

2024 年下学期八年级 10 月随堂练习

数学科目

“考生注意：本试卷共三道大题，25 道小题，满分 120 分，时量 120 分钟”

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

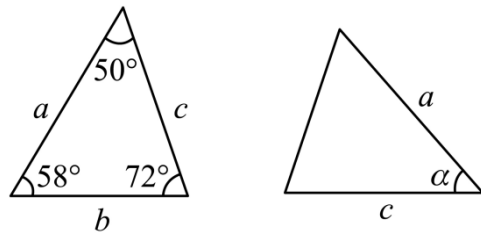
1. 下图图中为轴对称图形的是（ ）



2. 下列各组线段中能围成三角形的是（ ）

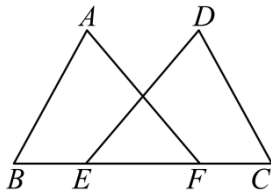
- A. 3cm, 4cm, 8cm B. 8cm, 7cm, 15cm
C. 14cm, 12cm, 20cm D. 5cm, 5cm, 11cm

3. 如图所示，两个三角形全等，则 $\angle \alpha$ 等于（ ）



- A. 72° B. 60° C. 58° D. 50°

4. 如图，点 E, F 在 BC 上， $BF = CE, \angle A = \angle D$. 要使 $\triangle ABF \cong \triangle DCE$ ，需要添加下列选项中的（ ）

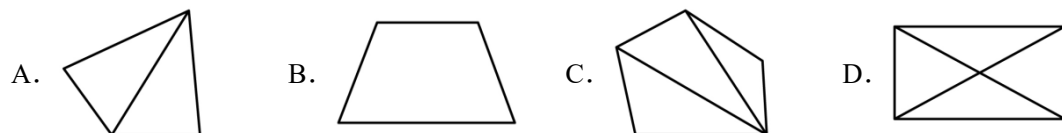


- A. $AF = DE$ B. $AB = CD$ C. $BE = CF$ D. $\angle B = \angle C$

5. 等腰三角形的一个角是 100° ，它的底角的大小为（ ）

- A. 40° B. 100° C. 80° D. 40° 或 100°

6. 下列图形中不具有稳定性的是（ ）



7. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A$ 和 $\angle B$ 的度数如下, 能判定 $\triangle ABC$ 是等腰三角形的是 ()

A. $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 60^\circ$

B. $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 50^\circ$

C. $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 70^\circ$

D. $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 80^\circ$

8. 下列说法正确的是 ()

A. 如果两个三角形全等, 则它们必关于某条直线成轴对称.

B. 如果两个三角形关于某条直线成轴对称, 那么它们是全等三角形.

C. 等腰三角形的对称轴是一条边上的中线所在的直线.

D. 所有的轴对称图形都只有一条对称轴.

9. 一个多边形的内角和是外角和的四倍, 它是几边形? ()

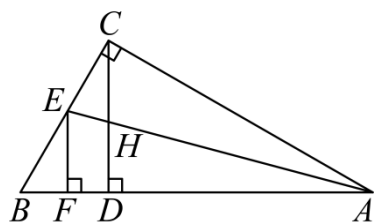
A. 四

B. 六

C. 八

D. 十

10. 如图, $\angle ACB = 90^\circ$, CD 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 斜边上的高, $\angle BAC$ 的平分线 AE 交 CD 于 H , $EF \perp AB$ 于 F . 则下列结论中不正确的有 ()



A. $\angle ACD = \angle B$

B. $CH = HD$

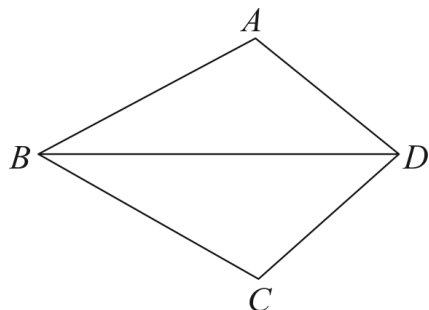
C. $CH = CE = EF$

D. $AC = AF$

二、填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)

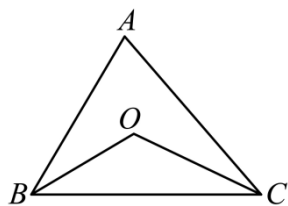
11. 点 $P(-3, 6)$ 关于 y 轴的对称点的坐标是_____.

12. 如图, 四边形 $ABCD$ 是轴对称图形, BD 所在的直线是它的对称轴, $AB = 3\text{cm}$, $CD = 2\text{cm}$. 则四边形 $ABCD$ 的周长为_____ cm .

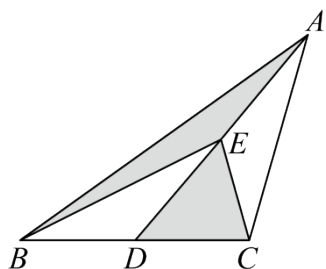


13. 等腰三角形其中两边长为 7 和 5, 则等腰三角形的周长为_____.

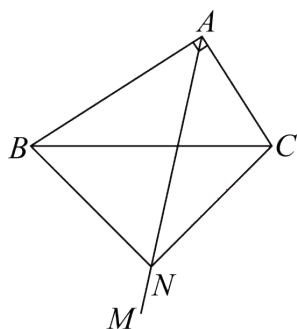
14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 内, 点 O 是三角形三条角平分线的交点, 若 $\angle A = 80^\circ$, 则 $\angle BOC =$ _____.



15. 如图所示， AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，点 E 是 AD 的中点，连接 BE 、 CE ，若 $\triangle ABC$ 的面积为 16，则阴影部分的面积为_____.



16. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = 11$ ， $AC = 7$. 射线 AM 平分 $\angle BAC$. 射线 AM 上有一点 N ， N 到点 B ， C 的距离相等. 连接 NB ， NC ，则四边形 $ABNC$ 的面积为_____.



三、解答题（本大题共 9 小题，第 17、18、19 题每小题 6 分，第 20、21 题每小题 8 分，第 22、23 题每小题 9 分，第 24、25 题每题 10 分，共 72 分）

17. 计算： $-2^2 + \sqrt[3]{-27} + |\sqrt{3} - 2|$.

18. 解方程组:
$$\begin{cases} 5x-7y=-1 \\ x+3y=13 \end{cases}$$

19. 老师布置了如下尺规作图的作业:

已知: 如图 $\triangle ABC$.

求作: $\triangle ABC$ 边 BC 上的高 AM .

下面是小红设计的尺规作图过程:

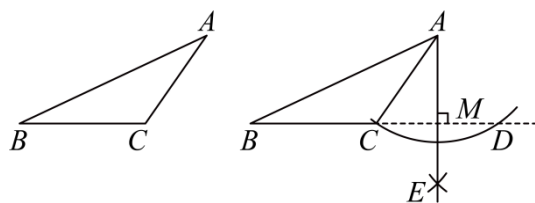
作法: ①延长线段 BC ;

②以点 A 为圆心, AC 长为半径作弧交 BC 的延长线于点 D ;

③分别以点 C, D 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}CD$ 的长为半径作弧, 两弧在 CD 下方交于点 E ;

④连接 AE , 交 CD 于点 M .

如图所示, 所以线段 AM 就是所求作的高线.



根据小红设计的尺规作图过程和图形, 完成问题:

将该作图证明过程补充完整:

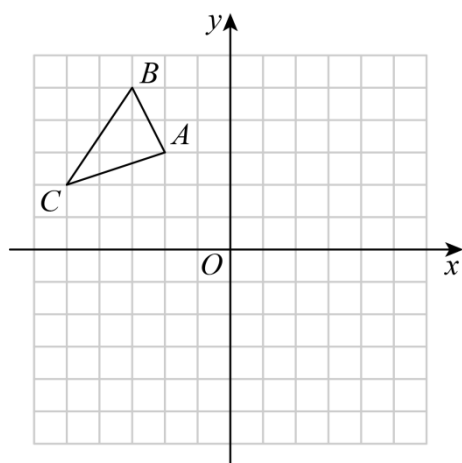
由②可得: $AC = \underline{\hspace{1cm}}$.

由③可得: $\underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$.

$\therefore \underline{\hspace{1cm}} (\underline{\hspace{1cm}})$. (填推理的依据)

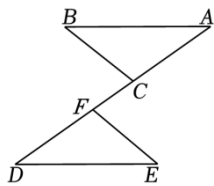
即 AM 是 $\triangle ABC$ 边 BC 上的 $\underline{\hspace{1cm}}$ 线.

20. 如图，在已知的平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的顶点都在正方形网格的格点上，若点 A 、 B 、 C 的坐标分别是 $A(-2,3)$ ， $B(-3,5)$ ， $C(-5,2)$ 。



- (1)画出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的图形 $\triangle A_1B_1C_1$ 并写出 A_1 的坐标.
- (2)求 $\triangle ABC$ 的面积.

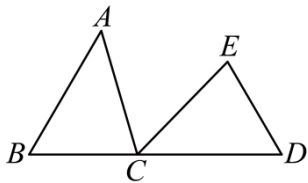
21. 如图， $\angle A = \angle D$ ， $\angle B = \angle E$ ， $AF = CD$.



(1)求证： $AB = DE$.

(2)若 $\angle A = 34^\circ$, $\angle EFD = 105^\circ$, 求 $\angle B$ 的度数.

22. 如图, 点 B, C, D 在同一条直线上, $BC = DE$, 点 A 和点 E 在 BD 的同侧,
 $\angle ACE = \angle B = \angle D = 60^\circ$.

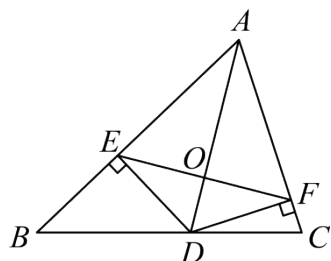


(1)求证： $\triangle ABC \cong \triangle CDE$;

(2)若 $DE = 3$, $AB = 4$, 求 BD 的长.

23. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, DE, DF 分别是 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 的高, 连接 EF, AD

交于点 O .



(1)证明: $\triangle AED \cong \triangle AFD$;

(2)证明: AD 垂直平分 EF ;

(3)若 $DE = 6$, $S_{\triangle ABC} = 60$, 求 $AB + AC$ 的长.

24. (1) 如图 1, OP 平分 $\angle MON$. 点 A 为 OM 上一点, 过点 A 作 $AC \perp OP$, 垂足为 C , 延长 AC 交 ON 于点 B , 可根据_证明 $\triangle AOC \cong \triangle BOC$.

(2) 如图 2, 在 $\triangle ABC$ 中, CD 平分 $\angle ACB$, $AE \perp CD$ 于 E , 若 $\angle EAC = 65^\circ$, $\angle B = 38^\circ$, 通过 (1) 中构造全等的办法, 可求得 $\angle DAE =$ _.

(3) ①如图 3, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 90^\circ$, CD 平分 $\angle ACB$, $BE \perp CD$, 垂足 E 在 CD 的延长线上, 试探究 BE 和 CD 的数量关系, 并证明你的结论.

②如图 4, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 90^\circ$, 点 F 在线段 BC 上, $\angle EFB = \frac{1}{2}\angle C$, $BE \perp EF$, 垂足为 E , EF 与 AB 相交于点 D . 若 $\triangle BDF$ 的面积为 64, 求 BE 的长.

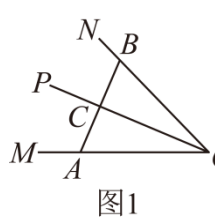


图1

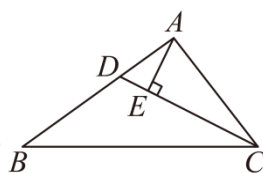


图2

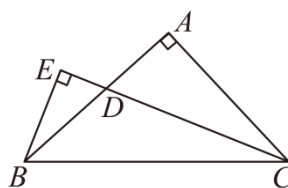


图3

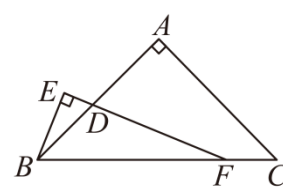


图4

25. 在平面直角坐标系中， A 点坐标为 $(4,3)$ ，

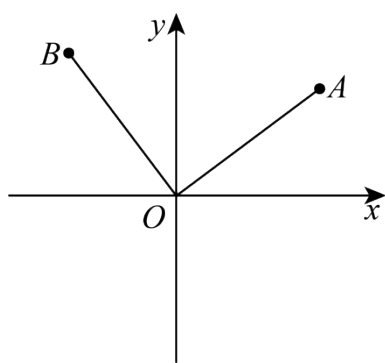


图1

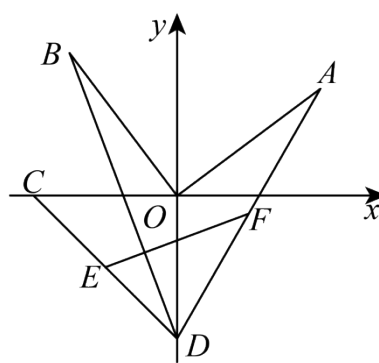


图2

(1)请写出点 A 关于 x 轴的对称点的坐标为_；

(2)如图 1，若 $OA = OB$ ， $\angle AOB = 90^\circ$ ，请求出 B 点坐标；

(3)如图 2，在 (2) 的条件下，若 C 点和 D 点同时从原点出发，以相同的速度分别沿 x 轴和 y 轴的负半轴方向运动． E 点和 F 点分别是 CD ， AD 的中点，连接 EF ， BD ．请探究 EF 与 BD 的位置及数量关系，并说明理由．

1. A

【分析】本题考查了轴对称图形的定义，掌握轴对称图形的定义是解题的关键．要注意：识别轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合．根据轴对称图形的定义，即可判断答案．

【详解】A、存在一条直线，使图形沿这条直线折叠后可重合，所以是轴对称图形，符合题意；

B、不存在直线，使图形沿这条直线折叠后可重合，所以不是轴对称图形，不符合题意；

C、不存在直线，使图形沿这条直线折叠后可重合，所以不是轴对称图形，不符合题意；

D、不存在直线，使图形沿这条直线折叠后可重合，所以不是轴对称图形，不符合题意．

故选：A．

2. C

【分析】本题主要考查了三角形的三边关系的运用，三角形的两边差小于第三边，三角形两边之和大于第三边．运用三角形三边关系判定三条线段能否构成三角形时，并不一定要列出三个不等式，只要两条较短的线段长度之和大于第三条线段的长度即可判定这三条线段能构成一个三角形．根据上述方法逐项判断，即可解题．

【详解】解：A、 $\because 3+4<8$ ，

\therefore 线段不能围成三角形，不符合题意；

B、 $\because 8+7=15$ ，

\therefore 线段不能围成三角形，不符合题意；

C、 $\because 14+12>20$ ，

\therefore 线段能围成三角形，符合题意；

D、 $\because 5+5<11$ ，

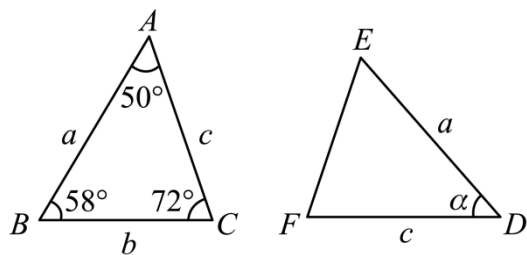
\therefore 线段不能围成三角形，不符合题意；

故选：C．

3. D

【分析】本题考查了全等三角形的性质，能熟记全等三角形的性质是解此题的关键，注意：全等三角形的对应边相等，对应角相等．根据图形得出 $DE=AB=a$, $DF=AC=c$, 根据全等三角形的性质得出 $\angle D=\angle A=50^\circ$ ，即可得出选项．

【详解】解：如图，



$$\because DE = AB = a, DF = AC = c,$$

又 $\because \triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 全等,

$$\therefore \angle D = \angle A = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle \alpha = 50^\circ,$$

故选: D.

4. D

【分析】本题考查了全等三角形的判定,能熟记全等三角形的判定定理是解此题的关键.根据 $BF = CE, \angle A = \angle D$, 再根据全等三角形的判定定理判断即可.

【详解】解: $\because BF = CE, \angle A = \angle D$,

A. 添加 $AF = DE$, 不能判定 $\triangle ABF \cong \triangle DCE$, 不符合题意;

B. 添加 $AB = CD$, 不能判定 $\triangle ABF \cong \triangle DCE$, 不符合题意;

C. 添加 $BE = CF$, 不能判定 $\triangle ABF \cong \triangle DCE$, 不符合题意;

D. 添加 $\angle B = \angle C$, 根据 AAS 能判定 $\triangle ABF \cong \triangle DCE$, 符合题意;

故选: D.

5. A

【分析】本题考查了等腰三角形的性质,三角形的内角和定理.解题的关键在于明确该三角形为钝角等腰三角形.由题意知, 100° 的内角为等腰三角形的顶角,进而可求底角.

【详解】解: \because 在一个内角是 100° 的等腰三角形中, 该内角必为顶角,

$$\therefore \text{底角的度数为 } \frac{180^\circ - 100^\circ}{2} = 40^\circ,$$

故选: A.

6. B

【分析】根据三角形具有稳定性进行解答即可.

【详解】解: A、具有稳定性, 故此选项不符合题意;

B、不具有稳定性, 故此选项符合题意;

C、具有稳定性, 故此选项不合题意;

D、具有稳定性，故此选项不符合题意；

故选：B.

【点睛】此题主要考查了三角形的稳定性，关键是掌握当三角形三边的长度确定后，三角形的形状和大小就能唯一确定下来，故三角形具有稳定性.

7. C

【分析】根据等腰三角形性质，利用三角形内角定理对 4 个选项逐一进行分析即可得到答案.

【详解】解：A、 $\angle C = 180^\circ - 30^\circ - 60^\circ = 90^\circ$ ，不能判定 $\triangle ABC$ 是等腰三角形，故本选项不符合题意；

B、 $\angle C = 180^\circ - 50^\circ - 70^\circ = 60^\circ$ ，不能判定 $\triangle ABC$ 是等腰三角形，故本选项不符合题意；

C、 $\angle C = 180^\circ - 40^\circ - 70^\circ = 70^\circ = \angle B$ ，能判定 $\triangle ABC$ 是等腰三角形，故本选项符合题意；

D、 $\angle C = 180^\circ - 80^\circ - 60^\circ = 40^\circ$ ，不能判定 $\triangle ABC$ 是等腰三角形，故本选项不符合题意；

故选 C.

【点睛】本题主要考查等腰三角形的判定和三角形内角和定理，掌握两个角相等的三角形是等腰三角形是解题的关键.

8. B

【分析】本题考查了轴对称的性质，全等三角形的性质，等腰三角形的性质，关键是掌握性质进行逐一判断. 根据全等三角形的定义以及轴对称的性质可判断选项 A 和 B；根据等腰三角形的性质可判断选项 C；根据对称轴的性质可判断选项 D.

【详解】解：A、如果两个三角形全等，则它们不一定关于某条直线成轴对称，故本选项不符合题意；

B、如果两个三角形关于某条直线成轴对称，那么它们是全等三角形，说法正确，故本选项符合题意；

C、等腰三角形的对称轴是底边上的中线所在的直线，故本选项不合题意；

D、等边三角形就有三条对称轴，故本选项不合题意；

故选：B.

9. D

【分析】本题考查多边形的外角和与内角和，熟记任意多边形的外角和都为 360° 以及其内角和公式为 $(n-2) \times 180^\circ$ （其中 n 为边数）是解答本题的关键. 设这个多边形是 n 边形，根据题意列方程求解即可.

【详解】解：设这个多边形是 n 边形，

则依题意得： $(n-2) \times 180^\circ = 4 \times 360^\circ$ ，

解得 $n=10$ ，

故这个多边形是十边形．

故选：D．

10. B

【分析】本题主要考查全等三角形的判定与性质，等腰三角形的判定与性质，角平分线的性质，熟练掌握全等三角形的判定方法是解题的关键．根据角平分线的性质可得 $CE = EF$ ，由于 AE 是公共边，利用三角形全等的判定定理，从而可得 $\text{Rt}\triangle AEF \cong \text{Rt}\triangle AEC$ ；利用全等三角形的性质即可解得．

【详解】解： $\because CD$ 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 斜边上的高，

$\therefore CD \perp AB$ ，

$\therefore \angle ADC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BCD + \angle B = 90^\circ$ ，

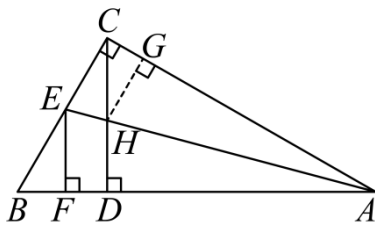
$\because \angle ACB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BCD + \angle ACD = 90^\circ$ ，

$\because \triangle ABC$ 是直角三角形，

$\therefore \angle ACD = \angle B$ ，故选项 A 正确，不符合题意；

过点 H 作 $HG \perp AC$ 于点 G ，如图所示：



$\because AE$ 是 $\angle BAC$ 的角平分线， $CD \perp AB$ ，

$\therefore HD = HG$ ，

$\because HC > HG$ ，

$\therefore HD < HC$ ，故选项 B 不正确，符合题意；

$\because AE$ 是 $\angle BAC$ 的角平分线， $\angle ACE = 90^\circ$ ， $EF \perp AB$ ，

$\therefore CE = EF$ ，

$\because \angle ACE = 90^\circ$ ， $EF \perp AB$ ，

$\therefore CE = EF$,
 $\because AE = AE$,
 $\therefore \text{Rt}\triangle AEF \cong \text{Rt}\triangle AEC$,
 $\therefore \angle CEA = \angle FEA$, $AC = AF$, 故选项 D 正确, 不符合题意;
 $\because CD \perp AB$, $EF \perp AB$,
 $\therefore CD \parallel EF$,
 $\therefore \angle FEA = \angle CHE$,
 $\because \angle FEA = \angle CHE$, $\angle CEA = \angle FEA$,
 $\therefore \angle CHE = \angle CEA$,
 $\therefore CH = CE$,
 $\because CH = CE$, $CE = EF$,
 $\therefore CH = CE = EF$, 故选项 C 正确, 不符合题意.

故选: B.

11. (3,6)

【分析】本题考查了点的坐标特征, 根据关于 y 轴对称的点的横坐标互为相反数, 纵坐标相等即可得解, 熟练掌握点的坐标特征是解此题的关键.

【详解】解: 点 $P(-3,6)$ 关于 y 轴的对称点的坐标是 $(3,6)$,

故答案为: $(3,6)$.

12. 10

【分析】根据轴对称的性质得到 $AB = BC = 3\text{cm}$, $CD = AD = 2\text{cm}$, 即可求得四边形 $ABCD$ 的周长.

【详解】解: \because 四边形 $ABCD$ 是轴对称图形, BD 所在的直线是它的对称轴, $AB = 3\text{cm}$,
 $CD = 2\text{cm}$,

$\therefore AB = BC = 3\text{cm}$, $CD = AD = 2\text{cm}$,

\therefore 四边形 $ABCD$ 的周长为 $AB + BC + CD + AD = 10\text{cm}$,

故答案为: 10

【点睛】此题主要考查了轴对称, 熟练掌握轴对称的性质是解题的关键.

13. 19 或 17##17 或 19

【分析】本题考查了等腰三角形的定义及三角形三边关系, 注意本题要分两种情况解答. 根

据等腰三角形的定义，分两种情况：①当腰长为 7 时，②当腰长为 5 时，解答出即可。

【详解】解：根据题意，

①当腰长为 7 时，底为 5，此时可以构成三角形，

$$\therefore \text{周长} = 7 + 7 + 5 = 19;$$

②当腰长为 5 时，底为 7，此时可以构成三角形，

$$\therefore \text{周长} = 7 + 5 + 5 = 17;$$

\therefore 等腰三角形的周长为 19 或 17，

故答案为：19 或 17.

14. 130° ## 130 度

【分析】本题考查了三角形内角和定理的应用、角平分线的定义，掌握三角形内角和定理是解题的关键。根据三角形内角和定理先求出 $\angle ABC + \angle ACB = 100^\circ$ ，再利用角平分线定义可得 $\angle OBC + \angle OCB = 50^\circ$ ，即可求得 $\angle BOC$ 。

【详解】解： $\because \angle A = 80^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A = 100^\circ,$$

\because 点 O 是三角形三条角平分线的交点，

$$\therefore \angle OBC = \frac{1}{2} \angle ABC, \quad \angle OCB = \frac{1}{2} \angle ACB,$$

$$\therefore \angle OBC + \angle OCB = \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle ACB) = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - (\angle OBC + \angle OCB) = 130^\circ,$$

故答案为： 130° 。

15. 8

【分析】本题考查三角形中线的性质，三角形的面积，根据三角形的中线将三角形分成面积相等的两部分的知识进行解答即可。

【详解】解： $\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线， $\triangle ABC$ 的面积为 16，

$$\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = 8,$$

\because 点 E 是 AD 的中点，

$$\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\triangle DBE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABD} = 4, \quad S_{\triangle ACE} = S_{\triangle DCE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ACD} = 4,$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积为 } S_{\triangle ABE} + S_{\triangle DCE} = 4 + 4 = 8,$$

故答案为：8。

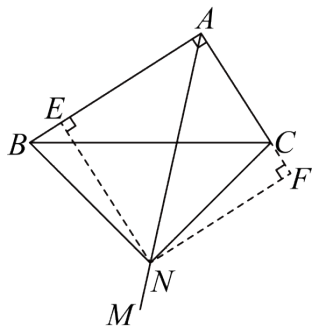
【分析】本题考查了角平分线的性质定理，全等三角形的判定与性质，线段垂直平分线的判定，熟练掌握知识点，正确添加辅助线是解题的关键．如图作 $NE \perp AB$ 于 E ， $NF \perp AC$ 于 F ，可证明 $\text{Rt}\triangle NEB \cong \text{Rt}\triangle NFC$ (HL)，则 $BE = CF$ ， $\angle BNE = \angle CNF$ ， $S_{\triangle BFN} = S_{\triangle CFN}$ ，同理可证明： $\text{Rt}\triangle AEN \cong \text{Rt}\triangle AFN$ ，则 $AE = AF$ ，故 $AB + AC = (AE + BE) + (AF - CF) = 2AE = 18$ ，则 $AE = AF = 9$ ，根据 $S_{\text{四边形}ABNC} = S_{\text{四边形}AENF} = 2S_{\triangle AEN}$ 即可求解．

【详解】

解：∵ N 到点 B ， C 的距离相等，

∴ $NB = NC$ ，

如图作 $NE \perp AB$ 于 E ， $NF \perp AC$ 于 F ．



∵ MA 是 $\angle BAC$ 的平分线，

∴ $NE = NF$ ，

在 $\text{Rt}\triangle NEB$ 和 $\text{Rt}\triangle NFC$ 中，

$$\begin{cases} NB = NC \\ NE = NF \end{cases},$$

∴ $\text{Rt}\triangle NEB \cong \text{Rt}\triangle NFC$ (HL)，

∴ $BE = CF$ ， $S_{\triangle BFN} = S_{\triangle CFN}$ ，

同理可证明： $\text{Rt}\triangle AEN \cong \text{Rt}\triangle AFN$ ，

∴ $AE = AF$ ，

∴ $AB + AC = (AE + BE) + (AF - CF) = 2AE = 18$ ，

∴ $AE = AF = 9$ ，

∵ $\angle BAC = 90^\circ$ ， $NF \perp AF$ ，

∴ $AB \parallel NF$ ，

∵ $NE \perp AB$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ，

$$\therefore NE = AF = 9,$$

$$\therefore S_{\text{四边形}ABNC} = S_{\text{四边形}AENF} = 2S_{\triangle AEN} = \frac{1}{2} \times 9 \times 9 \times 2 = 81.$$

故答案为：81.

$$17. -5 - \sqrt{3}$$

【分析】本题考查了实数的运算，利用乘方法则、立方根的定义、绝对值的意义化简计算即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】解:原式} &= -4 + (-3) + 2 - \sqrt{3} \\ &= -5 - \sqrt{3}. \end{aligned}$$

$$18. \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$$

【分析】本题考查了解二元一次方程组，掌握代入消元法和加减消元法是解题的关键. 利用加减消元法求解即可.

$$\text{【详解】解:} \begin{cases} 5x - 7y = -1 \text{①} \\ x + 3y = 13 \text{②} \end{cases},$$

$$\text{②} \times 5 - \text{①}, \text{ 得 } 15y - (-7y) = 65 - (-1),$$

$$\text{解得 } y = 3,$$

$$\text{把 } y = 3 \text{ 代入②, 得 } x + 9 = 13,$$

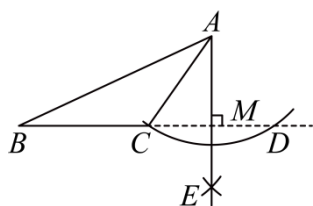
$$\text{解得 } x = 4,$$

$$\therefore \text{方程组的解为} \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}.$$

19. AD ; CE ; DE ; AE 是 CD 的垂直平分线; 到线段两个端点距离相等的点在这条线段的垂直平分线上; 垂

【分析】本题主要考查了垂直平分线的判定，基本作图，理解题意，熟练掌握作图方法是解题关键. 根据到线段两个端点距离相等的点在这条线段的垂直平分线上证明即可.

【详解】解：如图，根据题中作法作图即可得；



由②可得： $AC = AD$ ，（均为圆的半径）

由③可得： $CE = DE$ ，（相同圆的半径）

$\therefore AE$ 是 CD 的垂直平分线（到线段两个端点距离相等的点在这条线段的垂直平分线上），

即 AM 是 $\triangle ABC$ 边 BC 上的垂线.

20. (1)见解析, $A_1(-2, -3)$

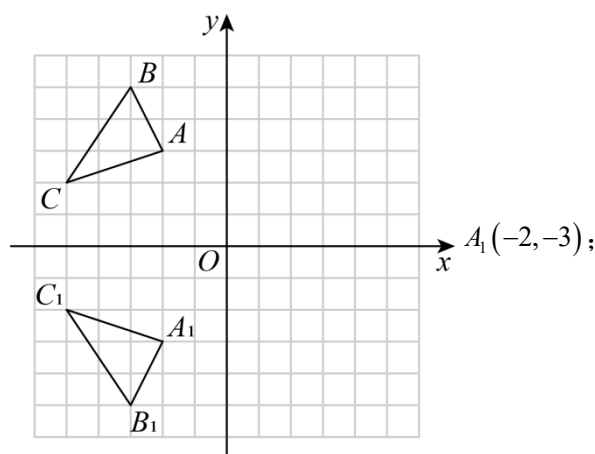
(2) $\frac{7}{2}$

【分析】本题考查的是坐标与图形，画轴对称图形，坐标系内三角形面积的计算，解题的关键是：

(1) 分别确定 A 、 B 、 C 关于 x 轴的对称点 A_1 、 B_1 、 C_1 ，再顺次连接 A_1 、 B_1 、 C_1 即可；

(2) 利用割补法求解即可.

【详解】(1) 解：如图，即为所求，



(2) 解： $S_{\triangle ABC} = 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 3 \times 1 - \frac{1}{2} \times 2 \times 1 - \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = \frac{7}{2}$.

21. (1)见解析

(2) $\angle B = 41^\circ$

【分析】本题主要考查了全等三角形的判定和性质，以及三角形内角和定理. 熟练掌握以上知识是解题的关键.

(1) 由 $AF = CD$ 可得 $AC = DF$ ，再根据 AAS 证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 即可得 $AB = DE$ ；

(2) 根据“全等三角形对应角相等”可得 $\angle BCA = \angle EFD = 95^\circ$ ，再根据三角形内角和定理即可求出 $\angle B$ 的度数.

【详解】(1) 证明: $\because AF = CD$,

$$\therefore AF - CF = CD - CF,$$

$$\text{即 } AC = DF,$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle D \\ \angle B = \angle E, \\ AC = DF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (\text{AAS}),$$

$$\therefore AB = DE.$$

(2) 解: $\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$,

$$\therefore \angle BCA = \angle EFD = 105^\circ,$$

$$\because \text{在 } \triangle ABC \text{ 中, } \angle BCA = 105^\circ, \angle A = 34^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 180^\circ - \angle BCA - \angle A = 180^\circ - 105^\circ - 34^\circ = 41^\circ.$$

22. (1) 见解析

$$(2) BD = 7$$

【分析】本题考查了全等三角形的判定以及三角形的外角性质; 熟练掌握全等三角形的判定方法是解题的关键.

(1) 证出 $\angle A = \angle DCE$, 由 AAS 证明 $\triangle ABC \cong \triangle CDE$ 即可;

(2) 由题意得 $CD = AB = 3$, 则 $BD = BC + CD = 5$;

【详解】(1) 证明: $\because \angle ACE = \angle B, \angle ACD = \angle B + \angle A = \angle ACE + \angle DCE$,

$$\therefore \angle A = \angle DCE,$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle DCE \\ BC = DE, \\ \angle B = \angle D \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDE (\text{AAS});$$

(2) 解: $\because \triangle ABC \cong \triangle CDE$,

$$\therefore CD = AB = 4,$$

$$\because BC = DE = 3,$$

$$\therefore BD = BC + CD = 3 + 4 = 7.$$

23. (1)见解析

(2)见解析

$$(3) AB + AC = 20$$

【分析】本题主要考查了三角形全等的判定和性质，线段垂直平分线的判定，三角形面积的计算，解题的关键是熟练掌握三角形全等的判定方法.

(1) 用 AAS 证明 $\triangle AED \cong \triangle AFD$ 即可；

(2) 根据全等三角形的性质，得出 $AE = AF$ ， $DE = DF$ ，说明点 A 、 D 在线段 EF 的垂直平分线上，即可证明结论；

(3) 根据 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} AB \cdot CD + \frac{1}{2} AC \cdot DF = 60$ ，得出 $3(AB + AC) = 60$ ，即可求出结果.

【详解】(1) 证明： $\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，

$$\therefore \angle DAE = \angle DAF,$$

$\because DE, DF$ 分别是 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 的高，

$$\therefore \angle AED = \angle AFD = 90^\circ,$$

$$\because AD = AD,$$

$$\therefore \triangle AED \cong \triangle AFD;$$

(2) 证明： $\because \triangle AED \cong \triangle AFD$ ，

$$\therefore AE = AF, DE = DF,$$

\therefore 点 A 、 D 在线段 EF 的垂直平分线上，

$\therefore AD$ 垂直平分 EF ；

(3) 解： $\because DE = 6$ ，

$$\therefore DE = DF = 6,$$

$$\because S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} AB \cdot CD + \frac{1}{2} AC \cdot DF = 60,$$

$$\therefore \frac{1}{2} AB \times 6 + \frac{1}{2} AC \times 6 = 60,$$

$$\therefore 3(AB + AC) = 60,$$

解得： $AB + AC = 20$.

24. (1) ASA; (2) 27° ; (3) ① $BE = \frac{1}{2}CD$, 证明见解析; ② $BE = 8$

【分析】(1) 根据角平分线的性质得 $\angle AOC = \angle BOC$, 垂直得性质得 $\angle ACO = \angle BCO$, 结合 $OC = OC$, 可利用 ASA 证明 $\triangle AOC \cong \triangle BOC$;

(2) 延长 AE 交 BC 于点 F , 由问题情境可知 $\triangle AEC \cong \triangle FEC$ (ASA), 得出 $\angle EFC = \angle EAC = 65^\circ$, 结合三角形的外角性质即可得出结论;

(3) ① 延长 BE 、 CA 交于点 F , 利用 ASA 证 $\triangle ABF \cong \triangle ACD$, 有 $BF = CD$, 结合问题情境可知 $BE = FE = \frac{1}{2}BF$, 即可得出结论;

② 过点 F 作 $FG \parallel AC$, 交 BE 的延长线于点 G , 与 AD 相交于 H , 可得 $\angle GFB = \angle C$ 和 $\angle BHF = \angle A$, 进一步得 $\angle EFB = \angle EFG = \frac{1}{2}\angle C$, 结合 $BE \perp EF$ 有 $BE = GE$ 和 $\angle BEF = 90^\circ$, 利用 ASA 可证得 $\triangle BGH \cong \triangle FDH$, 说明 $BG = DF$, 即可证明 $DF = 2BE$, 根据三角形面积公式求出 BE 即可.

【详解】解: $\because OP$ 平分 $\angle MON$,

$$\therefore \angle AOC = \angle BOC,$$

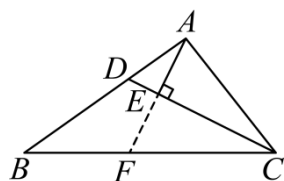
$$\because AC \perp OP,$$

$$\therefore \angle ACO = \angle BCO,$$

$$\because OC = OC,$$

$$\therefore \triangle AOC \cong \triangle BOC \text{ (ASA)};$$

(2) 延长 AE 交 BC 于点 F , 如图,



由问题情境可知, $\triangle AEC \cong \triangle FEC$ (ASA),

$$\therefore \angle EFC = \angle EAC = 65^\circ,$$

$$\because \angle EFC = \angle B + \angle DAE,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle EFC - \angle B = 65^\circ - 38^\circ = 27^\circ,$$

(3) ① $BE = \frac{1}{2}CD$, 证明如下:

延长 BE 、 CA 交于点 F , 如图,

$$\therefore \angle EBD = \angle HFD,$$

$$\because AB = AC, \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle GFB = 45^\circ,$$

$$\text{则 } BH = FH,$$

在 $\triangle BGH$ 和 $\triangle FDH$ 中

$$\begin{cases} \angle HBG = \angle HFD \\ BH = FH \\ \angle BHG = \angle DHF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BGH \cong \triangle FDH (\text{ASA}),$$

$$\therefore BG = DF,$$

根据解析 (1) 可知: $\triangle BEF \cong \triangle GEF$,

$$\therefore BE = GE,$$

$$\therefore DF = BG = 2BE,$$

$$\therefore S_{\triangle BDF} = \frac{1}{2} DF \cdot BE = \frac{1}{2} \times 2BE \cdot BE = BE^2 = 64,$$

$$\therefore BE = 8, \text{ 负值舍去.}$$

【点睛】本题考查了全等三角形的判定与性质、等腰三角形的性质、三角形的外角性质、角平分线定义以及平行线的性质,熟练掌握等腰三角形的性质和证明三角形全等是解题的关键.

$$25. (1)(4, -3)$$

$$(2) B(-3, 4)$$

$$(3) EF = \frac{1}{2} BD, EF \perp BD, \text{ 理由见解析}$$

【分析】(1) 根据关于 x 轴对称的两点, 横坐标相同, 纵坐标互为相反数解答即可;

(2) 过 A 作 $AM \perp x$ 轴于 M , 过 B 作 $BN \perp x$ 于 N , 证明 $\triangle AOM \cong \triangle BDN$ (AAS), 得出:

$$AM = ON = 3, OM = BN = 4, \text{ 即可求解;}$$

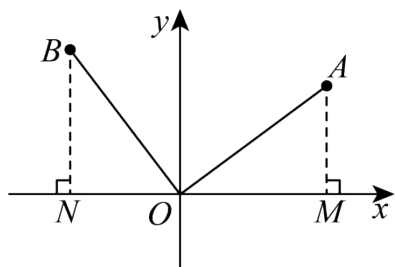
(3) 连接 AC , 证明 $\triangle AOC \cong \triangle BOD$ (SAS), 得出 $AC = BD$, $\angle ACO = \angle BDO$, 利用三角形的内角和定理可证明 $\angle ACO + \angle BQC = 90^\circ$, 则 $AC \perp BD$, 利用三角形中位线定理得出

$EF = \frac{1}{2}AC$, $EF \parallel AC$, 即可得出 $EF = \frac{1}{2}BD$, $EF \perp BD$.

【详解】(1) 解: 点 $A(4,3)$ 关于 x 轴的对称点的坐标为 $(4,-3)$,

故答案为: $(4,-3)$;

(2) 解: 过 A 作 $AM \perp x$ 轴于 M , 过 B 作 $BN \perp x$ 于 N ,



$$\therefore \angle AMO = \angle BNO = 90^\circ,$$

$$\because \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOM = \angle NOB = 90^\circ - \angle BON,$$

$$\text{又 } OA = OB,$$

$$\therefore \triangle AOM \cong \triangle OBN (\text{AAS}),$$

$$\therefore AM = ON, OM = BN,$$

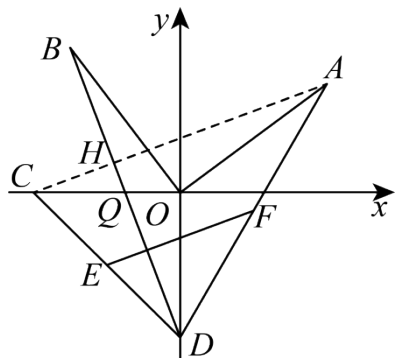
$$\because A(4,3),$$

$$\therefore ON = AM = 3, BN = OM = 4,$$

$$\therefore B(-3,4)$$

(3) 解: $EF = \frac{1}{2}BD$, $EF \perp BD$

理由: 连接 AC ,



$\because C$ 点和 D 点同时从原点出发, 以相同的速度分别沿 x 轴和 y 轴的负半轴方向运动,

$$\therefore OC = OD,$$

$$\because \angle AOB = \angle COD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = \angle BOD,$$

$$\text{又 } OA = OB,$$

$$\therefore \triangle AOC \cong \triangle BOD (\text{SAS}),$$

$$\therefore AC = BD, \quad \angle ACO = \angle BDO,$$

$$\because \angle CQB = \angle BQO, \quad \angle BDO + \angle BQO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACO + \angle BQC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CHQ = 90^\circ,$$

$$\therefore AC \perp BD,$$

$$\because E \text{ 点和 } F \text{ 点分别是 } CD, AD \text{ 的中点},$$

$$\therefore EF = \frac{1}{2} AC, \quad EF \parallel AC,$$

$$\therefore EF = \frac{1}{2} BD, \quad EF \perp BD.$$

【点睛】本题考查了坐标与图形，轴对称，全等三角形的判定与性质，三角形中位线定理等知识，明确题意，添加合适辅助线，构造全等三角形是解题的关键．