2022-2023 学年 YZSY C2 上期末数学试卷

参考答案与试题解析

一、单选题（每题 3 分，共 10 小题）

1．（3 分）下列服装中是轴对称图形的是(　　)

A. 

B. 

C. 

D. 

【解答】解：选项 A、C、D 的图形不能找到这样的一条直线，使图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，所以不是轴对称图形．

选项 B 的图形能找到这样的一条直线，使图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，所以是轴对称图形．

故选：B．

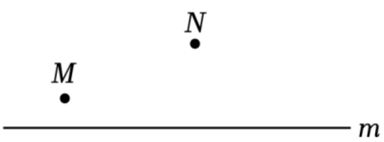
2．（3 分）新型冠状病毒是个肉眼看不见的小个子，但它在病毒家族里却算是大个子，某新型冠状病毒的直径是 $0.000000075m$，将数字 0.000000075 用科学记数法表示为(　　)

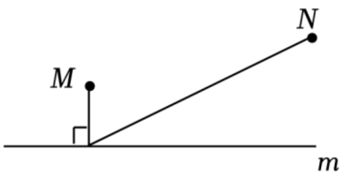
A．75×10^{-8}　　B．7.5×10^{-8}　　C．0.75×10^{-8}　　D．7.5×10^{-9}

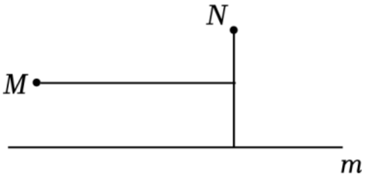
【解答】解：$0.000000075=7.5\times10^{-8}$，

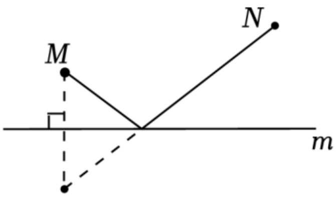
故选：B．

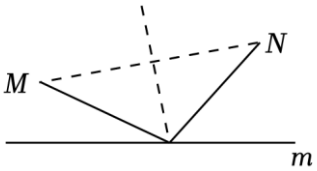
3．（3 分）如图，河道 m 的同侧有 M、N 两个村庄，计划铺设一条管道将河水引至 M，N 两地，下面的四个方案中，管道长度最短的是(　　)



A. 

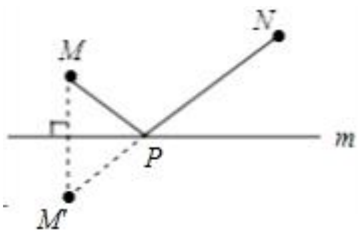
B. 

C. 

D. 

【解答】解：作点M关于直线m的对称点M'，连接$M'N$交直线m于点P，则$MP+NP=M'N$，此时管道长度最短．

故选：C．



4．（3 分）下列各式从左到右的变形中，正确的是(　　)

A．$\dfrac{x^2+y^2}{x^2y^2}=\dfrac{x+y}{xy}$　　　　B．$\dfrac{y}{x}=\dfrac{y^2}{x^2}$

C．$\dfrac{a+b}{a-b}=\dfrac{a^2-b^2}{(a-b)^2}$　　　　D．$\dfrac{-a+b}{a}=-\dfrac{a+b}{a}$

【解答】解：A、$\dfrac{x^2+y^2}{x^2y^2}\neq\dfrac{x+y}{xy}$，故$A$不符合题意．

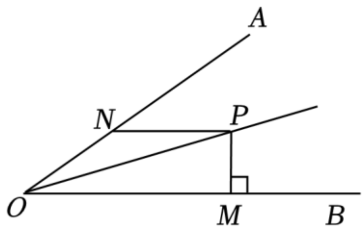
B、$\dfrac{y}{x}\neq\dfrac{y^2}{x^2}$，故$B$不符合题意．

C、$\dfrac{a+b}{a-b}=\dfrac{a^2-b^2}{(a-b)^2}$，故$C$符合题意．

D、$\frac{-a+b}{a}\neq-\frac{a+b}{a}$，故 D 不符合题意．

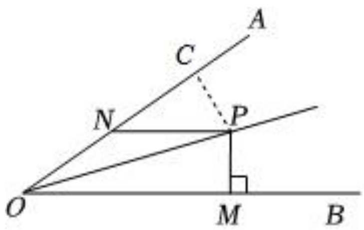
故选：C．

5．（3 分）如图，$\angle AOB=30^{\circ}$，P 是 $\angle AOB$ 的角平分线上的一点，$PM\perp OB$ 于点 M，$PN//OB$ 交 OA 于点 N，若 $PM=1$，则 PN 的长为(　　)



A．1　　　　B．1.5　　　　C．3　　　　D．2

【解答】解：过点 P 作 $PC\perp OA$，垂足为 C，



$\because OP$ 平分 $\angle AOB$，

$\therefore \angle AOP=\angle POB=\frac{1}{2}\angle AOB=15^{\circ}$，

$\because PM\perp OB$，$PC\perp OA$，

$\therefore PM=PC=1$，

$\because PN//OB$，

$\therefore \angle NPO=\angle POB$，

$\therefore \angle AOP=\angle NPO$，

$\therefore NO=NP$，

$\therefore \angle AOP=\angle NPO=15^{\circ}$，

$\therefore \angle ANP=\angle AOP+\angle NPO=30^{\circ}$，

$\therefore PN=2PC=2$，

故选：D．

6．（3 分）随着市场对新冠疫苗需求越来越大，为满足市场需求，某大型疫苗生产企业更新技术后，加快了生产速度，现在平均每天比更新技术前多生产 10 万份疫苗，现在生产 500 万份疫苗所需的时间与更新技术前生产 400 万份疫苗所需时间少用 5 天，设现在每天生产 x 万份，据题意可列方程为(　　)

A. $\frac{400}{x}=\frac{500}{x+10}-5$　　B. $\frac{400}{x-10}=\frac{500}{x}+5$

C. $\frac{400}{x}=\frac{500}{x-10}+5$　　D. $\frac{400}{x-10}=\frac{500}{x}-5$

【解答】解：$\because$ 现在平均每天比更新技术前多生产 10 万份疫苗，且现在每天生产 x 万份疫苗，

$\therefore$ 更新技术前每天生产 $(x-10)$ 万份疫苗．

依题意得：$\frac{400}{x-10}=\frac{500}{x}+5$．

故选：B．

7．（3 分）对于实数 a、b，定义一种新运算“$\otimes$”为：$a\otimes b=\frac{1}{a-b^{2}}$，这里等式右边是实数运算．例如：$1\otimes 3=\frac{1}{1-3^{2}}=-\frac{1}{8}$．则方程 $x\otimes(-2)=\frac{2}{x-4}-1$ 的解是(　　)

A. $x=5$　　B. $x=6$　　C. $x=7$　　D. $x=8$

【解答】解：根据题意，得 $\frac{1}{x-4}=\frac{2}{x-4}-1$，

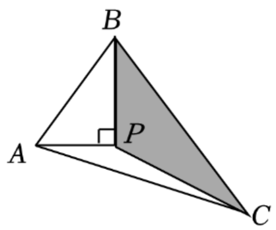
去分母得：$1=2-(x-4)$，

解得：$x=5$，

经检验 $x=5$ 是分式方程的解．

故选：A．

8．（3 分）如图，ΔABC 的面积为 $6cm^{2}$，BP 平分 $\angle ABC$，$AP\perp BP$ 于 P，连接 PC，则 ΔPBC 的面积为(　　)



A. $2cm^{2}$　　B. $2.5cm^{2}$　　C. $3cm^{2}$　　D. $3.5cm^{2}$

【解答】解：延长 AP 交 BC 于 E，

$\because BP$ 平分 $\angle ABC$，

$\therefore \angle ABP=\angle EBP$，

$\because AP\perp BP$，

$\therefore \angle APB=\angle EPB=90^{\circ}$，

在 ΔABP 和 ΔEBP 中，

$\begin{cases}\angle ABP=\angle EBP\\ BP=BP\\ \angle APB=\angle EPB\end{cases}$,

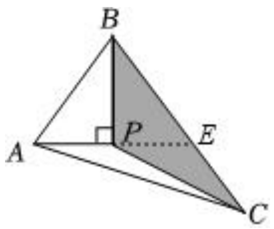
$\therefore \Delta ABP\cong \Delta EBP(ASA)$,

$\therefore AP=PE$,

$\therefore S_{\Delta ABP}=S_{\Delta EBP}$, $S_{\Delta ACP}=S_{\Delta ECP}$,

$\therefore S_{\Delta PBC}=\frac{1}{2}S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\times 6=3(cm^2)$.

故选：C.



9．（3 分）下列结论：①不论 a 为何值时 $\frac{a}{a^2+1}$ 都有意义；②$a=-1$ 时，分式 $\frac{a+1}{a^2-1}$ 的值为 0；③若 $\frac{x^2+1}{x-1}$ 的值为负，则 x 的取值范围是 $x<1$；④若 $\frac{x+1}{x+2}\div\frac{x+1}{x}$ 有意义，则 x 的取值范围是 $x\neq -2$ 且 $x\neq 0$．其中正确的是(　　)

A．①③　　B．②④　　C．①③④　　D．①②③④

【解答】解：①正确，$\because a$ 不论为何值不论 $a^2+1>0$，$\therefore$ 不论 a 为何值 $\frac{a}{a^2+1}$ 都有意义；

②错误，$\because$ 当 $a=-1$ 时，$a^2-1=1-1=0$，此时分式无意义，$\therefore$ 此结论错误；

③正确，$\because$ 若 $\frac{x^2+1}{x-1}$ 的值为负，即 $x-1<0$，即 $x<1$，$\therefore$ 此结论正确；

④错误，根据分式成立的意义及除数不能为 0 的条件可知，若 $\frac{x+1}{x+2}\div\frac{x+1}{x}$ 有意义，则 x 的取值范围是即 $\begin{cases}x+2\neq 0\\ x\neq 0\\ \frac{x+1}{x}\neq 0\end{cases}$，$x\neq -2$，$x\neq 0$ 且 $x\neq -1$，故此结论错误．

故选：A.

10．（3 分）$(a+b)^n$ (n 为非负整数）当 $n=0$，1，2，3，…时的展开情况如下所示：

$(a+b)^0=1$

$(a+b)^1=a+b$

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$(a+b)^4=a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$

$(a+b)^5=a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$

观察上面式子的等号右边各项的系数，我们得到了如图所示：

这就是南宋数学家杨辉在其著作《详解九章算法》中列出的一个神奇的“图”，他揭示了$(a+b)^n$展开后各项系数的情况，被后人称为“杨辉三角”．根据图，你认为$(a+b)^9$展开式中所有项系数的和应该是(　　)

1
1　1
1　2　1
1　3　3　1
1　4　6　4　1
1　5　10　10　5　1
……

A．128　　B．256　　C．512　　D．1024

【解答】解：当$n=0$时展开式所有系数的和为$1=2^0$．

当$n=1$时展开式所有系数的和为$2=2^1$．

当$n=2$时展开式所有系数的和为2^2．

当$n=3$时展开式所有系数的和为$8=2^3$．

当$n=4$时展开式所有系数的和为$16=2^4$．

当$n=5$时展开式所有系数的和为$32=2^5$．

……

$\therefore$当$n=9$时展开式所有系数的和为$2^9=512$．

故选：C．

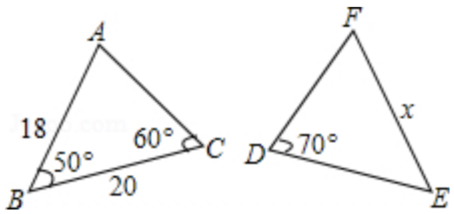
二、填空题（每题3分，共6小题）

11．（3分）已知式子$\dfrac{1}{x+5}$在实数范围内有意义，则x的取值范围是$\underline{\quad x\neq -5\quad}$．

【解答】解：由题意得，$x+5\neq 0$，解得$x\neq -5$．

故答案为：$x\neq -5$．

12．（3分）如图，$\Delta ABC\cong\Delta DEF$，请根据图中提供的信息，写出$x=\underline{\quad 20\quad}$．



【解答】解：如图，$\angle A=180°-50°-60°=70°$，

$\because \Delta ABC\cong \Delta DEF$，

$\therefore EF=BC=20$，

即 $x=20$．

故答案为：20．

13．（3 分）如果 $x^2+y^2=10$， $x-y=2$，那么代数式 $2x^2-2y^2$ 的值是 __± 16__．

【解答】解：$\because x-y=2$，

$\therefore (x-y)^2=4$，即 $x^2+y^2-2xy=4$，

$\because x^2+y^2=10$，

$\therefore 2xy=6$，

$\therefore x^2+y^2+2xy=10+6=16$，即 $(x+y)^2=16$，

$\therefore x+y=\pm 4$， $2x^2-2y^2=2(x^2-y^2)=2(x+y)(x-y)$，

当 $x+y=4$ 时，原式 $=2\times 2\times 4=16$，

当 $x+y=-4$ 时，原式 $=2\times 2\times (-4)=-16$，

故答案为：± 16．

14．（3 分）若 $x^2+x-1=0$，则 $1998x^3+3996x^2+24=$ __2022__．

【解答】解：$\because x^2+x-1=0$，

$\therefore x^2+x=1$，

$\therefore 1998x^3+3996x^2+24$

$=1998x(x^2+x+x)+24$

$=1998x(x+1)+24$

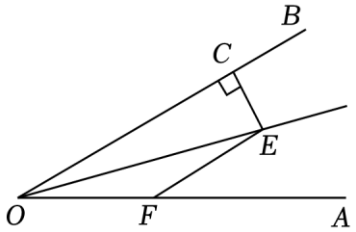
$=1998(x^2+x)+24$

$=1998+24$

$=2022$，

故答案为：2022．

15.（3 分）如图，点 E 在 $\angle BOA$ 的平分线上，$EC \perp OB$，垂足为 C，点 F 在 OA 上，若 $\angle AFE = 30°$，$EC = 2$，则 $EF =$ ___4___．



【解答】解：如图，作 $EG \perp AO$ 于点 G，

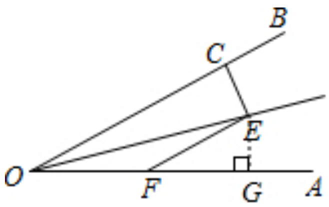
$\because$ 点 E 在 $\angle BOA$ 的平分线上，$EC \perp OB$，$EC = 2$，

$\therefore EG = EC = 2$，

$\because \angle AFE = 30°$，

$\therefore EF = 2EG = 2 \times 2 = 4$，

故答案为：4．



16.（3 分）如果 a，b，c 是正数，且满足 $a+b+c=6$，$\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{1}{b+c}+\dfrac{1}{c+a}=\dfrac{2}{3}$，则 $\dfrac{a}{b+c}+\dfrac{b}{c+a}+\dfrac{c}{a+b}$ 的值为 ___1___．

【解答】解：$\because a+b+c=6$，

$\therefore a=6-(b+c)$，$b=6-(a+c)$，$c=6-(a+b)$，

$\therefore \dfrac{a}{b+c}+\dfrac{b}{c+a}+\dfrac{c}{a+b}$

$=\dfrac{6-(b+c)}{b+c}+\dfrac{6-(a+c)}{c+a}+\dfrac{6-(a+b)}{a+b}$

$=\dfrac{6}{b+c}-1+\dfrac{6}{c+a}-1+\dfrac{6}{a+b}-1$

$=6(\dfrac{1}{b+c}+\dfrac{1}{c+a}+\dfrac{1}{a+b})-3$，

$\because \dfrac{1}{a+b}+\dfrac{1}{b+c}+\dfrac{1}{c+a}=\dfrac{2}{3}$，

$\therefore$ 原式 $=6\times\dfrac{2}{3}-3=1$．

故答案为：1．

三、解答题（17，18，19 题 6 分，20，21 题 8 分，22，23 题 9 分，24，25 题 10 分）

17．（6 分）计算：

（1）$|-3|-\sqrt{16}+\sqrt[3]{-8}+(-2)^{2}$．

（2）$(-1)^{2021}+|1-\sqrt{2}|-\sqrt[3]{27}+\sqrt{4}$．

【解答】解：（1）$|-3|-\sqrt{16}+\sqrt[3]{-8}+(-2)^{2}$

$=3-4+(-2)+4$

$=-1+(-2)+4$

$=-3+4$

$=1$；

（2）$(-1)^{2021}+|1-\sqrt{2}|-\sqrt[3]{27}+\sqrt{4}$

$=-1+\sqrt{2}-1-3+2$

$=\sqrt{2}-3$．

18．（6 分）因式分解

（1）$18(a-b)^{2}-12(b-a)$；

（2）$xy^{3}-2x^{2}y^{2}+x^{3}y$．

【解答】解：（1）原式$=18(a-b)^{2}+12(a-b)$

$=6(a-b)[3(a-b)+2]$

$=6(a-b)(3a-3b+2)$；

（2）原式$=xy(y^{2}-2xy+x^{2})$

$=xy(x-y)^{2}$．

19．（6 分）已知 $m^{2}+m-2=0$，求代数式 $(m+\dfrac{2m+1}{m})\div\dfrac{m+1}{m^{2}}$ 的值．

【解答】解：$(m+\dfrac{2m+1}{m})\div\dfrac{m+1}{m^{2}}$

$=\dfrac{m^{2}+2m+1}{m}\cdot\dfrac{m^{2}}{m+1}$

$=\dfrac{(m+1)^{2}}{m}\cdot\dfrac{m^{2}}{m+1}$

$=m(m+1)$

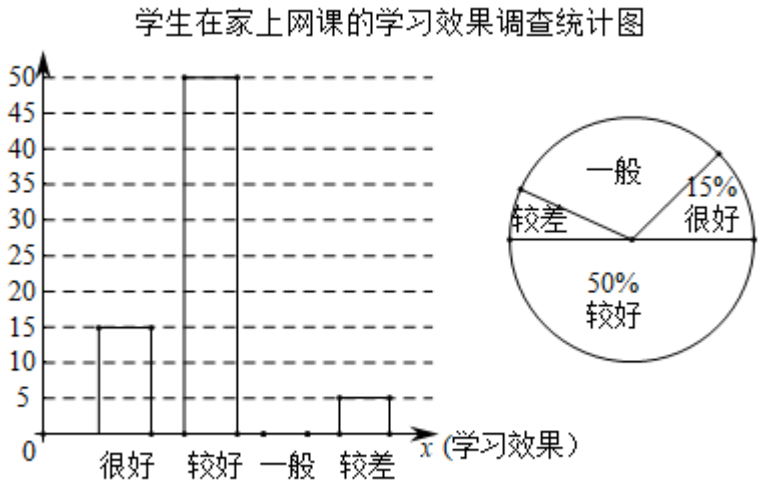
$=m^2+m$，

$\because m^2+m-2=0$，

$\therefore m^2+m=2$，

$\therefore$原式$=2$．

20．（8 分）某校为了解疫情期间学生在家上网课的学习情况，随机抽取了该校部分学生对其学习效果进行调查，根据相关数据，绘制成如图不完整的统计图．



（1）此次调查该校学生人数为 <u>100</u> 名，学习效果“较差”的部分对应的圆心角度数为 ____；

（2）补全条形图；

（3）请估计该校 3000 名学生疫情期间网课学习效果“一般”的学生人数．

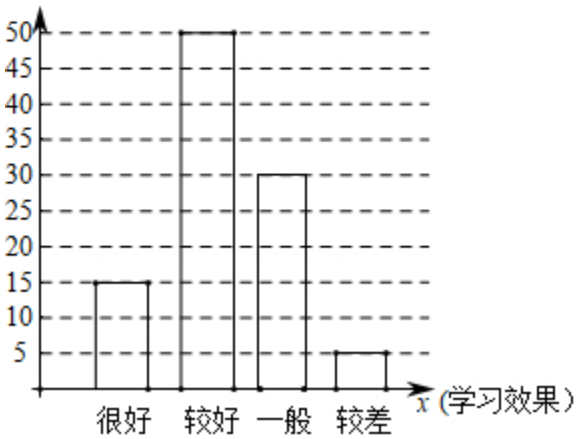
【解答】解：（1）此次调查的学生人数为$15\div15\%=100$（名），

学习效果“较差”的部分对应的圆心角度数为$360^\circ\times\frac{5}{100}=18^\circ$，

故答案为：100，18°．

（2）学习效果“一般”的人数为$100-(15+50+5)=30$（名），

补全图形如下：



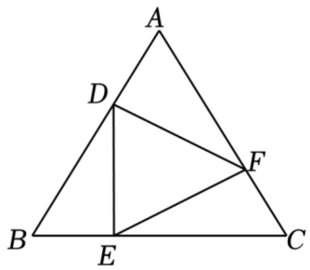
（3）听课效果一般的学生所占百分比为$\dfrac{(100-15-50-5)}{100}\times 100\%=30\%$，

由样本估计总体得：该校听课效果一般的学生人数为$3000\times 30\%=900$（名），

答：估计该校听课效果一般的学生人数为900名．

21．（8分）已知：如图，在等边三角形ABC的三边上，分别取点D，E，F，使$AD=BE=CF$．

求证：ΔDEF是等边三角形．



【解答】证明：$\because\Delta ABC$是等边三角形，

$\therefore AB=BC=AC$，

$\because AD=BE=CF$，

$\therefore AF=BD$，

在ΔADF和ΔBED中，

$$\begin{cases}AD=BE\\ \angle A=\angle B\\ AF=BD\end{cases},$$

$\therefore\Delta ADF\cong\Delta BED(SAS)$，

$\therefore DF=DE$，

同理$DE=EF$，

$\therefore DE=DF=EF$．

$\therefore \Delta DEF$ 是等边三角形．

22．（9 分）在新冠肺炎疫情期间，某校为了常态化的测量学生的体温，拟购买若干个额温枪发放到班主任和相关人员手中，现有 A 型、B 型两种型号的额温枪可供选择．已知每只 A 型额温枪比每只 B 型额温枪贵 20 元，用 5000 元购进 A 型额温枪的数量与用 4500 元购进 B 型额温枪的数量相等．

（1）每只 A 型、B 型额温枪的价格各是多少元？

（2）若该校计划购进 A 型 B 型额温枪共 30 只，且购进两种型号额温枪的总金额不超过 5800 元，则最多可购进 A 型额温枪多少只？

【解答】解：（1）设 A 型额温枪的价格是 x 元，B 型额温枪的价格是 $(x-20)$ 元，

由题意可得：$\dfrac{5000}{x}=\dfrac{4500}{x-20}$，

解得：$x=200$，

经检验：$x=200$ 是原方程的根，

$\therefore x-20=180$ 元，

答：A 型额温枪的价格是 200 元，B 型额温枪的价格是 180 元；

（2）设购进 A 型号额温枪 a 只，

$\because 200a+180(30-a)\leqslant 5800$，

$\therefore a\leqslant 20$，

$\therefore$ 最多可购进 A 型号额温枪 20 只．

23．（9 分）如图，AD 为 ΔABC 的角平分线．

（1）如图 1，若 $CE\perp AD$ 于点 F，交 AB 于点 E，$AB=8$，$AC=5$．则 $BE=$ __3__．

（2）如图 2，若 $\angle C=2\angle B$，点 E 在 AB 上，且 $AE=AC$，$AB=a$，$AC=b$，求 CD 的长；（用含 a、b 的式子表示）

（3）如图 3，$BG\perp AD$，点 G 在 AD 的延长线上，连接 CG，若 ΔACG 的面积是 7，求 ΔABC 的面积．

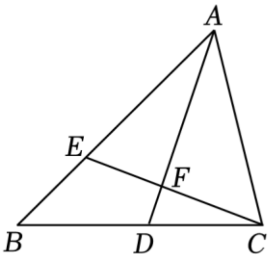


图1

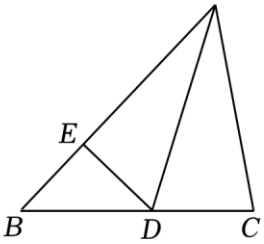


图2

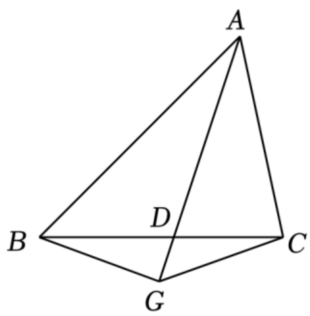


图3

【解答】解：（1）$\because AD$平分$\angle BAC$，

$\therefore \angle EAF=\angle CAF$，

$\because CE\perp AD$，

$\therefore \angle AFE=\angle AFC=90^{\circ}$，

在ΔAEF和ΔACF中，

$$\begin{cases}\angle EAF=\angle CAF\\ AF=AF\\ \angle AFE=\angle AFC\end{cases}，$$

$\therefore \Delta AEF\cong \Delta ACF(ASA)$，

$\therefore AE=AC=5$，

$\because AB=8$，

$\therefore BE=AB-AE=8-5=3$；

故答案为：3．

（2）$\because AD$平分$\angle BAC$，

$\therefore \angle EAD=\angle CAD$，

在ΔAED和ΔACD中，

$$\begin{cases}AE=AC\\ \angle EAD=\angle CAD\\ AD=AD\end{cases}，$$

$\therefore \Delta AED\cong \Delta ACD(SAS)$，

$\therefore \angle AED=\angle C$，$ED=CD$，

$\because AE=AC$，$AB=a$，$AC=b$，

$\therefore BE=AB-AE=a-b$，

在ΔBDE中，$\angle AED=\angle B+\angle BDE$，

$\therefore \angle C=\angle B+\angle BDE$，

$\because \angle C=2\angle B$，

$\therefore \angle B=\angle BDE$，

$\therefore DE=BE=a-b$，

$\therefore CD=a-b$；

（3）如图，延长AC、BG交于H，

$\because AD$平分$\angle BAC$，

$\therefore \angle BAG=\angle HAG$，

$\because BG\perp AD$，

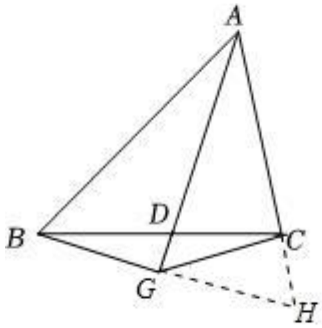
$\therefore \angle AGB=\angle AGH=90^{\circ}$，

在ΔABG和ΔAHG中，

$\begin{cases}\angle BAG=\angle HAG\\ AG=AG\\ \angle AGB=\angle AGH\end{cases}$，

$\therefore \Delta ABG\cong \Delta AHG(ASA)$，

$\therefore BG=GH$，$S_{\Delta ABG}=S_{\Delta AHG}$，



$\therefore S_{\Delta CBG}=S_{\Delta CGH}$，

设$S_{\Delta CBG}=S_{\Delta CGH}=x$，

$\because S_{\Delta ACG}=7$，

$\therefore S_{\Delta AGH}=S_{\Delta ACG}+S_{\Delta CGH}=7+x$，

$\therefore S_{\Delta ABG}=S_{\Delta AHG}=7+x$，

$\therefore S_{\Delta ABH}=2(7+x)=14+2x$，

$\therefore S_{\Delta ABC}=S_{\Delta ABH}-(S_{\Delta CBG}+S_{\Delta CGH})=14+2x-(x+x)=14$．

24．（10分）定义：在分式中，对于只含有一个字母的分式，如果分子的次数低于分母的次数，称这样的分式为真分式．例如，分式$\dfrac{4}{x+2}$，$\dfrac{3x^2}{x^3-4x}$是真分式．如果分子的次数高于或等于分母的次数，称这样的分式为假分式．例如，分式$\dfrac{x+1}{x-1}$，$\dfrac{x^2}{x+1}$是假分式．一个假分式可以化为一个整式与一个真分式的和．例如$\dfrac{x+1}{x-1}=\dfrac{(x-1)+2}{x-1}=1+\dfrac{2}{x-1}$．

（1）判断：分式$\dfrac{1}{x}$是 $\underline{\quad 真分式 \quad}$，分式$\dfrac{x^2}{2x}$是 $\underline{\quad\quad}$；（填“真分式”或“假分式” ）

（2）将假分式$\dfrac{2x-1}{x+1}$化为一个整式与一个真分式的和；

（3）若x是整数，且分式$\dfrac{x^2}{x-3}$的值为整数，求x的值．

【解答】解：（1）$\because$分式$\dfrac{1}{x}$的分子的次数为 0，低于分母的次数 1，

所以是真分式；

$\because$分式$\dfrac{x^2}{2x}$的分子的次数为 2，高于分母的次数 1，

$\therefore$是假分式；

（2）由题可得，$\dfrac{2x-1}{x+1}=\dfrac{2(x+1)-3}{x+1}=2-\dfrac{3}{x+1}$；

（3）$\dfrac{x^2}{x-3}$

$=\dfrac{x^2-9+9}{x-3}$

$=\dfrac{(x+3)(x-3)+9}{x-3}$

$=x+3+\dfrac{9}{x-3}$，

$\because$分式的值为整数，且x为整数，

$\therefore x-3=\pm9$，$x-3=\pm3$，$x-3=\pm1$

$\therefore x=12$，-6，6，0，4，2，

故x的值为：12，-6，6，0，4，2．

25．(10 分)如图，RtΔACB 中，$\angle ACB=90^{\circ}$，$AC=BC$，E点为射线CB上一动点，连接AE，作$AF\perp AE$且$AF=AE$．

（1）如图 1，过F点作$FD\perp AC$交AC于D点，求证：$\Delta ADF\cong\Delta ECA$，并写出$EC$、$CD$和$DF$的数量关系；

（2）如图 2，连接BF交AC于G点，若$\dfrac{AG}{CG}=3$，求证：E点为BC中点；

（3）当E点在射线CB上，连接BF与直线AC交于G点，若$\dfrac{BC}{BE}=\dfrac{7}{3}$，求$\dfrac{AG}{CG}$．

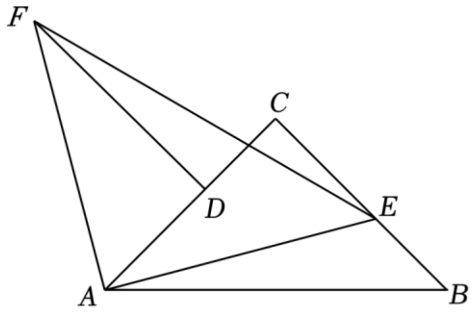


图1

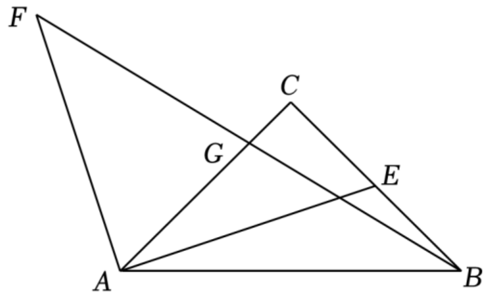


图2

【解答】（1）证明：如图 1，$\because \angle FAD+\angle CAE=90^{\circ}$， $\angle FAD+\angle AFD=90^{\circ}$，

$\therefore \angle CAE=\angle AFD$，

在 ΔADF 和 ΔECA 中，

$\begin{cases}\angle ADF=\angle ECA\\ \angle DFA=\angle CAE\\ AF=AE\end{cases}$，

$\therefore \Delta ADF\cong\Delta ECA(AAS)$，

$\therefore AD=EC$， $FD=AC$，

$\therefore CE+CD=AD+CD=AC=FD$， 即 $EC+CD=DF$；

（2）证明：如图 2，过 F 点作 $FD\perp AC$ 交 AC 于 D 点，

$\because \Delta ADF\cong\Delta ECA$，

$\therefore FD=AC=BC$，

在 ΔFDG 和 ΔBCG 中，

$\begin{cases}\angle FGD=\angle CGB\\ \angle FDG=\angle C=90^{\circ}\\ FD=BC\end{cases}$，

$\therefore \Delta FDG\cong\Delta BCG(AAS)$，

$\therefore GD=CG$，

$\because \dfrac{AG}{CG}=3$，

$\therefore \dfrac{AD}{CG}=2$，

$\therefore \dfrac{AD}{AC}=\dfrac{1}{2}$，

$\because AD=CE$， $AC=BC$，

$\therefore \dfrac{CE}{BC}=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore E$ 点为 BC 中点；

（3）解：过 F 作 $FD\perp AG$ 的延长线交于点 D，如图 3，

$\because \dfrac{BC}{BE}=\dfrac{7}{3}$，$BC=AC$，$CE=CB+BE$，

$\therefore \dfrac{AC}{CE}=\dfrac{7}{10}$，

由（1）（2）知：$\Delta ADF\cong\Delta ECA$，$\Delta GDF\cong\Delta GCB$，

$\therefore CG=GD$，$AD=CE$，

$\therefore \dfrac{AC}{AD}=\dfrac{7}{10}$，

$\therefore \dfrac{AC}{CD}=\dfrac{7}{3}$，

$\therefore \dfrac{AG}{CG}=\dfrac{17}{3}$，

同理，当点 E 在线段 BC 上时，$\dfrac{AG}{CG}=\dfrac{11}{3}$.

故答案为：$\dfrac{17}{3}$ 或 $\dfrac{11}{3}$.

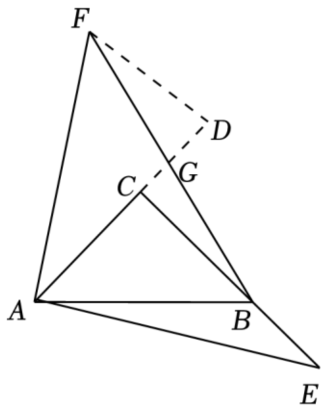


图3

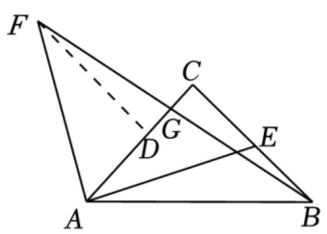


图2