2024—2025 学年度第一学期八年级期中考试

数学试题卷

考试时间：2024 年 11 月 6 日　14:00～16:00

注意事项：

1．答题前，请先将自己的姓名、班级、考场号、座位号填写清楚；

2．必须在答卷上答题，在草稿纸、试题卷上答题无效；

3．答题时，请考生注意各大题号后面的答题提示；

4．请注意卷面，保持字体工整、笔迹清晰、卷面清洁；

5．答卷上不准使用涂改液、涂改胶和贴纸；

6．本试卷时量 120 分钟，满分 120 分．

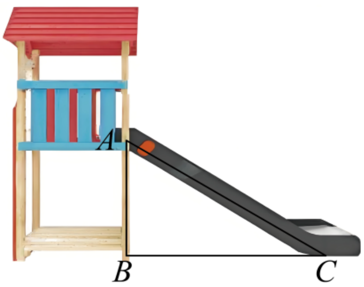
一、选择题（本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．每小题只有一个正确选项）

1．剪纸窗花不仅是艺术品，更是文化的传承与创新．它们通过谐音、象征等手法，构成富于寓意的艺术画面．下面是某学校部分学生的作品，其中不是轴对称图形的是（　）

A．  B．  C． 

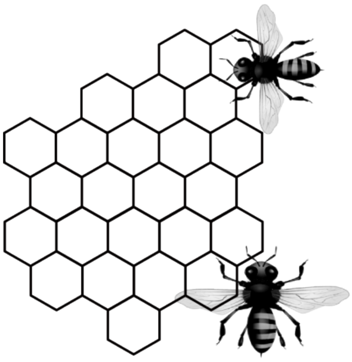
D． 

2．如图是某公园的一滑梯侧面图，已知 $\angle ACB=30^\circ$，滑梯架的高 AB 为 2m，则滑梯 AC 长为（　）



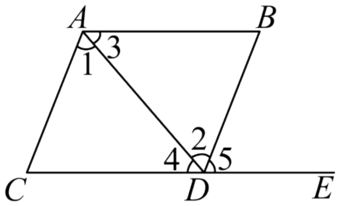
A．4m　　B．5m　　C．6m　　D．7m

3．蜜蜂的蜂巢的优美形状，是自然界最有效劳动的代表，如图，它是由很多个大小几乎相同的正六边形蜂房组成．正六边形的每个外角是（　）



A．30°　　B．45°　　C．60°　　D．120°

4．如图，点 E 在 CD 延长线上，下列条件中能判定 $AB\parallel CE$ 的是（　）

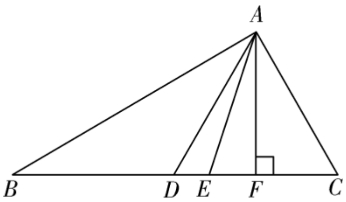


A．$\angle 5=\angle C$　　B．$\angle 1=\angle 2$　　C．$\angle B=\angle C$　　D．$\angle C+\angle CAB=180°$

5．下列式子计算正确的是（　）

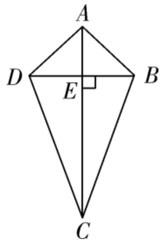
A．$(2ab)^2=4ab^2$　　B．$\left(-y^3\right)^2=-y^6$　　C．$x^2\bullet x^3=x^5$　　D．$xy^7\div xy^3=xy^4$

6．如图，已知 D 是 BC 的中点，AE，AF 分别是 $\triangle ABC$ 的角平分线、高线，则下列结论正确的是（）



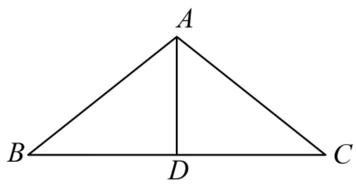
A．$AD=CD$　　B．$\angle CAE=\frac{1}{2}\angle BAC$　　C．$\angle AEB=90°$　　D．$DF=CF$

7．如图是一风筝的骨架图，其中点 E 为 BD 中点，且 AC 垂直于 BD，若 $AB=2\text{cm}$，四边形 $ABCD$ 的周长为 16cm，则 CD 的长为（　）



A．2cm　　B．6cm　　C．7cm　　D．14cm

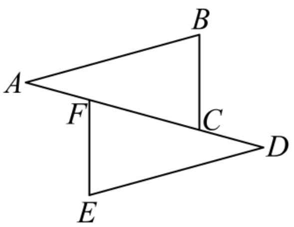
8．“一亭幽绝费平章，峡口清风赠晚凉．前度桃花斗红紫，今来枫叶染丹黄．饶将春色输秋色，迎过朝阳送夕阳．此地四时可乘兴，待谁招鹤共翱翔．”其中“一亭”指的是具有一座悠久历史的古典园林建筑——“爱晚亭”．如图，“爱晚亭”的顶端可看作等腰三角形 ABC，$AB=AC$，D 是边 BC 上的一点．下列条件不能说明 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线的是（　）



A．$\angle DAB=\angle DAC$　　B．$AD\perp BD$

C．$BC=2AD$　　D．$\triangle ABD$ 与 $\triangle ACD$ 的周长相等

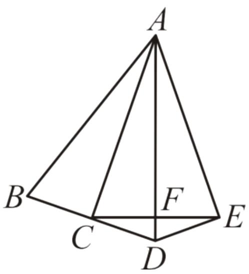
9．如图，已知 $\triangle ABC\cong\triangle DEF$，则下列结论不正确的是（　）



A．$AB=DE$　　B．$AB\parallel DE$

C．$AF=DC$　　D．$\angle BCD=\angle DFE$

10．如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，点 C 是 BD 上一点，过点 C 作 $\angle ACE=\angle B$，交 AD 于点 F，连接 AE,CE，且 $AE=AC$，则下列结论正确的个数是（　）



①$BC=DE$, ②$\angle ACB=\angle CFD$, ③$\angle CED=\angle CAD$, ④$CD=DE$．

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

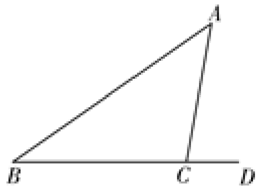
二、填空题（本大题共6个小题，每小题3分，共18分）

11．数学与现实生活息息相关，在下列三个生活中常见的物品中，具有稳定性的是______．（填序号）

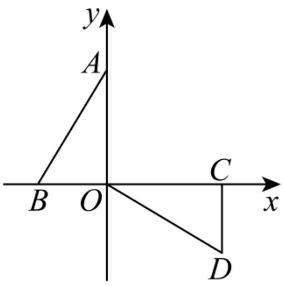
①自行车的三角形车架，②起重机的三角形吊臂，③相机三脚架．

12．公路边上的很多汽车警示标志形状都是等边三角形．我们知道等边三角形是轴对称图形，它有______条对称轴．

13．如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ACD=80°$，$\angle BAC=45°$，则$\angle B=$______°．

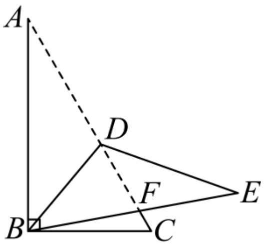


14．如图，在平面直角坐标系中，已知$A(0,5)$，$B(-3,0)$，若$\triangle AOB\cong\triangle OCD$，那点$D$的坐标是______．



15．如果$a+3b-2=0$，那么$3^a\times 27^b$的值为____．

16．如图，在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle ABC=90°$，$\angle C=60°$，$AB=2\sqrt{3}$，$BC=2$，点D是边AC上一动点．连接BD，将$\triangle ABD$沿BD折叠，得到$\triangle EBD$，其中点A落在E处，BE交AC于点F，当$\triangle EBD$为直角三角形时，EF的长度是______．



三、解答题（本大题共9个小题，第17、18、19题每小题6分，第20、21题每小题8分，第22、23题每小题9分，第24、25题每小题10分，共72分．解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤）

17．计算：

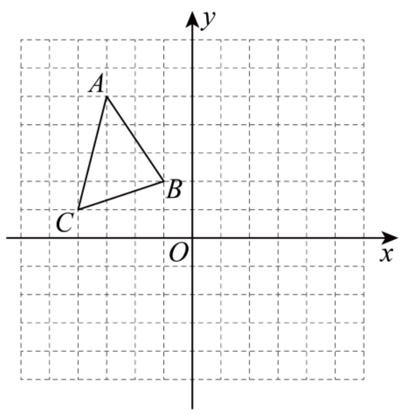
(1) $\left(\pi-1\right)^{0}-\left|2-\sqrt{3}\right|$；

(2) $\left(-1\right)^{2024}+\left(2^{2}\right)^{2}-\sqrt[3]{27}$．

18．（1）解方程组：$\begin{cases}3\left(x-1\right)+y=0\\3x-2\left(y-2\right)=7\end{cases}$；

（2）解不等式组：$\begin{cases}4x-1>2x\\-\frac{1}{2}x\le\frac{2}{3}-x\end{cases}$．

19．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，$\triangle ABC$ 三个顶点坐标分别为 $A\left(-3,5\right)$，$B\left(-1,2\right)$，$C\left(-4,1\right)$．



(1)请画出$\triangle ABC$关于y轴对称的$\triangle A_1B_1C_1$；

(2)请直接写出点B_1，C_1的坐标；

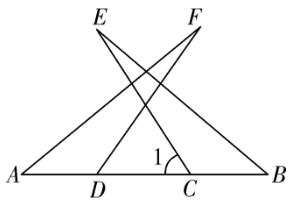
(3)请求出$\triangle ABC$的面积.

20．先化简，再求值：

(1)$\left(x^3\right)^2+x(5-x)-x^4\cdot x^2$，其中$x=3$；

(2)$\left(2y\right)^2+(x+2y)(x-y)-x^5\div x^3$，其中$x=\pi^0$，$y=2$.

21．如图，已知 $AC=BD$，$\angle A=\angle B$，$\angle E=\angle F$．



(1)证明：$\triangle ADF\cong\triangle BCE$；

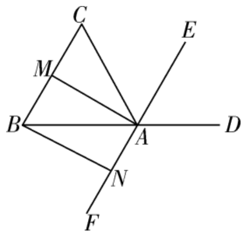
(2)若 $\angle A=40°$，$\angle E=20°$，求 $\angle 1$ 的度数．

22．秋季由于气候干燥，天气转冷，用火用电情况大量增加，起火原因增多，火灾危险性加大．为了加强秋季防火用电安全，提高同学们的安全防范意识，某学校组织了“用电安全”知识竞赛，对表现优异的班级进行奖励，学校购买了若干支钢笔和中性笔．购买5支钢笔和10支中性笔共需110元；购买8支钢笔和6支中性笔共需126元．

(1)求购买1支钢笔和1支中性笔各需多少元；

(2)若学校购买钢笔和中性笔共200支，其中钢笔的数量不得少于中性笔数量的$\frac{1}{3}$，且总支出不超过1364元，那学校有哪几种购买方案？

23．如图，AE平分$\angle CAD$，N为AE反向延长线上的一点，$AE \parallel BC$，$AN = CM$．



(1)求证：$\triangle ABC$为等腰三角形；

(2)若$\angle CAD = 120^\circ$，$AN = 2$，且$AM \perp BC$，求AC的长．

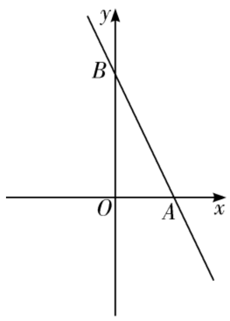
24．“2024 ESG全球领导者大会”于10月在上海黄浦区举行．大会围绕能源与双碳、绿色金融、可持续发展、科技与公益等前沿议题，推动全球ESG合作、发展与共赢．我们规定，在平面直角坐标系中，对于点$P_0(m,n)$作如下“可持续发展”变换：若$m \geq n$，则作它关于x轴的对称点；若$m < n$，则作它关于y轴的对称点．点P_0作第一次“可持续发展”变换得到点P_1，再将点P_1作第二次“可持续发展”变换得到点P_2．若P_0与P_2重合，我们称点P_0为“可持续发展点”；若P_0与P_2不重合，我们称点P_0为“合作共赢点”．

(1)将点$P_0(3,2)$作如上“可持续发展”变换，则点P_1的坐标为________，点P_2的坐标为________，由此，点P_0为“________点”（填“可持续发展”或“合作共赢”）；

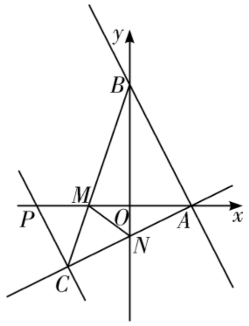
(2)若点$P_0(m,n)$为第三象限中的一点，求证：P_0必为“合作共赢点”，且$S_{\triangle P_0P_1P_2} = 2mn$；

(3)若点$P_0(m,n)$为第三象限中的一点，且$P_0P_1 = 18$，$S_{\triangle P_0P_1P_2} = 18$，若$t$为实数，$m > n$，当$\left|t^2 - mn\right| - m = 10 + n$时，求出$t$的值和$P_0$的坐标．

25．如图①所示，在平面直角坐标系中，若$A(a,0)$，$B(0,\ b)$，且$\left(a-4\right)^2+\sqrt{8-b}=0$．



图①



图②

(1)求A，B两点的坐标；

(2)若以AB为直角边作等腰直角三角形ABC，请直接写出所有可能的点C的坐标；

(3)如图②，在（2）中，若点C为第三象限的点，且AC与y轴交于点N，BC与x轴交于点M，连接MN，过点C作$CP\perp AC$交x轴于点P，求点C到MN的距离．

1．C

【分析】本题考查了轴对称图形的识别．根据如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴进行分析即可．

【详解】解：A、B、D 选项中的图形都能找到这样的一条直线，使图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，所以是轴对称图形；

C 选项中的图形不能找到这样的一条直线，使图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，所以不是轴对称图形；

故选：C．

2．A

【分析】此题主要考查了含$30°$角的直角三角形的性质，关键是掌握在直角三角形中，$30°$角所对的直角边等于斜边的一半．利用含$30°$角的直角三角形的性质可得答案．

【详解】解：$\because$在$\text{Rt}\triangle ABC$中，$\angle ACB=30°$，$AB=2\text{m}$，

$\therefore AC=2AB=4\text{m}$，

故选：A．

3．C

【分析】本题主要考查了正多边形外角和定理，正多边形的每个外角的度数都相等，且它们的度数之和为 360 度，据此求解即可．

【详解】解：$\frac{360°}{6}=60°$，

$\therefore$正六边形的每个外角是$60°$，

故选：C．

4．D

【分析】此题主要考查了平行线的判定，正确掌握平行线的判定方法是解题关键．直接利用平行线的判定方法分别判断得出答案．

【详解】解：A、当$\angle 5=\angle C$时，可得：$AC \parallel BD$，不合题意；

B、；当$\angle 1=\angle 2$时，可得：$AC \parallel BD$，不合题意；

C、当$\angle B=\angle C$时，不能判定$AB \parallel CE$，不符合题意；

D、当$\angle C+\angle CAB=180°$时，可得：$AB \parallel CE$，符合题意．

故选：D．

5．C

【分析】此题考查了同底数幂的乘法，积的乘方以及幂的乘方，单项式除以单项式，解题的关键是掌握幂的有关运算法则．根据同底数幂的乘法，积的乘方以及幂的乘方，单项式除以单项式，逐个求解即可．

【详解】解：A、$\left(2ab\right)^2=4a^2b^2$，原选项错误，不符合题意；

B、$\left(-y^3\right)^2=y^6$，原选项错误，不符合题意；

C、$x^2\cdot x^3=x^5$，正确，符合题意；

D、$xy^7\div xy^3=y^4$，原选项错误，不符合题意．

故选：C．

6．B

【分析】本题考查了三角形的中线、角平分线和高，熟记定义是解题的关键．根据三角形的中线、角平分线、高线的定义进行判断即可．

【详解】解：A、$\because AD$ 是$\triangle ABC$ 的中线，

$\therefore BD=CD$，

故此选项不符合题意；

B、$\because AE$ 是$\triangle ABC$ 的角平分线，

$\therefore \angle CAE=\frac{1}{2}\angle BAC$，

故此选项符合题意；

C、$\because AF$ 是$\triangle ABC$ 的高线，

$\therefore \angle AFC=90^\circ$，

由外角性质得$\angle AEB>\angle AFB=\angle AFC=90^\circ$，

$\therefore \angle AEB\neq 90^\circ$，

故此选项不符合题意；

D、从现有条件无法证得$DF=CF$，

故此选项不符合题意；

故选：B．

7．B

【分析】本题主要考查了线段垂直平分线的性质，四边形的周长等知识．首先根据已知可得AC 是线段BD的垂直平分线，进而可得$AD=AB=2\text{cm}$，$BC=CD$，由此即可求解．

【详解】解：∵点 E 为 BD 中点，且 $AC \perp BD$，即 AC 是 BD 的垂直平分线，

$\therefore AD = AB = 2\text{cm}$，$BC = CD$，

∵四边形 $ABCD$ 的周长为 16cm，即 $AD + AB + CD + BC = 16\text{cm}$，

$\therefore CD = \dfrac{16 - 2 \times 2}{2} = 6(\text{cm})$，

故选 B．

8．C

【分析】本题主要考查了等腰三角形的性质，熟练掌握等腰三角形三线合一，是解题的关键．根据等腰三角形“三线合一”逐项进行判断即可．

【详解】解：A．$\because \angle DAB = \angle DAC$，

$\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$，即 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，故 A 不符合题意；

B．$\because AB = AC$，$AD \perp BD$，

$\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$，即 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，故 B 不符合题意；

C．根据 $BC = 2AD$ 不能判断 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，故 C 符合题意；

D．$\because \triangle ABD$ 与 $\triangle ACD$ 的周长相等，

$\therefore AB + BD + AD = AC + CD + AD$，

$\therefore BD = CD$，

$\because AB = AC$，

$\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$，即 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，故 D 不符合题意．

故选：C．

9．D

【分析】本题主要考查了全等三角形的性质．熟练掌握全等三角形的性质定理，是解决问题的关键．

根据全等三角形的性质定理逐项判断即可．

【详解】A、$\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$，

$\therefore AB = DE$，

∴A 正确，不符合题意；

B、$\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$，

$\therefore \angle A = \angle D$，

$\therefore AB \parallel DE$，

$\therefore$B 正确，不符合题意；

C、$\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$，

$\therefore AC = DF$，

$\therefore AC - CF = DF - CF$，

$\therefore AF = DC$，

$\therefore$C 正确，不符合题意；

D、$\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$，

$\therefore \angle ACB = \angle DFE$，

$\therefore \angle BCD \neq \angle DFE$.

$\therefore$D 不正确，符合题意.

故选：D.

10．C

【分析】本题考查三角形内角和定理及其推论、等腰三角形的性质、全等三角形的判定与性质等知识，证明$\triangle ADE \cong \triangle ABC$是解题的关键．证明$\triangle ADE \cong \triangle ABC$，再根据全等三角形的性质及等腰三角形的性质进行推导即可.

【详解】解：$\because AB = AD$，$AE = AC$，

$\therefore \angle B = \angle ADB$，$\angle ACE = \angle AEC$，

$\because \angle ACE = \angle B$，

$\therefore \angle B = \angle ADB = \angle ACE = \angle AEC$，

$\therefore \angle BAD = 180° - \angle B - \angle ADB$，$\angle CAE = 180° - \angle ACE - \angle AEC$，

$\therefore \angle CAE = \angle BAD$，

$\therefore \angle DAE = \angle BAC$，

在$\triangle ADE$和$\triangle ABC$中，

$$\begin{cases} AE = AC \\ \angle DAE = \angle BAC, \\ AD = AB \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle ABC(\mathrm{SAS})$，

$\therefore BC = DE$，故①正确，符合题意；

$\because \angle AFE = 180° - \angle EAF - \angle AEF, \angle ACB = 180° - \angle BAC - \angle B$

$\therefore \angle AFE = \angle ACB,$

$\because \angle AFE = \angle CFD$

$\therefore \angle ACB = \angle CFD$，故②正确，符合题意；

$\because \triangle ADE \cong \triangle ABC$，

$\therefore \angle FDE = \angle B,$

$\because \angle B = \angle ACF$，

$\therefore \angle FDE = \angle ACF$，

$\because \angle AFC$ 与 $\angle DFE$ 互为对顶角，

$\therefore \angle AFC = \angle DFE$，

$\because \angle DEC = 180° - \angle FDE - \angle DFE$，$\angle DAC = 180° - \angle ACF - \angle AFC,$

$\therefore \angle DEC = \angle DAC$，故③正确，符合题意；

从题目现有条件无法证出 $CD = DE$，故④错误，不符合题意．

故选：C．

11．①②③

【分析】此题考查了三角形的特性：稳定性，应注意在实际生活中的应用．只要三角形的三边确定，则三角形的大小唯一确定，即三角形的稳定性．

【详解】解：①自行车的三角形车架，利用了三角形的稳定性；

②起重机的三角形吊臂，利用了三角形的稳定性；

③相机三脚架，利用了三角形的稳定性；

故利用了三角形稳定性的有①②③．

故答案为：①②③．

12．3

【分析】本题考查的是轴对称图形的概念，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，等边三角形有3条对称轴．等边三角形是轴对称图形，它有3条对称轴，就是三条角平分线所在的直线．

【详解】解：等边三角形是轴对称图形，它有3条对称轴，就是三条角平分线所在的直线．

故答案为：3．

13．35

【分析】本题考查了三角形外角的性质，根据三角形的一个外角等于不相邻的两个内角的和求解即可．

【详解】解：∵$\angle ACD=80^\circ$，$\angle BAC=45^\circ$，

∴$\angle B=\angle ACD-\angle BAC=80^\circ-45^\circ=35^\circ$.

故答案为：35.

14．$(5,-3)$

【分析】本题考查了全等三角形的性质，坐标轴上的点的坐标，根据全等三角形的性质求出OC,CD是解答关键.

根据$A(0,5)$，$B(-3,0)$可得到$AO=5,OB=3$，再利用全等三角形的对应边相等，求出CD，OC即可求解.

【详解】解：∵$A(0,5)$，$B(-3,0)$，

∴$AO=5,OB=3$.

∵$\triangle AOB\cong\triangle OCD$，

∴$CD=OB=3$，$OC=AO=5$，

∴$D(5,-3)$.

故答案为：$D(5,-3)$.

15．9

【分析】把题目所给等式和所求代数式进行等价变形，再代入计算即可.

【详解】解：∵$a+3b-2=0$，

∴$a+3b=2$.

∴$3^a\times27^b=3^a\times\left(3^3\right)^b=3^a\times3^{3b}=3^{a+3b}=3^2=9$.

【点睛】本题考查同底数幂的乘法，幂的乘方运算，正确进行等价变形是解题关键.

16．$2\sqrt{3}-2$或$\sqrt{3}$

【分析】分两种情况：当$\angle EDF=90^\circ$时，可证得$\triangle BCF$是等边三角形，得出$BF=BC=2$，再由$EF=BE-BF$，即可求得；当$\angle DFE=90^\circ$时，利用直角三角形性质可得$\therefore BF=\frac{1}{2}AB=\sqrt{3}$，再由$EF=BE-BF$，即可求得$EF$长.

【详解】解：∵$\angle ABC=90^\circ$，$\angle A=30^\circ$，$AB=2\sqrt{3}$，$BC=2$，

∴$\angle C=60^\circ$，

由折叠知，$\angle E=\angle A=30^\circ$，$EB=AB=2\sqrt{3}$，

当$\angle EDF=90^\circ$时，$\angle DFE=90^\circ-\angle E=60^\circ$，

$\therefore \angle BFC=\angle DFE=60^\circ=\angle C$，

$\therefore\triangle BCF$是等边三角形，

$\therefore BF=BC=2$，

$\therefore EF=BE-BF=2\sqrt{3}-2$；

当$\angle DFE=90^\circ$时，$\angle BFA=180^\circ-\angle DFE=90^\circ$，

在$\mathrm{Rt}\triangle ABF$中，

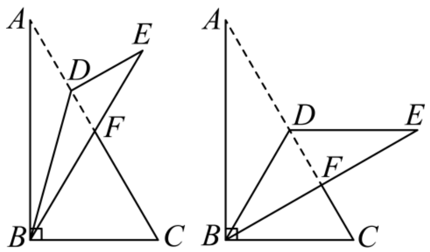
$\because \angle A=30^\circ$，

$\therefore BF=\frac{1}{2}AB=\sqrt{3}$，

$\therefore EF=EB-BF=\sqrt{3}$；

综上所述，EF的长度为$2\sqrt{3}-2$或$\sqrt{3}$．

故答案为：$2\sqrt{3}-2$或$\sqrt{3}$．



【点睛】本题主要考查了直角三角形折叠，熟练掌握直角三角形性质，等边三角形的判定和性质，折叠变换的性质，含30°的直角三角形性质，分类讨论，是解题关键．

17．(1)$\sqrt{3}-1$

(2)14

【分析】本题考查了实数的运算，理解零指数幂，绝对值的性质，立方根，幂的乘方等相关知识是解答关键．

（1）根据零指数幂的运算法则，绝对值的性质来进行计算求解；

（2）根据乘方，幂的乘方和立方根的性质来进行计算求解．

【详解】（1）解：$(\pi-1)^0-\left|2-\sqrt{3}\right|$

$=1-\left(2-\sqrt{3}\right)$

$=1-2+\sqrt{3}$

$=\sqrt{3}-1$．

（2）解：$(-1)^{2024}+\left(2^2\right)^2-\sqrt[3]{27}$

$=1+4^2-3$

$=1+16-3$

$=14$．

18．（1）$\begin{cases}x=1\\y=0\end{cases}$　（2）$\frac{1}{2}<x\le\frac{4}{3}$

【分析】本题主要考查了解二元一次方程组和不等式组，熟练掌握解二元一次方程组和不等式组的方法，是解题的关键．

（1）用加减消元法解二元一次方程组；

（2）先求出两个不等式的解集，然后再求出不等式组的解集即可．

【详解】解：（1）$\begin{cases}3(x-1)+y=0①\\3x-2(y-2)=7②\end{cases}$，

将方程组整理得$\begin{cases}3x+y=3③\\3x-2y=3④\end{cases}$，

③-④，得$y=0$，

将$y=0$代入③，得$x=1$，

∴该方程组的解为$\begin{cases}x=1\\y=0\end{cases}$；

（2）$\begin{cases}4x-1>2x①\\-\frac{1}{2}x\le\frac{2}{3}-x②\end{cases}$

解不等式①得$x>\frac{1}{2}$，

解不等式②得$x\le\frac{4}{3}$，

∴该不等式组的解集为$\frac{1}{2}<x\le\frac{4}{3}$．

19．(1)见解析

(2) $B_1(1,2), C_1(4,1)$

(3) 5.5

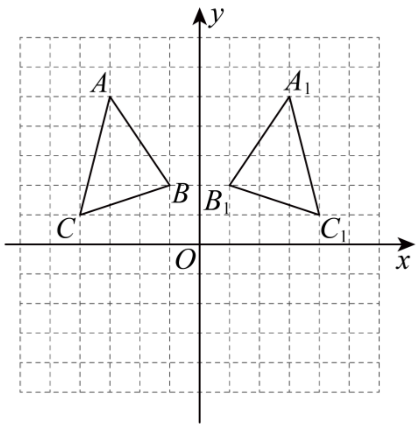
【分析】本题主要考查作图—轴对称变换，解题的关键是熟练掌握轴对称变换的定义与性质等知识点.

（1）分别作出点 A，B，C 关于 y 轴的对称点，再顺次连接即可得；

（2）根据图形分别写出各点坐标即可；

（3）利用割补法求解可得.

【详解】（1）解：如图所示，$\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.



（2）解：$B_1(1,2), C_1(4,1)$；

（3）解：$S_{\triangle ABC}=3\times 4-\frac{1}{2}\times 1\times 4-\frac{1}{2}\times 1\times 3-\frac{1}{2}\times 2\times 3$

$=12-2-1.5-3$

$=5.5$.

20．(1) $5x-x^2$；6

(2) $2y^2+xy$；10

【分析】此题考查了整式的四则混合运算－化简求值，幂的运算法则及零指数幂，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

（1）原式利用幂的乘方、同底数幂相乘及单项式乘多项式法则，进行计算得到最简结果，把 $x=3$ 的值代入计算即可求出值；

（2）原式利用积的乘方、同底数幂相除及多项式乘多项式法则进行化简，把 x 与 y 的值代入计算即可求出值.

【详解】（1）解：原式 $=x^6+5x-x^2-x^6$

$=5x-x^2$.

当$x=3$时，

原式$=5\times3-3^2=6$；

（2）解：原式$=4y^2+x^2-xy+2xy-2y^2-x^2$

$=2y^2+xy$，

当$x=\pi^0=1$，$y=2$时，

原式$=2\times2^2+1\times2=10$．

21．(1)证明见解析

(2)60°

【分析】此题考查全等三角形的判定及三角形外角的性质，关键是根据AAS证明$\triangle ADF\cong\triangle BCE$．

（1）根据AAS证明$\triangle ADF$与$\triangle BCE$全等即可；

（2）利用三角形外角的性质解答即可．

【详解】（1）$\because AC=BD$，

$\therefore AC-CD=BD-CD$，

$\because AD=BC$，

在$\triangle ADF$和$\triangle BCE$中，

$$\begin{cases}\angle F=\angle E\\ \angle A=\angle B\\ AD=BC\end{cases},$$

$\therefore\triangle ADF\cong\triangle BCE\left(\mathrm{AAS}\right)$；

（2）$\because\angle B=\angle A=40^\circ$，$\angle E=20^\circ$，

$\therefore\angle1=\angle B+\angle E=40^\circ+20^\circ=60^\circ$．

22．(1)12元；5元

(2)3种，方案见解析

【分析】本题考查了二元一次方程组的应用和一元一次不等式组的应用，解题的关键是读懂题意，找出之间的数量关系，列出二元一次方程组和一元一次不等式组．

（1）设购买一支钢笔需x元，一支中性笔需y元，根据购买5支钢笔和10支中性笔共需110元；购买8支钢笔和6支中性笔共需126元．可得出方程组，解出即可．

（2）设购买a支钢笔，则购买$\left(200-a\right)$支中性笔，根据钢笔的数量不得少于中性笔数量的

$\frac{1}{3}$，且总支出不超过1364元，列不等式组求出a的取值范围，即可得出购买方案.

【详解】（1）解：设购买一支钢笔需x元，一支中性笔需y元.

由题意，得$\begin{cases}5x+10y=110\\8x+6y=126\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=12\\y=5\end{cases}$

答：购买一支钢笔需12元，一支中性笔需5元.

（2）解：设购买a支钢笔，则购买$\left(200-a\right)$支中性笔.

由题意，得$\begin{cases}a\geq\frac{1}{3}\left(200-a\right)\\12a+5\left(200-a\right)<1364\end{cases}$

解得$50\leq a\leq 52$.

$\because a$为整数，

$\therefore a=50$，51，52.

$\therefore$有以下3种购买方案：

①当购买钢笔的数量为50支时，中性笔数量为$200-50=150$(支)；

②当购买钢笔的数量为51支时，中性笔数量为$200-51=149$(支)；

③当购买钢笔的数量为52支时，中性笔数量为$200-52=148$(支).

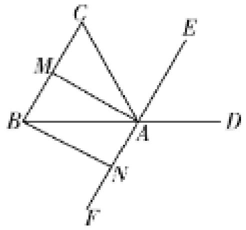
23．(1)证明见解析

(2)4

【分析】(1)根据平行线的性质可证，$\angle C=\angle CAE$、$\angle ABC=\angle DAE$，根据角平分线的性质可证$\angle CAE=\angle DAE$，等量代换可得$\angle C=\angle ABC$，根据等角对等边可证$\triangle ABC$是等腰三角形；

(2)根据$\angle CAD=120^\circ$可以求出$\angle BAC=60^\circ$，根据有一个角是60°的等腰三角形是等边三角形可得$\triangle ABC$是等边三角形，根据等边三角形的三线合一定理可得$BM=CM=AN$，从而求出AC的长度.

【详解】（1）证明：如下图所示，



$\because AE \parallel BC$，

$\therefore \angle C = \angle CAE$， $\angle ABC = \angle DAE$，

$\because AE$ 平分 $\angle CAD$，

$\therefore \angle CAE = \angle DAE$，

$\therefore \angle C = \angle ABC$，

$\therefore AB = AC$，

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形；

（2）解：$\because \angle CAD = 120^\circ$，

$\therefore \angle BAC = 60^\circ$，

$\because \triangle ABC$ 是等腰三角形，

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore AB = BC = AC$，

$\because AM \perp BC$，

$\therefore BM = CM = AN = 2$，

$\therefore BC = BM + CM = 4$，

$\therefore AC = 4$．

故答案为4．

【点睛】本题主要考查了平行线的性质、等腰三角形的判定、等边三角形的判定和性质．解决本题的关键是根据平行线的性质找到角之间的关系；根据等边三角形的性质找到边之间的关系．

24．(1)$(3,-2)$；$(3,2)$；可持续发展

(2)证明见解析

(3)± 3；$(-1,-9)$

【分析】本题考查了坐标与图形变化，新定义问题和三角形的面积，深入理解“可持续发展”变换是解决问题的关键，

（1）根据“可持续发展”变换的定义及“可持续发展点”的定义进行求解即可；

（2）分为①当$n \le m < 0$时，②当$m < n < 0$时，两种情况结合新定义求解即可；

（3）先根据新定义求得$m=-1$，$n=-9$，即P_0的坐标为$(-1,-9)$，再由$\left|t^2-mn\right|-m=10+n$，求得$t=\pm 3$，即可求解.

【详解】（1）解：$\because P_0(3,2)$中，$3>2$，

$\therefore$点P_0作第一次“可持续发展”变换，即关于x轴的对称点$P_1\left(3,-2\right)$，

$\because P_1\left(3,-2\right)$中，$3>-2$，

$\therefore$点P_1作第二次“可持续发展”变换，即关于x轴的对称点$P_2\left(3,2\right)$，

$\therefore P_0$与P_2重合，

$\therefore P_0(3,2)$为“可持续发展点”，

故答案为：$\left(3,-2\right)$；$\left(3,2\right)$；可持续发展；

（2）解：①当$n \le m < 0$时，作点P_0关于x轴的对称点$P_1(m,-n)$，

$\because n \le m < 0$，

$\therefore -n > m$，

$\therefore$作点P_1关于y轴的对称点$P_2(-m,-n)$，

$\therefore P_0P_1=-2n$，$P_1P_2=-2m$，且$P_0P_1 \perp P_1P_2$，

$\therefore S_{\triangle P_0P_1P2}=\dfrac{1}{2}P_0P_1 \cdot P_1P_2=\dfrac{1}{2}\times(-2n)\times(-2m)=2mn$；

②当$m < n < 0$时，作点P_0关于y轴的对称点$P_1(-m,n)$；

$\because m < n < 0$，

$\therefore -m > n$，

$\therefore$作点P_1关于x轴的对称点$P_2(-m,-n)$,

$\therefore P_0P_1=-2m$，$P_1P_2=-2n$,且$P_0P_1 \perp P_1P_2$，

$\therefore S_{\triangle P_0P_1P_2}=\dfrac{1}{2}P_0P_1 \cdot P_1P_2=\dfrac{1}{2}\times(-2m)\times(-2n)=2mn$，

综上所述，$P_0(m,n)$与$P_2(-m,-n)$不重合，

$\therefore P_0$必为“合作共赢点”，且$S_{\triangle P_0P_1P_2}=2mn$；

（3）解：$\because m>n$，

$\therefore$作点P_0关于x轴的对称点$P_1(m,-n)$，

$\therefore P_0P_1=-2n=18$，

$\therefore n=-9$，

又由（2）可知，$S_{\triangle P_0P_1P2}=2mn$，

$\therefore S_{\triangle P_0P_1P_2}=2mn=18$，

求得$m=-1$，$n=-9$，

即P_0的坐标为$(-1,-9)$，

$\because \left|t^2-mn\right|-m=10+n$，

$\therefore \left|t^2-9\right|=0$，

$\therefore t=\pm 3$．

$\therefore t=\pm 3$，P_0的坐标为$(-1,-9)$．

25．(1) $A(4,0)$，$B(0,8)$

(2) $(8,12),(12,4),(-8,4),(-4,-4)$

(3)4

【分析】（1）由二次根式及平方的非负性质可得$a-4=0,8-b=0$，再求解即可；

（2）分点A为直角顶点和点B为直角顶点两种情况，构造全等三角形求解即可；

（3）过点C分别作$CD\perp y$轴，$CE\perp x$轴，$CF\perp MN$，垂足分别为D，E，F，先证$\triangle AON\cong\triangle CDN(\text{AAS})$，可得$AN=CN$，再证$\triangle ABN\cong\triangle CAP(\text{ASA})$，可得$AN=CP$，再证$\triangle NCM\cong\triangle PCM(\text{SAS})$，可得$\angle NMC=\angle PMC$，最后由角平分线的性质求解即可．

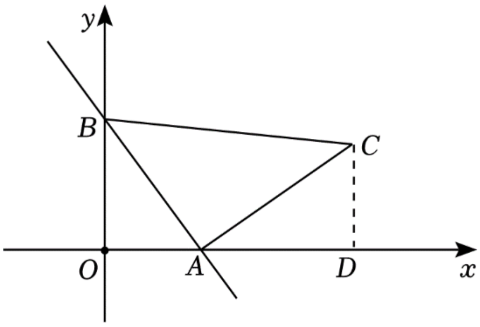
【详解】（1）解：由题意可知：$a-4=0,8-b=0$，

解得$a=4$，$b=8$，

$\therefore A(4,0)$，$B(0,8)$；

（2）解：以点A为直角顶点，且AC在AB的上方时，

如图，作$CD\perp OA$于点D．



$\because \angle CAB = 90°$，

$\therefore \angle CAD + \angle BAO = 90°$．

$\because CD \perp OA$，

$\therefore \angle AOB = \angle ADC = 90°$，

$\therefore \angle ACD + \angle CAD = 90°$，

$\therefore \angle ACD = \angle BAO$，

$\because CA = AB$，

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BAO(\text{AAS})$，

$\therefore AD = OB = 8$，$CD = OA = 4$，

$\therefore OD = 4 + 8 = 12$，

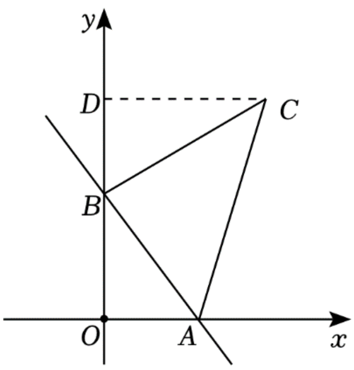
$\therefore C(12, 4)$，

以点A为直角顶点，且AC在AB的下方时，

同理可得$C(-4, -4)$；

当以点B为直角顶点，且BC在AB的上方时

作$CD \perp OB$于点D．如图，



同理可求：$CD = OB = 8$，$BD = OA = 4$，

$\therefore OD = 4 + 8 = 12$，

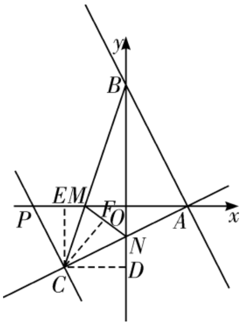
$\therefore C(8, 12)$，

以点B为直角顶点，且BC在AB的下方时，

同理可得$C(-8,-4)$；

综上，所有可能的点 C 的坐标有：$(8,12),(12,4),(-8,4),(-4,-4)$.

（3）解：如图，过点 C 分别作$CD\perp y$轴，$CE\perp x$轴，$CF\perp MN$，垂足分别为 D，E，F，



$\because A(4,0)$，$B(0,8)$，

$\therefore AO=4$，$BO=8$，

由（2）可知 C 点坐标为$(-4,-4)$，

$\therefore CE=CD=4$，

在$\triangle AON$和$\triangle CDN$中，

$$\begin{cases}\angle ANO=\angle CND\\ \angle AON=\angle CDN\\ AO=CD\end{cases}$$

$\therefore \triangle AON\cong\triangle CDN\left(\text{AAS}\right)$，

$\therefore AN=CN$，

$\because \angle BAP+\angle ABN=90^\circ$，$\angle BAP+\angle CAP=90^\circ$，

$\therefore \angle ABN=\angle CAP$，

$\because CP\perp AC$，

$\therefore \angle ACP=90^\circ$，

在$\triangle ABN$和$\triangle CAP$中，

$$\begin{cases}\angle BAN=\angle ACP\\ AB=CA\\ \angle ABN=\angle CAP\end{cases}$$

$\therefore \triangle ABN\cong\triangle CAP\left(\text{ASA}\right)$，

$\therefore AN=CP$，

$\therefore CN=CP$，

$\because \angle NCM = 45°$，$\angle ACP = 90°$，

$\therefore \angle PCM = \angle NCM = 45°$，

在$\triangle NCM$和$\triangle PCM$中，

$$\begin{cases} CN = CP \\ \angle NCM = \angle PCM \\ CM = CM \end{cases}$$

$\therefore \triangle NCM \cong \triangle PCM(\text{SAS})$，

$\therefore \angle NMC = \angle PMC$，

即CM平分$\angle PMN$，

又$\because CE \perp PM$，$CF \perp MN$，

$\therefore CF = CE = 4$，

即点C到MN的距离为4

【点睛】本题考查了算术平方根的非负性质、全等三角形的判定与性质，坐标与图形的性质，角平分线的性质，以及等腰三角形的定义等知识，数形结合是解答本题的关键.