

ANÁLISE DE ALGORITMOS – 2022.2 (Avaliação 2)

1. (1,5 pontos) Suponha que você recebe um vetor A com n números distintos. Você sabe que a sequência de valores $A[1], A[2], \dots, A[n]$ é **unimodal**: para algum índice p tal que $1 \leq p \leq n$, os valores do vetor aumentam até a posição p e depois diminuem até a posição n , ou seja, $A[1] < A[2] < \dots < A[p] > A[p+1] > \dots > A[n]$. Dessa forma, se você desenhar um gráfico com as posições j do vetor no eixo x e o valor $A[j]$ no eixo y , com $1 \leq j \leq n$, os pontos no gráfico vão crescendo até o valor p no eixo x , onde eles alcançam seu ponto máximo, e depois diminuem desse ponto em diante. Você gostaria de encontrar essa posição de pico p sem ter que acessar todas as posições do vetor e acessando o mínimo possível de posições de A . Apresente um algoritmo para encontrar a posição p acessando no máximo $O(\ln n)$ posições do vetor de entrada A . Para facilitar, você pode assumir que os tamanhos dos vetores de entrada A são potências de 2.
2. (1,0 pontos) Como você pode modificar qualquer algoritmo de ordenação para ter um bom tempo de execução de melhor caso? Mais especificamente, para ter tempo $\theta(n)$ no melhor caso. Ilustre sua ideia modificando o MERGE-SORT para que ele tenha tempo $\theta(n)$ no melhor caso.
3. (1,0 pontos) Você está tentando escolher entre três algoritmos A, B e C que resolvem um mesmo problema. Os tempos de execução dos algoritmos A, B e C , em função do tamanho da entrada n , são dados pelas recorrências T_A, T_B e T_C , respectivamente, a seguir:

$$T_A(n) = 8T_A(n/2) + \theta(n)$$

$$T_B(n) = \begin{cases} c_1, & \text{se } n = 1 \\ 2T_B(n-1) + c_2, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$T_C(n) = 9T_C(n/3) + \theta(n^2)$$

Em que c_1 e c_2 são constantes que não dependem do tamanho da entrada n . Assuma que as entradas do algoritmo A possuem tamanhos que são potências de 2 e que as entradas do algoritmo C possuem tamanhos que são potências de 3. Qual o tempo de cada um em notação assintótica θ ? Qual o mais eficiente assintoticamente?