ÁLGEBRA LINEAR – 2017.2 (Avaliação 2) **8,0 de 10**

ESCOLHA SOMENTE 5 QUESTÕES

1. **(2,0 pontos)** Considere o espaço vetorial $P_2 = \{at^2 + bt + c; a, b, c \in \mathbb{R}\}$. Escreva o vetor $\vec{v} = 5t^2 - 5t + 7$ como combinação linear dos vetores $v_1 = t^2 - 2t + 1$, $v_2 = t + 2$ e $v_3 = 2t^2 - t$.

a(1, -2, 1) + b(0, 1, 2) + c(2, +1, 0) = (5, -5, 7)

$$\begin{cases} a + 2c = 5 \\ -2a + b - c = -5 \\ a + 2b = 7 \end{cases}$$

$$-2 + \frac{7-a}{2}\ \frac{-5+a}{2} = -5$$

$$-4a = -12$$

$$a = 3$$

$$c = \frac{5-a}{2}$$

$$c = \frac{5-3}{2} = 1$$

$$b = \frac{7-a}{2} = \frac{7-3}{2} = 2$$

$$R: \{(3, 2, 1)\}$$

2. **(2,0 pontos)** Determine o valor de *k* para que o conjunto de vetores {(-1,0,2),(1,1,1),(*k*,-2,0)} seja Linearmente Independente (LI).

a(-1, 0, 2) + b(1, 1, 1) + c(k, -2, 0)

$$\begin{cases} -a + b + ck = 0 \\ b - 2c = 0 \\ 2a + b = 0 \end{cases}$$

$$b = 2c$$
$$2a = -2c$$
$$c + 2c + ck = 0$$
$$3c + ck = 0$$
$$c(3 + k) = 0$$
$$c = 0$$
$$3 + k = 0$$
$$k = -3$$
$$R: \{k \neq -3\}$$

3. **(2,0 pontos)** Sejam os vetores $v_1 = (1,0,-1)$, $v_2 = (1,2,1)$ e $v_3 = (0,-1,0)$ do $\mathbb{R}^3$. Verifique que $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ é uma base do $\mathbb{R}^3$.

4. **(2,0 pontos)** No espaço vetorial do P_2 considere o produto interno $u(t) \cdot v(t) = \int_0^1 u(t)v(t)dt$. Calcule $||u(t)||$ para $u(t) = t^2 - 2t$.

$$(t^2 - 2t)(t^2 - 2t) = t^4 - 4t^3 + 4t^2$$
$$\int_0^1 (t^4 - 4t^3 + 4t^2)dt$$
$$\frac{t^5}{5} - t^4 + \frac{4t^3}{3}\Big|_0^1$$
$$\frac{1}{5} - 1 + \frac{4}{3} = \frac{3 - 15 + 20}{15} = \frac{8}{15}$$
$$||u(t)|| = \sqrt{\frac{8}{15}}$$

5. **(2,0 pontos)** Seja o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$ munido do produto interno usual. Determine um vetor não nulo desse espaço que seja ortogonal aos vetores $v_1 = (1,1,1,-1)$, $v_2 = (1,2,0,1)$ e $v_3 = (-4,1,5,2)$.

$v_1 = (1,1,1,-1)$ $\quad$ $v_2 = (1,2,0,1)$

$v_3 = (-4,1,5,2)$ $\quad$ $v_4 = (a,b,c,d)$

$v_1 - v_4 = 0$
$v_2 - v_4 = 0$
$v_3 - v_4 = 0$

$$\begin{cases} a + b + c - d = 0 \\ a + 2b + d = 0 \\ -4a + b + 5c + 2d = 0 \end{cases}$$
$$-d = -a - b - c$$
$$d = a + b + c$$
$$a + 2b + a + b + c = 0$$
$$c = -2a - 3b$$
$$-4a + b + 5(-2a - 3b) + 2(a + b + c) = 0$$
$$-4a + b - 10a + 15b + 2a + 2b + 2(-2a - 3b) = 0$$
$$-4a + b - 10a - 15b + 2a + 2b - 4a - 6b = 0$$
$$-16a - 18b = 0$$
$$a = \frac{-9b}{8}$$
$$c = -2\left(\frac{-9b}{8}\right) - 3b$$
$$c = \frac{+9b}{4} - 3b$$
$$c = \frac{-3b}{4}$$
$$d = -\frac{9b}{8} + b - \frac{3b}{4}$$
$$d = \frac{-7b}{8}$$
$$v_4 = \left(\frac{-9b}{8}, b, \frac{-3b}{4}, \frac{-7b}{8}\right)$$
$$R{:}\ Ex\ \ v_4 : \{(-9,8,-6,-7)\}$$

6. **(2,0 pontos)** Seja $B = \{(1,0,0), (0,1,1), (0,1,2)\}$ uma base não ortogonal do $\mathbb{R}^3$. Obtenha uma base ORTONORMAL pelo processo de Gram-Schmidt.