

1. (1,0 pontos) Para a sentença a seguir, verifique se ela é verdadeira ou falsa justificando sua resposta: $\log_2(n)$ é $\theta(\log_{10}(n))$.

$$c_1 = 10^{-4}$$

$$c_2 = 10$$

$$n = 64$$

$$2 < \log_{10} 64 > 1, \\ \text{já que } \log_{10} 100 = 2$$

$$k > n \\ k = 1024$$

$$\log_{10} 1000 = 3 \\ \text{logo,} \\ 4 < \log_{10} 1024 > 3$$

$\log_2 n$ é $\theta(\log_{10} n)$? ✓

Existem c_1, c_2 e n_0 positivos, tal que, para todo $n \geq n_0$

$$c_1 \cdot \log_{10} n \leq \log_2 n \leq c_2 \cdot \log_{10} n$$

$$10^{-4} \cdot \log_{10} 64 \leq \log_2 64 \leq 10 \cdot \log_{10} 64$$

$$10^{-4} \cdot 2 \leq 6 \leq 10 \cdot 1$$

↓
forçando
para cima

↓
forçando
para baixo

$$0,0002 \leq 6 \leq 10.$$

$$10^{-4} \cdot \log_{10} 1024 \leq \log_2 1024 \leq 10 \cdot \log_{10} 1024$$

$$10^{-4} \cdot 4 \leq 10 \leq 10 \cdot 3$$

↓
forçando
para cima

↓
forçando
para baixo

$$0,0004 \leq 10 \leq 30$$

A medida que o n cresce, considerando $n = 64$ e $c_1 = 10^{-4}$ e $c_2 = 10$, observe que a distância aumenta entre $c_1 \cdot g(n) \leq f(n)$ e $f(n) \leq c_2 \cdot g(n)$. Logo, $\log_2 n$ é $\theta(\log_{10} n)$. ✓

2. (1,0 pontos) Justificando sua resposta, determine se a sentença a seguir é verdadeira ou falsa: $(\log_2 n)^3$ é $O(n)$.

$(\log_2 n)^3$ é $O(n)$? ✓

para todo

Existe c e n_0 positivos, com $n \geq n_0$, tal que:

$$\log_2 n \cdot \log_2 n \cdot \log_2 n \leq c \cdot n$$

$$\log_2 2^6 \cdot \log_2 2^6 \cdot \log_2 2^6 \leq 10^2 \cdot 2^6$$

$$6 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 1 \leq 10^2 \cdot 2^6$$

$$216 \leq 6400$$

$$c = 100$$

$$n_0 = 64$$

$$c = 10^2$$

$$n = 64$$

$$k > n$$

$$k = 1024$$

$$\log_2 2^{10} \cdot \log_2 2^{10} \cdot \log_2 2^{10} \leq 10^2 \cdot 2^{10}$$

$$10 \cdot 10 \cdot 10 \leq 100 \cdot 1024$$

$$1000 \leq 102400$$

a partir de $n = 64$,
considerando $c = 10^2$.

A medida que n aumenta, a distância aumenta. Logo, é $O(n)$ a função $(\log_2 n)^3$. ✓

3. (1,5 pontos) Escreva o algoritmo INSERTION-SORT para ordenar de forma monotonicamente decrescente no lugar de monotonicamente crescente.

```
Insertion-Sort(A, n-1)
j = 0
for i = 0 to n-1; i++
    while j ≥ 0
        if A[j] < A[j+1]
            aux = A[j]
            A[j] = A[j+1]
            A[j+1] = aux
            j++
    j = 0
```

→ não vai parar!

1 2 3 4	2 1 3 4	2 3 1 4
i : 0	i : 0	i : 0
j : 0	j : 1	j : 2

→ não é o insertion!