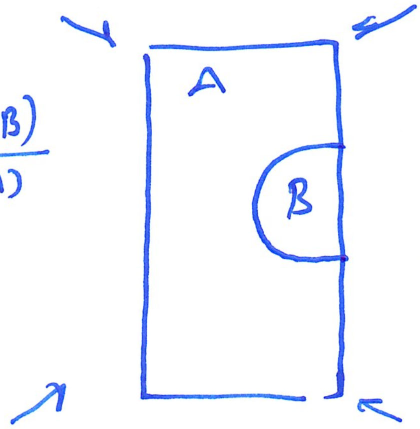
okunuşu A bilindiğinde B nin olasılığı

* $P(B/A) = \dfrac{P(A\cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B/A)$

Venn diyagramı ile anlamaya çalışalım.



$$P(B/A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} \longrightarrow$$



Yani S örnek uzayı A olayına indirgendi (A bilindiği için) Dolayısıyla A üzerinden hesaplamalar geçerlidir.

Örnek: %10 u hatalı çıkan tahta kalemlerinden 50 tane alalım. Rastgele 2 tane seçilseydi ~~ikisi~~ 2 sinin de hatalı olması olasılığı nedir?

A_1 : I. kalem hatalı olsun.
A_2 : II. " " " .
B : 2 sinin de hatalı olması.

İstenilen olasılık $P(B) = ?$

$$P(B) = P(A_1)\cdot P(A_2/A_1) = \frac{5}{50}\cdot\frac{4}{49}$$

Örnek: Sınıflandırma tablosu (OLASILIK hesaplama)

sinemaya gitme sayısı	E	K	
0	20	40	60
1	40	30	70
>1	10	10	20
	70	80	150

(cinsiyet: E, K)

a) Hiç sinemaya gitmeyen erkeklerin olasılığı nedir? $\frac{20}{150}$

b) 1 kez sinemaya giden Erkek ya da Kadı(n) olasılığı nedir?
$P(E\cup K) = P(E) + P(K) = \frac{40}{150} + \frac{30}{150}$

c) 1 den fazla sinemaya giden bir kişinin kadın olması olasılığı nedir?

A: 1 den fazla gitme $\quad P(K/A) = \dfrac{P(A\cap K)}{P(A)} = \dfrac{10/150}{20/150} = \dfrac{10}{20}$

Sayma teknikleri

① Çarpım tekniği: Eğer bir olay m yolda elde ediliyor ve diğer bir olay n yolda elde ediliyorsa, iki olayın elde edilmesi yolu (sayısı) $m \times n$ dir.

Örnek: Bir madeni para 5 kez atılsın. (Uzaydaki örnek nokta sayısı nedir?

I. atışta 2 yolda elde ediliş var {Y, T}
II. " " " " "
III. " " " " "
IV. " " " " "
V. " " " " "

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$$

Örnek: Bir iş adamının gardıropunda 10 gömlek, 40 kravat, 5 takım elbise, 20 çift çorap ve 5 ayakkabısı bulunuyorsa, herhangi bir gün işe gitmek üzere evden çıktığında kaç seçim üzerinden giyinmiştir?

Gömlek seçimi sayısı : 10
Kravat : 40
takım elbise : 5
çorap : 20
Ayakkabı : 5

$$10 \times 40 \times 5 \times 20 \times 5$$

② Toplama tekniği

Bir olay n yolda, diğer bir olay m yolda gerçekleşiyorsa ve bu olaylardan biri ya da diğerinin gerçekleşme yolu (sayısı)

$$n+m$$

dir.

Örnek: İstanbul'dan Ankara'ya uçakla gitme tarifesi 5 ve trenle gitme tarifesi 3 ise bir kişi kaç yolla İstanbul'dan Ankara'ya gidebilir?

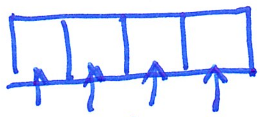
$$5+3$$

Permütasyon

n tane farklı nesnenin sıralanmaları sayısı n-çarpansal (n faktöriyel) olup n! şeklinde gösterilir.

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$$

Örnek: 1, 2, 3, 4 rakamları ile tekrarsız kaç tane 4 basamaklı sayı yazılabilir?



$$1 \times 2 \times 3 \times 4 = 4! = 24$$

Tanım: n tane farklı nesnenin r tanesinin sıralanmaları

$$\frac{n!}{(n-r)!}$$

dır ve $_nP_r$ ile gösterilir. n tane nesnenin r tanesi sıralamalarına **Permütasyon** denir.

Örnek: Bir kitaplıkta 3 boş yer var ve elimizde A, B, C, D etiketli kitaplar varsa kaç farklı şekilde kitaplığa yerleştirebiliriz?

$n = 4$
$r = 3$

$$_4P_3 = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1!} = 4! = 24$$

* $1! = 1$
$0! = 1$

Örnek: 1, 2, 3, 4, 5 rakamlarından 3 basamaklı (tekrarsız) kaç tane sayı yazılabilir?

$n=5$
$r=3$

$${}_5P_3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{\cancel{2!} \times 3 \times 4 \times 5}{\cancel{2!}} = 60$$

Kombinasyon

n farklı nesneden r tanesinin seçimleri sayısı kombinasyon ${}_nC_r$ ile gösterilir ve

$${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

hesaplanır.

Örnek: A, B, C, D kitaplarından 3 tanesinin seçilme sayısı nedir?

$n=4$
$r=3$

$${}_4C_3 = \frac{4!}{3!(4-3)!} = 4$$

Kombinasyon	Permütasyon
ABC	ACB BAC BCA CAB CBA (6)
ABD	(6)
ACD	(6)
BCD	+ (6)
+ 4	24

Örnek: Bir minibüste 10 kişilik yer vardır. 10 kişi pikniğe gitmek üzere kaç şekilde minibüse yerleşebilirler. 10 kişiden 3 tanesi ehliyetlidir.

$${}_3C_1 \times {}_9P_9 = \frac{3!}{1!(3-1)!} \times \frac{9!}{(9-9)!} = 3 \times 9!$$

Örnek: 4 evli çift arasından bir kurul oluşturulacaktır.

a) Kurulda 2E, 1K olması

b) Kurulda evli çift olmaması

c) Kurulda 1 evli çift olması

kaç şekilde mümkündür? Olasılık hesabı yapınız.

a) ${}_4C_2 \times {}_4C_1$ $\qquad P(2E\ 1\ \text{Kadın}) = \dfrac{{}_4C_2 \times {}_4C_2}{{}_8C_3}$

b) A: evli çift bulunmaması

A^c: Evli çift bulunsun $\qquad A^c$ için sayı : ${}_4C_1 \times {}_6C_1$

$$P(A^c) = \frac{{}_4C_1 \times {}_6C_1}{{}_8C_3}$$

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{24}{56}$$

c) Kurulda evli çift bulunma sayısı $\quad {}_4C_1 \times {}_6C_1$

$$P\left(\substack{\text{evli çift}\\ \text{bulunsun}}\right) = \frac{{}_4C_1 \times {}_6C_1}{{}_8C_3}$$