

**湖南省长沙市湖南师大附中 2023-2024 学年八（上）数学期
末考试**

全真模拟卷 11. 本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分。答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答第 I 卷时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。写在本试卷上无效。

3. 回答第 II 卷时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

一、选择题（本题共 10 小题，共 30 分）

1. 在平面直角坐标系中，点 P（-3，4）关于 x 轴的对称点的坐标是（ ）

- A.（-4，-3） B.（-3，-4） C.（3，4） D.（3，-4）

2. 下列运算正确的是（ ）

- A. $x^6 + x^3 = x^9$ B. $m \cdot (-m^2)^3 = m^6$ C. $(-3a)^3 = -9a^3$ D. $(-2x^2)^3 = -8x^6$

3. 下列因式分解错误的是（ ）

- A. $3x^2 - 6xy = 3x(x - 2y)$ B. $x^2 - 9y^2 = (x - 3y)(x + 3y)$

- C. $x^2 + x - 2 = (x + 2)(x - 1)$ D. $4x^2 + 4x + 1 = 2(x + 1)^2$

4. 根据下列已知条件，不能画出唯一 $\triangle ABC$ 的是（ ）

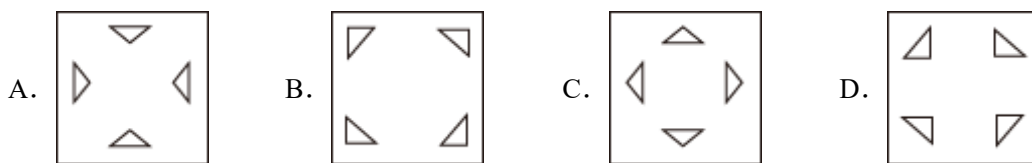
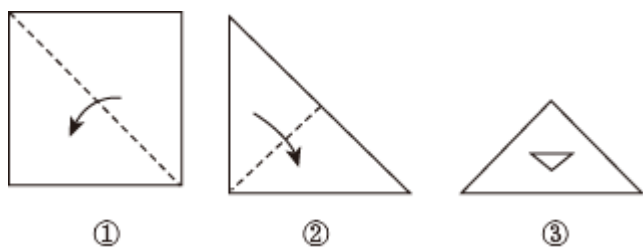
- A. $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 45^\circ$ ， $AB = 4$ B. $\angle A = 30^\circ$ ， $AB = 5$ ， $BC = 3$

- C. $\angle B = 60^\circ$ ， $AB = 6$ ， $BC = 10$ D. $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = 5$ ， $AC = 3$

5. 刻蚀机是芯片制造和微观加工最核心的设备之一，中国自主研发的 5 纳米刻蚀机已获成功，5 纳米就是 0.000000005 米。数据 0.000000005 用科学记数法表示为（ ）

- A. 5×10^{-8} B. 5×10^{-9} C. 0.5×10^{-8} D. 50×10^{-9}

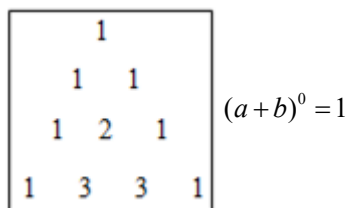
6. 把一张正方形纸片如图①、图②对折两次后，再如图③挖去一个三角形小孔，则展开后图形是【 】



7. 如果 $a = -1^2$, $b = (3 - \pi)^0$, $c = \left(-\frac{1}{10}\right)^{-1}$, 那么 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $a = b > c$ B. $b > a > c$ C. $c > b = a$ D. $c > a > b$

8. 我国南宋数学家杨辉所著的《详解九章算术》一书中, 用如图的三角形揭示了 $(a+b)^n$ (n 为非负整数) 展开式的项数及各项系数的有关规律, 根据“杨辉三角”请计算 $(a+b)^6$ 的展开式中从左起第四项的系数为 ()



$$(a+b)^1 = a+b$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

...

- A. 10 B. 15 C. 20 D. 25

9. 中华优秀传统文化是中华民族的“根”和“魂”, 是我们必须世代传承的文化根脉、文化基因. 为传承优秀传统文化, 某校为各班购进《三国演义》和《水浒传》连环画若干套, 其中每套《三国演义》连环画的价格比每套《水浒传》连环画的价格贵 60 元, 用 4800 元购买《水浒传》连环画的套数是用 3600 元购买《三国演义》连环画套数的 2 倍, 设每套《水浒传》连环画的价格为 x 元, 根据题意可列方程为 ()

A. $\frac{4800}{x} \times 2 = \frac{3600}{x+60}$

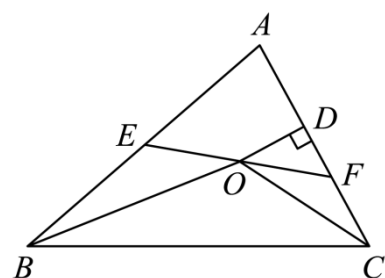
B. $\frac{4800}{x+60} = \frac{3600}{x} \times 2$

C. $\frac{4800}{x+60} \times 2 = \frac{3600}{x}$

D. $\frac{4800}{x} = \frac{3600}{x+60} \times 2$

10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线相交于点 O , 过 O 点作直线 EF 交 AB 于点 E , 交 AC 于点 F , 过点 O 作 $OD \perp AC$ 于 D , 有下列四个结论: ① $\angle BOC = 2\angle A$; ② $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$; ③ 点 O 到 $\triangle ABC$ 各边的距离相等; ④ 设 $OD = m$, $AE + AF = n$, 则

$S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2}mn$, 其中正确的结论有 ()



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

二、填空题 (本题共 5 小题, 共 15 分)

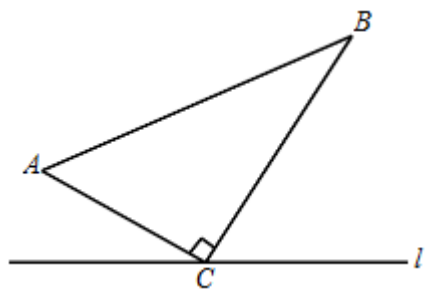
11. 若代数式 $\frac{1}{x+1}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

12. 等腰三角形的一腰上的高与另一腰所在直线的夹角为 40° , 则这个三角形的底角为_____.

13. 若 $x^2 + 2(m-1)x + 4$ 是一个完全平方式, 则 m 的值等于_____.

14. 若关于 x 的方程 $\frac{1}{x-2} + \frac{x+m}{2-x} = 1$ 有增根, 则 m 的值是_____.

15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = 8$, 点 C 在直线 l 上. 点 P 从点 A 出发, 在三角形边上沿 $A \rightarrow C \rightarrow B$ 的路线向终点 B 运动; 点 Q 从 B 点出发, 在三角形边上沿 $B \rightarrow C \rightarrow A$ 的路线向终点 A 运动. 点 P 和 Q 分别以 1 单位/秒和 2 单位秒的速度同时开始运动, 在运动过程中, 若有一点先到达终点时, 该点停止运动, 另一个点也停止运动. 分别过点 P 和 Q 作 $PE \perp l$ 于点 E , $QF \perp l$ 于点 F , 当 $\triangle PEC$ 与 $\triangle CFQ$ 全等时, 点 P 的运动时间为_____秒.



三、解答题（本题共 8 小题，共 75 分）

16. 计算：

(1) $(-3a^2b)^2 \cdot (-a^2c^3)^3$

(2) $(2x+y-6)(2x-y+6)$

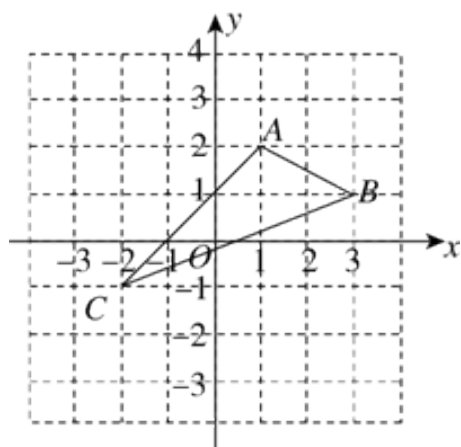
17. 解方程：

(1) $\frac{10}{2x-1} + \frac{5}{1-2x} = 2;$

(2) $\frac{16}{x^2-4} - \frac{x+2}{x-2} + 1 = 0.$

18. 先化简，再求值： $\frac{x^2-4x+4}{x+1} \div \left(\frac{3}{x+1}-1\right)$ ，请选择一个合适的整数作为 x 的值代入求值.

19. 如图，在平面直角坐标系中， $A(1, 2)$ ， $B(3, 1)$ ， $C(-2, -1)$.

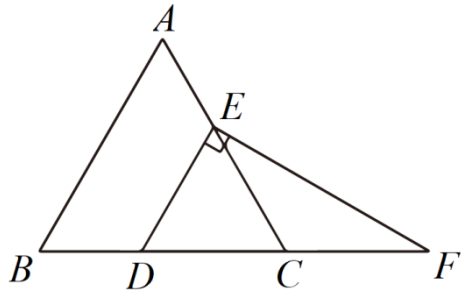


- (1) 在图中作出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴的对称图形 $\triangle A_1B_1C_1$ ；
- (2) 在 x 轴上画出点 P ，使 $PA+PB$ 最小（保留作图痕迹）.

20. 如图，在等边三角形 ABC 中，点 D, E 分别在边 BC, AC 上，且 $DE \parallel AB$ ，过点 E 作 $EF \perp DE$ ，交 BC 的延长线于点 F 。

(1) 求 $\angle F$ 的度数；

(2) 若 $CD=2$ ，求 DF 的长。



21. 2022年北京冬奥会物“冰墩墩”深受广大人民的喜爱，各种冰墩墩的玩偶，挂件等饰品应运而生。某学校决定购买A，B两种型号的冰墩墩饰品作为“校园读书节”活动奖品，已知A种比B种每件多20元，预算资金为1600元。

(1) 其中700元购买A种商品，其余资金购买B种商品，且购买B种的数量是A种的3倍。求A，B两种饰品的单价。

(2) 购买当日，正逢“五一”大促销，所有商品均按原价八折销售，学校调整了购买方案：在不超过预算资金的前提下，准备购买A，B两种饰品共120件。问最多购买A种饰品多少件？

22. 观察下列方程的特征及其解的特点.

① $x + \frac{2}{x} = -3$ 的解为 $x_1 = -1, x_2 = -2$;

② $x + \frac{6}{x} = -5$ 的解为 $x_1 = -2, x_2 = -3$;

③ $x + \frac{12}{x} = -7$ 的解为 $x_1 = -3, x_2 = -4$

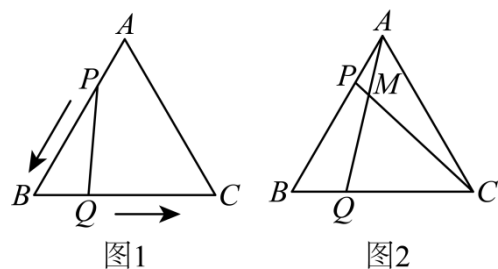
解答下列问题:

(1) 请你写出一个符合上述特征的方程为_____, 其解为_____;

(2) 根据这类方程的特征, 写出第 n 个方程为_____, 其解为_____;

(3) 请利用 (2) 的结论, 求关于 x 的方程 $x + \frac{n^2 + n}{x + 3} = -2(n + 2)$ (其中 n 为正整数) 的解.

23. 如图 1, $\triangle ABC$ 是边长为 5 厘米的等边三角形, 点 P 、 Q 分别从顶点 A 、 B 同时出发, 沿线段 AB 、 BC 运动, 且它们的速度都为 1 厘米/秒, 当点 P 到达点 B 时, P 、 Q 两点停止运动. 设点 P 的运动时间为 t (s).



(1) 当运动时间为 t 秒时, BQ 的长为_____厘米, BP 的长为_____厘米; (用含 t 的式子表示)

(2)当 $\triangle BPQ$ 是直角三角形时，求 t 的值；

(3)如图 2，连接 AQ 、 CP ，相交于点 M ，则点 P 、 Q 在运动的过程中， $\angle CMQ$ 会变化吗？
若变化，则说明理由；若不变，请求出它的度数.

1. B

【详解】试题分析：平面直角坐标系中任意一点 $P(x, y)$ ，关于 x 轴的对称点的坐标是 $(x, -y)$ ，即关于横轴的对称点，横坐标不变，纵坐标变成相反数，这样就可以求出对称点的坐标.

解：点 $A(-3, 4)$ 关于 x 轴的对称点的坐标是 $(-3, -4)$ ，

故选 B.

考点：关于 x 轴、 y 轴对称的点的坐标.

2. D

【分析】根据合并同类项法则，积的乘方和幂的乘方运算法则进行计算即可，判定即可.

【详解】 Ax^6 与 x^3 不是同类项，不能合并在一起，故 A 错误；

$B.m \cdot (-m^2)^3 = m \cdot (-m^6) = -m^7$ ，故 B 错误；

$C.(-3a)^3 = -27a^3$ ，故 C 错误；

$D.(-2x^2)^3 = -8x^6$ ，故 D 正确.

故选：D.

【点睛】本题考查了整式的运算，熟练掌握合并同类项，积的乘方和幂的乘方运算法则，是解答本题的关键.

3. D

【分析】根据因式分解的方法逐个判断即可.

【详解】解：A、利用提公因式法进行因式分解正确，故本选项不符合题意；

B、利用公式法进行因式分解正确正确，故本选项不符合题意；

C、利用十字相乘法进行因式分解正确，故本选项不符合题意；

D、 $4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2$ 因式分解不正确，故本选项符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查了因式分解的定义，能熟记因式分解的定义的内容是解此题的关键，注意：把一个多项式化成几个整式的积的形式，叫因式分解.

4. B

【分析】本题考查了三角形的判定条件及存在性，根据三角形全等的判定方法逐项判断即可得到答案，熟练掌握三角形全等的判定方法是解题的关键.

【详解】解：A、 $\because \angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 45^\circ$ ， $AB = 4$ ，满足ASA的要求，

\therefore 可以画出唯一的三角形，原选项不符合题意；

B、 $\because \angle A = 30^\circ$ ， $AB = 5$ ， $BC = 3$ ， $\angle A$ 不是 AB ， BC 的夹角，

\therefore 可以画出多个三角形，原选项符合题意；

C、 $\because \angle B = 60^\circ$ ， $AB = 6$ ， $BC = 10$ ，满足SAS的要求，

\therefore 可以画出唯一的三角形，原选项不符合题意；

D、 $\because \angle C = 90^\circ$ ， $AB = 5$ ， $AC = 3$ ，满足HL的要求，

\therefore 可以画出唯一的三角形，原选项不符合题意；

故选：B.

5. B

【分析】科学记数法的表现形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同，当原数绝对值大于等于10时， n 是非负数，当原数绝对值小于1时， n 是负数.

【详解】解：0.000000005米用科学记数法表示为 5×10^{-9} 米，

故选：B.

【点睛】本题考查了科学记数法的表示方法，科学记数法的表现形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键是要正确确定 a 的值以及 n 的值.

6. C

【详解】当正方形纸片两次沿对角线对折成为一直角三角形时，

在直角三角形中间的位置上剪三角形，则直角顶点处完好，

即原正方形中间无损，且三角形关于对角线对称，

三角形的一个顶点对着正方形的边.

故选C.

7. B

【分析】首先根据有理数的乘方运算、零指数幂及负整数指数幂的运算进行运算，即可分别求得 a 、 b 、 c 的值，再比较大小即可.

【详解】解： $a = -1^2 = -1$ ， $b = (3 - \pi)^0 = 1$ ， $c = \left(-\frac{1}{10}\right)^{-1} = -10$ ，

$\therefore 1 > -1 > -10$ ，

$$\therefore b > a > c,$$

故选：B.

【点睛】本题考查了有理数的乘方运算、零指数幂及负整数指数幂的运算，有理数大小的比较，熟练掌握和运用各运算法则是解决本题的关键.

8. C

【分析】根据图形中的规律，即可求出 $(a+b)^6$ 的展开式中从左起第四项的系数.

【详解】解：通过观察可得除过每行最左侧和最右侧的数字以外，每个数字都等于它的左上方和右上方两个数字之和；

\therefore 每一行第四项的系数等于上一行第三项与第四项的系数之和，

$$(a+b)^4 \text{ 的第四项系数 } 3+1=4,$$

$$(a+b)^5 \text{ 的第四项系数 } 6+4=10,$$

$$(a+b)^5 \text{ 的第三项系数 } 6+4=10,$$

$$\therefore (a+b)^6 \text{ 的第四项系数 } 10+10=20,$$

故选 C.

【点睛】本题考查了数字变化规律，通过观察、分析、归纳发现其，解题的关键是能够发现其中的规律.

9. D

【分析】设每套《水浒传》连环画的价格是 x 元. 则《三国演义》连环画的价格是 $(x+60)$ 元. 根据“用 4800 元购买《水浒传》连环画的套数是用 3600 元购买《三国演义》连环画套数的 2 倍”列出方程即可.

$$\text{【详解】解：根据题意得：} \frac{4800}{x} = \frac{3600}{x+60} \times 2.$$

故选：D.

【点睛】本题考查分式方程的应用，利用分式方程解应用题时，一般题目中会有两个相等关系，这时要根据题目所要解决的问题，选择其中的一个相等关系作为列方程的依据，而另一个则用来设未知数.

10. C

【分析】根据三角形的内角和与角平分线的性质可得 $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$ ，可判断①和②；

过点 O 作 $ON \perp BC$ 于点 N ，过点 O 作 $OM \perp AB$ 于点 M ，连接 OA ，根据角平分线的性质可知 $OM = ON = OD$ ，可判断③；将 $\triangle AEF$ 的面积转化成 $\triangle AOE$ 的面积与 $\triangle AOF$ 的面积之和，可判断④。

【详解】解：在 $\triangle ABC$ 中，，

$$\because \angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A,$$

$\because \angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线相交于点 O ，

$$\therefore \angle OBC = \frac{1}{2} \angle ABC, \quad \angle OCB = \frac{1}{2} \angle ACB,$$

$$\therefore \angle OBC + \angle OCB = \frac{1}{2} \angle ABC + \frac{1}{2} \angle ACB = \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle ACB) = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A,$$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - (\angle OBC + \angle OCB) = 180^\circ - \left(90^\circ - \frac{1}{2} \angle A\right) = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A,$$

\therefore 结论①不正确，结论②正确；

过点 O 作 $ON \perp BC$ 于点 N ，过点 O 作 $OM \perp AB$ 于点 M ，连接 OA ，

$\because OB$ 平分 $\angle ABC$ ， OC 平分 $\angle ACB$ ，

$$\therefore OM = ON,$$

又 $\because OD \perp AC$ ，

$$\therefore OD = ON,$$

$$\therefore OM = ON = OD,$$

\therefore 结论③正确，

$$\because S_{\triangle AOE} = \frac{1}{2} AE \cdot OM, \quad S_{\triangle AOF} = \frac{1}{2} AF \cdot OD,$$

$$\therefore S_{\triangle AEF} = S_{\triangle AOE} + S_{\triangle AOF} = \frac{1}{2} AE \cdot OM + \frac{1}{2} AF \cdot OD = \frac{1}{2} OD (AE + AF),$$

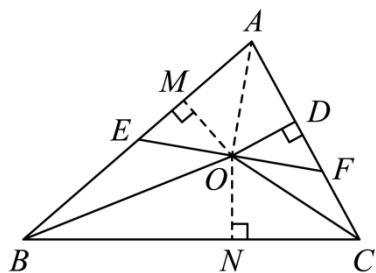
设 $OD = m$ ， $AE + AF = n$ ，

$$\therefore S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} mn,$$

\therefore 结论④正确，

\therefore 正确的结论有：②③④，

故选：C.



【点睛】本题考查角平分线的性质和三角形的内角和，熟练掌握角平分线的性质并且灵活运用是解题的关键.

11. $x \neq -1$

【分析】本题考查了分式有意义的条件，根据分母不为零，可得到结果，掌握分式有意义的条件是解题的关键.

【详解】解：∵代数式 $\frac{1}{x+1}$ 有意义，

∴ $x+1 \neq 0$ ，

解得： $x \neq -1$ ，

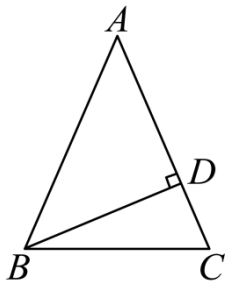
故答案为： $x \neq -1$.

12. 65° 或 25°

【分析】本题考查了等腰三角形的性质的运用. 分两种情况讨论，求出每种情况的顶角的度数，再利用等边对等角的性质（两底角相等）和三角形的内角和定理，即可求出底角的度数.

【详解】解：有两种情况；

(1) 如图，当 $\triangle ABC$ 是锐角三角形时， $BD \perp AC$ 于 D ，



则 $\angle ADB = 90^\circ$ ，

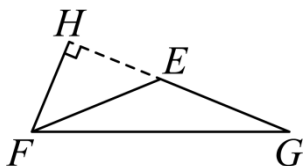
已知 $\angle ABD = 40^\circ$ ，

∴ $\angle A = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$ ，

∵ $AB = AC$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ;$$

(2) 如图, 当 $\triangle EFG$ 是钝角三角形时, $FH \perp EG$ 于 H ,



则 $\angle FHE = 90^\circ$,

已知 $\angle HFE = 40^\circ$,

$$\therefore \angle HEF = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle FEG = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ,$$

$$\therefore EF = EG,$$

$$\therefore \angle EFG = \angle G = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 130^\circ) = 25^\circ,$$

故答案为: 65° 或 25° .

13. 3 或 -1 或 3

【分析】利用完全平方公式的结构特征判断即可得到 m 的值, 即可.

【详解】解: $\because x^2 + 2(m-1)x + 4$ 是一个完全平方式,

$$\therefore 2(m-1) = \pm 2 \times 2,$$

解得: $m=3$ 或 -1

故答案为: 3 或 -1

【点睛】此题考查了完全平方式, 熟练掌握完全平方公式是解本题的关键.

14. -1

【分析】分式方程去分母转化为整式方程, 由分式方程有增根, 得到最简公分母为 0 求出 x 的值, 代入整式方程即可求出 m 的值.

【详解】解: 将方程两边都乘以 $x-2$, 得: $1-x-m=x-2$,

\because 关于 x 的方程有增根,

$$\therefore x-2=0, \text{ 即增根为 } x=2,$$

代入整式方程得 $1-2-m=2-2$

解得: $m=-1$.

故答案为 -1.

【点睛】本题考查分式方程的增根，增根确定后可按如下步骤进行：①化分式方程为整式方程；②把增根代入整式方程即可求得相关字母的值.

15. 2 或 $\frac{14}{3}$

【分析】根据全等三角形的性质可得 $CP = CQ$ ，然后分不同情况求解关于运动时间 t 的方程即可.

【详解】解：∵ $\triangle PEC$ 与 $\triangle CFQ$ 全等

$$\therefore CP = CQ,$$

分以下五种情况：

①如图 1， P 在 AC 上， Q 在 BC 上，

$$\because PE \perp l, QF \perp l,$$

$$\therefore \angle PEC = \angle QFC = 90^\circ,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EPC + \angle PCE = 90^\circ, \angle PCE + \angle QCF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EPC = \angle QCF,$$

要使 $\triangle PEC \cong \triangle CFQ$ ，则需 $PC = CQ$ ，

设运动时间为 t ，

$$\because PC = 6 - t, CQ = 8 - 2t,$$

$$\therefore 6 - t = 8 - 2t,$$

解得： $t = 2$ ；

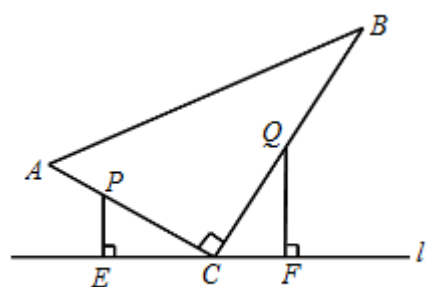


图1

②如图 2， P 在 BC 上， Q 在 AC 上，

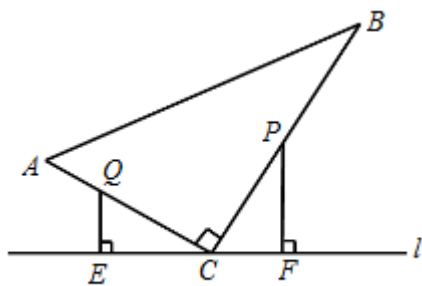


图2

同理可得 $PC = CQ$,

$$\because PC = t - 6, \quad CQ = 2t - 8,$$

$$\therefore t - 6 = 2t - 8, \text{ 解得: } t = 2, \text{ 此时点 } P \text{ 在 } AC \text{ 上, 不符合题意;}$$

③如图 3, 当 P 、 Q 都在 AC 上时,

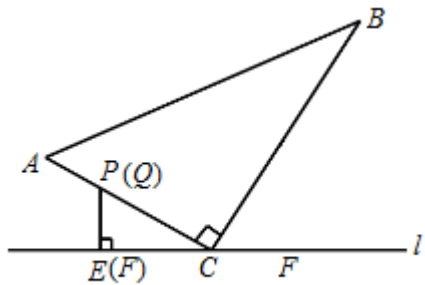


图3

同理可得 $PC = CQ$,

$$\because PC = 6 - t, \quad CQ = 2t - 8,$$

$$\therefore 6 - t = 2t - 8, \text{ 解得: } t = \frac{14}{3};$$

④当 Q 到 A 点停止, P 在 BC 上时, $QC = AC = 6$, $PC = t - 6$,

$$\therefore 6 = t - 6, \text{ 解得: } t = 12 \text{ (舍去);}$$

⑤ P 和 Q 都在 BC 上的情况不存在

$\because P$ 的速度是每秒 1 个单位每秒, Q 的速度是 2 个单位每秒,

$\therefore P$ 和 Q 都在 BC 上的情况不存在.

综上所述, 点 P 的运动时间为 2 或 $\frac{14}{3}$.

故答案为: 2 或 $\frac{14}{3}$.

【点睛】本题主要考查了全等三角形的判定与性质, 灵活运用全等三角形的判定定理以及分类讨论思想成为解答本题的关键.

16. (1) $-9a^{10}b^2c^9$

(2) $4x^2 - y^2 + 12y - 36$

【分析】(1) 先计算积的乘方运算，再计算单项式乘以单项式即可；

(2) 先利用平方差公式计算，再利用完全平方公式进行计算即可.

【详解】(1) 解： $(-3a^2b)^2 \cdot (-a^2c^3)^3$
 $= 9a^4b^2 \cdot (-a^6c^9)$
 $= -9a^{10}b^2c^9.$

(2) $(2x+y-6)(2x-y+6)$
 $= [2x+(y-6)][2x-(y-6)]$
 $= 4x^2 - (y-6)^2$
 $= 4x^2 - y^2 + 12y - 36.$

【点睛】本题考查的是积分乘方运算，单项式乘以单项式，平方差公式与完全平方公式的应用，熟练地利用乘法公式进行整式的乘法运算是解本题的关键.

17. (1) $x = \frac{7}{4}$; (2) 无解.

【分析】(1) 分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解；

(2) 分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

【详解】(1) 去分母得： $10 - 5 = 4x - 2$,

解得： $x = \frac{7}{4}$,

经检验 $x = \frac{7}{4}$ 是分式方程的解，

\therefore 原分式方程的解是 $x = \frac{7}{4}$;

(2) 去分母得： $16 - (x+2)^2 + x^2 - 4 = 0$,

解得： $x = 2$,

经检验 $x = 2$ 是增根，分式方程无解.

【点睛】此题考查解分式方程，将方程两边同时乘以最简公分母得到整式方程，求出整式方

程的解再代入最简公分母中进行检验得到分式方程的解，正确去分母得到整式方程是解题的关键.

18. $2-x$ ，当 $x=1$ 时，原式 $=1$.

【分析】根据分式的加法和除法可以化简题目中的式子，然后选择一个使得原分式有意义的值代入化简后的式子即可解答本题.

$$\begin{aligned}\text{【详解】解：原式} &= \frac{(x-2)^2}{x+1} \div \left(\frac{3}{x+1} - \frac{x+1}{x+1} \right) \\&= \frac{(x-2)^2}{x+1} \div \frac{3-x-1}{x+1} \\&= \frac{(x-2)^2}{x+1} \div \frac{2-x}{x+1} \\&= \frac{(2-x)^2}{x+1} \cdot \frac{x+1}{2-x} \\&= 2-x,\end{aligned}$$

要使原式有意义， $x+1 \neq 0$ 且 $2-x \neq 0$,

$\therefore x \neq -1$ 且 $x \neq 2$,

又 $\because x$ 为整数，

\therefore 当 $x=1$ 时，原式 $= 2-1=1$

【点睛】本题考查分式的化简求值. 解题的关键是正确化简求值.

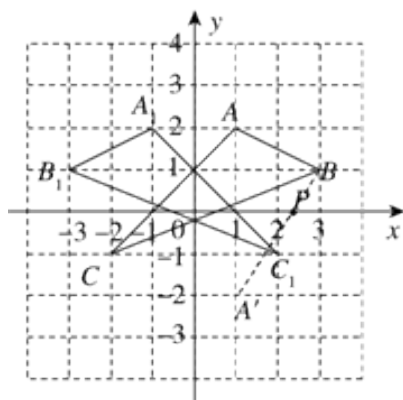
19. (1)见解析

(2)见解析

【分析】(1) 分别作出三个顶点关于 y 轴的对称点，再顺次连接即可得；

(2) 作点 A 关于 x 轴的对称点 A' ，连接 $A'B$ 与 x 轴的交点即为所求.

【详解】(1) 解： $\triangle A_1B_1C_1$ 如图所示，



(2) 如图所示, 点 P 即为所求.

【点睛】本题考查了作图—轴对称变换以及轴对称最短路径问题, 熟练掌握网格结构准确找出对应点的位置是解题的关键.

20. (1) 30° ; (2) 4.

【分析】(1) 根据平行线的性质可得 $\angle EDC = \angle B = 60^\circ$, 根据三角形内角和定理即可求解;

(2) 易证 $\triangle EDC$ 是等边三角形, 再根据直角三角形的性质即可求解.

【详解】(1) $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle B = 60^\circ,$$

$$\because DE \parallel AB,$$

$$\therefore \angle EDC = \angle B = 60^\circ,$$

$$\because EF \perp DE,$$

$$\therefore \angle DEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle F = 90^\circ - \angle EDC = 30^\circ;$$

$$(2) \because \angle ACB = 60^\circ, \angle EDC = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle EDC$ 是等边三角形.

$$\therefore ED = DC = 2,$$

$$\because \angle DEF = 90^\circ, \angle F = 30^\circ,$$

$$\therefore DF = 2DE = 4.$$

【点睛】本题主要考查了运用三角形的内角和算出角度, 并能判定等边三角形, 会运用含 30° 角的直角三角形的性质.

21. (1) A 种饰品的单价为 35 元, B 种饰品的单价为 15 元

(2) 最多购买 A 种饰品 10 件

【分析】本题考查了列分式方程及一元一次不等式解决实际问题，准确理解题意，找准数量关系是解题的关键.

(1) 设 B 种饰品的单价为 x 元，则 A 种饰品的单价为 $(x+20)$ 元，根据“购买 B 种的数量是 A 种的 3 倍”列分式方程求解，最后要检验；

(2) 设购买 A 种饰品 m 件，则购买 B 种饰品 $(120-m)$ 件，根据“不超过预算资金的前提下”列一元一次不等式，求解即可.

【详解】(1) 解：设 B 种饰品的单价为 x 元，则 A 种饰品的单价为 $(x+20)$ 元，

依题意得：
$$\frac{1600-700}{x} = 3 \times \frac{700}{x+20},$$

解得： $x=15$ ，

经检验， $x=15$ 是原方程的解，且符合题意，

$$\therefore x+20=15+20=35.$$

答： A 种饰品的单价为 35 元， B 种饰品的单价为 15 元.

(2) 设购买 A 种饰品 m 件，则购买 B 种饰品 $(120-m)$ 件，

依题意得：
$$35 \times 0.8m + 15 \times 0.8(120-m) \leq 1600,$$

解得： $m \leq 10$ ，

$\therefore m$ 的最大值为 10.

答：最多购买 A 种饰品 10 件.

22. (1) $x + \frac{20}{x} = -9$; $x_1 = -4$, $x_2 = -5$; (2) $x + \frac{n^2+n}{x} = -(2n+1)$; $x_1 = -n$, $x_2 = -n -$

1 (4) $x_1 = -n - 3$, $x_2 = -n - 4$

【分析】(1) 通过观察可知，3 个方程中分式的分子有变化，且分子的变化有规律， $2=1 \times 2$ ， $6=2 \times 3$ ， $12=3 \times 4 \dots$ ，等号右边的规律为： $-3=-(2 \times 1+1)$ ， $-5=-(2 \times 2+1)$ ， $-7=-(2 \times 3+1) \dots$ ，解的规律： x_1 =方程序号的相反数， x_2 =方程序号加 1 的相反数，由此写出一个符合上述特征的方程和解

(2) 根据 (1) 中的到的规律完成 (2)；

(3) 等号左右两边都加 3，可得 $x+3 + \frac{n^2+n}{x+3} = -(2n+1)$ ，再依据已知方程的特征及其解的特点解答即可.

【详解】解：(1) $x + \frac{20}{x} = -9$, $x_1 = -4$, $x_2 = -5$,

(2) $x + \frac{n^2+n}{x} = -(2n+1)$, $x_1 = -n$, $x_2 = -n-1$,

(3) $x + \frac{n^2+n}{x+3} = -2(n+2)$,

$x+3 + \frac{n^2+n}{x+3} = -2(n+2)+3$,

$(x+3) + \frac{n^2+n}{x+3} = -(2n+1)$,

$\therefore x+3 = -n$ 或 $x+3 = -(n+1)$,

即 $x_1 = -n-3$, $x_2 = -n-4$

检验：当 $x_1 = -n-3$ 时, $x+3 = -n \neq 0$;

当 $x_2 = -n-4$ 时, $x+3 = -n-1 \neq 0$.

\therefore 原分式方程的解是 $x_1 = -n-3$, $x_2 = -n-4$

【点睛】本题是一道有关找规律的题目, 根据已知的方程找出方程中分式的分子、方程等号右边以及根与方程序号之间的关系是解答本题的关键.

23. (1) t , $(5-t)$;

(2) t 的值为 $\frac{5}{3}$ 或 $\frac{10}{3}$;

(3) $\angle CMQ$ 不会变化, $\angle CMQ = 60^\circ$

【分析】本题是三角形综合题, 考查了等边三角形的性质, 全等三角形的判定和性质, 直角三角形的特征, 三角形内角和定理及外角的性质, 利用数形结合和分类讨论的思想解决问题是关键.

(1) 由等边三角形的性质可得 $AB = BC = 5$ 厘米, 设点 P 的运动时间为 $t(s)$, 则 $AP = t$ 厘米, $BQ = t$ 厘米, 再表示出 BP 的长度即可;

(2) 由题意可知, $AP = t$ 厘米, $BQ = t$ 厘米, $BP = (5-t)$ 厘米, 当 $\triangle BPQ$ 是直角三角形时, 分两种情况讨论: $\angle BQP = 90^\circ$ 和 $\angle BPQ = 90^\circ$, 根据 30 度角所对的直角边等于斜边一半列方程, 求出 t 的值即可;

(3) 根据等边三角形的性质, 证明 $\triangle ABQ \cong \triangle CAP (SAS)$, 得到 $\angle BAQ = \angle ACP$, 推出 $\angle ACP + \angle CAQ = 60^\circ$, 再根据三角形外角的性质, 即可得出 $\angle CMQ$ 的度数.

【详解】(1) 解: $\because \triangle ABC$ 是边长为 5 厘米的等边三角形,
 $\therefore AB = BC = 5$ 厘米,

设点 P 的运动时间为 $t(s)$,

由题意可知, $AP=t$ 厘米, $BQ=t$ 厘米,

$$\therefore BP = AB - AP = (5-t) \text{ 厘米},$$

故答案为: $t, (5-t)$;

(2) 解: $\because \triangle ABC$ 是边长为 5 厘米的等边三角形,

$$\therefore AB = BC = 5 \text{ 厘米}, \angle B = 60^\circ,$$

设点 P 的运动时间为 $t(s)$,

$$\text{则 } AP = t \text{ 厘米}, BQ = t \text{ 厘米}, BP = (5-t) \text{ 厘米},$$

当 $\triangle BPQ$ 是直角三角形时,

$$\text{若 } \angle BQP = 90^\circ, \text{ 则 } \angle BPQ = 30^\circ,$$

$$\therefore BP = 2BQ,$$

$$\therefore 5-t = 2t,$$

$$\text{解得: } t = \frac{5}{3};$$

$$\text{若 } \angle BPQ = 90^\circ, \text{ 则 } \angle BQP = 30^\circ,$$

$$\therefore BQ = 2BP,$$

$$\therefore t = 2(5-t),$$

$$\text{解得: } t = \frac{10}{3},$$

综上所述, 当 $\triangle BPQ$ 是直角三角形时, t 的值为 $\frac{5}{3}$ 或 $\frac{10}{3}$;

(3) 解: $\angle CMQ$ 不会变化, 理由如下:

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore AB = AC, \angle B = \angle BAC = 60^\circ,$$

\because 点 P 、 Q 分别从顶点 A 、 B 以相同速度同时出发, 沿线段 AB 、 BC 运动,

$$\therefore AP = BQ,$$

在 $\triangle ABQ$ 和 $\triangle CAP$ 中,

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle B = \angle CAP, \\ BQ = AP \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABQ \cong \triangle CAP (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle BAQ = \angle ACP,$$

$$\because \angle BAC = \angle BAQ + \angle CAQ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACP + \angle CAQ = 60^\circ,$$

$\because \angle CMQ$ 是 $\triangle ACM$ 的外角,

$$\therefore \angle CMQ = \angle ACM + \angle CAM = 60^\circ,$$

即 $\angle CMQ$ 不会变化, 度数为 60° .