湖南师大附中凌云中学

2023—2024 学年度第一学期八年级期末考试试题卷·数学

时量：120 分钟　　分值：120 分

注意事项：

1．答题前，请先将自己的姓名、班级、考场号、座位号填写清楚；2．必须在答卷上答题，在草稿纸、试题卷上答题无效；3．答题时，请考生注意各大题号后面的答题提示；4．请注意卷面，保持字体工整、笔迹清晰、卷面清洁；5．答卷上不准使用涂改液、涂改胶和贴纸．

一．选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1．下列图形中是轴对称图形的是（　　）

A． 　　B． 

C． 　　D． 

2．下列计算正确的是（　）

A．$a^5+a^5=2a^{10}$　　B．$a^3\cdot 2a^2=2a^6$　　C．$(a+1)^2=a^2+1$　　D．$(2ab)^2=4a^2b^2$

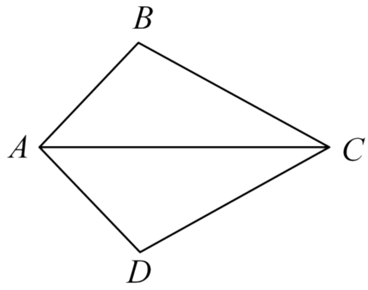
3．碘是人体必需的微量元素之一，在人的身体成长、发育过程中起着至关重要的作用．已知碘原子的半径约为0.0000000133，数字0.0000000133用科学记数法表示为（　）

A．13.3×10^{-8}　　B．1.33×10^{-8}　　C．1.33×10^{-9}　　D．0.133×10^{-7}

4．下列各式中是二次根式的是（　　）

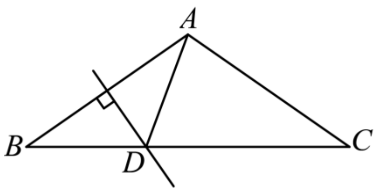
A．$\sqrt[3]{8}$　　B．$\sqrt{-1}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{x}$（$x<0$）

5．如图，$\angle BAC=\angle DAC$，添加下列一个条件后，仍不能判定$\triangle ABC\cong\triangle ADC$的是（　）



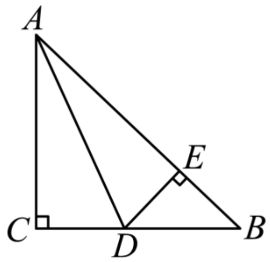
A．$\angle B=\angle D$　　B．$\angle BCA=\angle DCA$　　C．$AB=AD$　　D．$BC=DC$

6．如图，$AB=AC$，$\angle BAC=100°$，AB 的垂直平分线交 BC 于点 D，那么 $\angle BAD$ 的度数为（　）



A．$80°$　　B．$50°$　　C．$40°$　　D．$50°$

7．如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，AD 平分 $\angle BAC$，过点 D 作 $DE\perp AB$，若 $BC=7$，$BD=4$，则 DE 的长为（　）



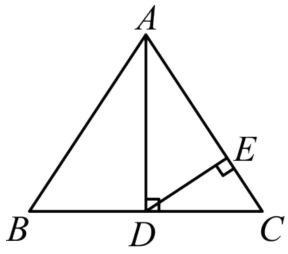
A．5　　B．4　　C．3　　D．2

8．解方程 $\frac{1}{x-1}-2=\frac{3x}{1-x}$ 去分母，两边同乘 $(x-1)$ 后的式子为（　）

A．$1-2=-3x$　　B．$1-2(x-1)=-3x$

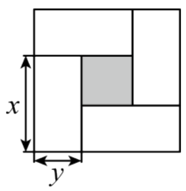
C．$1-2(1-x)=-3x$　　D．$1-2(x-1)=3x$

9．如图，等边 $\triangle ABC$ 的边长为4，AD 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的高，过点 D 作 $DE\perp AC$ 于点 E，则 AE 的长是（　）



A．1　　　　　　B．2　　　　　　C．3　　　　　　D．4

10．如图，大正方形的边长为 m，小正方形的边长为 n，若用 x、y 表示四个大小相同的长方形两边长 $(x>y)$，观察图案及以下关系式：①$x-y=n$；②$xy=\frac{m^2-n^2}{4}$；③$x^2-y^2=mn$；④$x^2+y^2=\frac{m^2-n^2}{2}$.其中正确的关系式的个数有(　　)



A．1 个　　　　　　B．2 个　　　　　　C．3 个　　　　　　D．4 个

二．填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

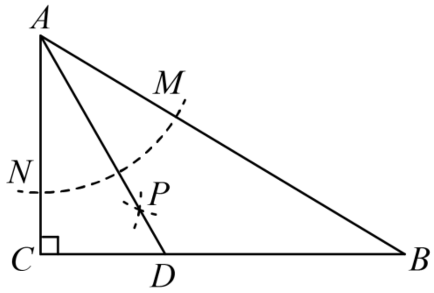
11．若式子 $\frac{\sqrt{x+1}}{x}$ 有意义，则 x 的取值范围是___.

12．凌云中学数学组开展学生的剪窗花活动，小敏同学将剪好的兔子放在适当的平面直角坐标系中．若兔子两只耳朵上的点 $A(2,a)$ 与点 $B(b,3)$ 恰好关于 y 轴对称，则 a^b 的值为________.

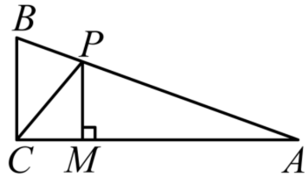
13．因式分解：$x^2y-9y=$_________.

14．若 $(a+5)^2+\sqrt{b-2}=0$，则 $\sqrt{a^b}=$_________.

15．如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°,\angle B=30°$，以 A 为圆心，任意长为半径画弧分别交 AB、AC 于点 M 和 N，再分别以 M、N 为圆心，大于 MN 的长为半径画弧，两弧交于 P，连接 AP 并延长交 BC 于点 D，若 $CD=\sqrt{2}$，则 $BD=$_________.



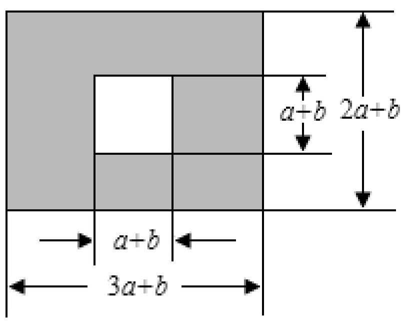
16．如图，直角$\triangle ABC$中，$\angle A=20^{\circ}$，$\angle BCA=90^{\circ}$，点P在AB上，过点P作$PM\perp AC$，垂足为M，当$\triangle BCP$为等腰三角形时，$\angle CPM$的度数为________.



三．解答题（共9小题，17,18,19每小题6分，20,21每小题8分，22,23每小题9分，24,25每小题10分，共72分）

17．计算：$12\sqrt{8}\div 3\sqrt{2}+(-1)^{2024}+(3-\pi)^{0}-\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$.

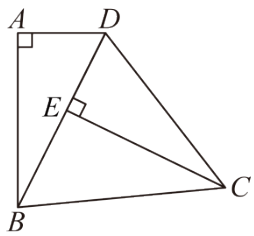
18．某小区有一块长为($3a+b$)米,宽为($2a+b$)米的长方形地块(如图所示)，物业公司计划将中间修建一小型喷泉,然后将周围(阴影部分)进行绿化;



(1)应绿化的面积是多少平方米?

(2)当$a=3,b=2$时求出应绿化的面积.

19．如图，在四边形$ABCD$中，BD平分$\angle ADC$，点E在线段BD上，$\angle A=\angle DEC=90^{\circ}$，$AB=CE$.



(1)求证：$\triangle ABD\cong\triangle ECD$；

(2)当$\angle DCB=55^{\circ}$时，求$\angle DCE$的度数.

20.（1）化简求值：$\left(1-\dfrac{x}{x+1}\right)\div\dfrac{x^{2}-2x+1}{x^{2}-1}$，其中$x=2024$.

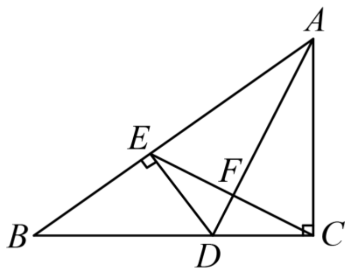
（2）解方程：$\dfrac{16}{x^{2}-4}+1=\dfrac{2+x}{x-2}$

21．某学校要对教室环境进行美化，准备购买 A，B 两种花卉装饰．已知 1 盆 A 种花卉比 1 盆 B 种花卉便宜 5 元；用 300 元购买 A 种花卉与用 360 元购买 B 种花卉的数量相等．

(1)求 A，B 两种花卉的单价各是多少元：

(2)该学校准备购买 A，B 两种花卉共 200 盆，所需费用不超过 5600 元，那么至少购买 A 种花卉多少盆．

22．$\triangle ABC$ 中，$\angle ACD=90°$，$AB=10, BC=8, AC=6, AD$ 平分 $\angle BAC, DE\perp AB$，垂足为点 E．连接 CE，交 AD 于点 F．



(1)证明 $AF\perp CE$．

(2)求 $\triangle BDE$ 的周长；

(3)求△ADC的面积．

23．对x，y定义一种新运算T，规定T（x，y）$=\dfrac{ax^2+by^2}{x+y}$（其中a，b是非零常数，且x+y≠0），这里等式右边是通常的四则运算．

如：T（3，1）$=\dfrac{a\times 3^2+b\times 1^2}{3+1}=\dfrac{9a+b}{4}$，T（m，﹣2）$=\dfrac{am^2+4b}{m-2}$．

（1）填空：T（4，﹣1）=_____（用含a，b的代数式表示）；

（2）若T（﹣2，0）=﹣2且T（5，﹣1）=6．

①求a与b的值；

②若T（3m﹣10，m）=T（m，3m﹣10），求m的值．

24．数学活动课上，老师准备了若干个如图1的三种纸片，A种纸片是边长为a的正方形，B种纸片是边长为b的正方形，C种纸片是长为a、宽为b的长方形，并用A种纸片一张，B种纸片一张，C种纸片两张拼成如图2的大正方形．

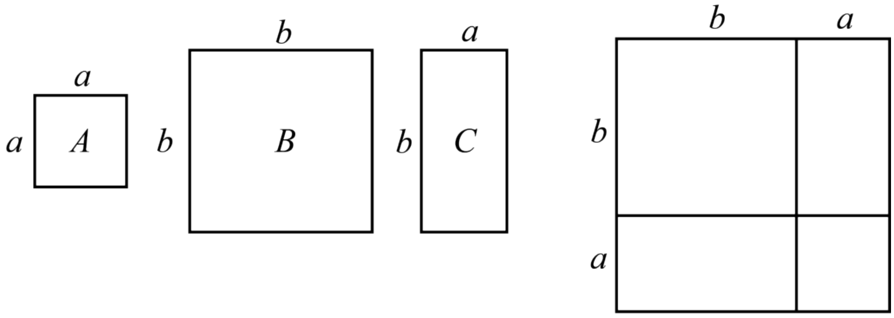


图1　　　　　　　　图2

(1)若要拼出一个面积为$\left(a+2b\right)\left(3a+b\right)$的长方形，则需要$A$号卡片__________张，$B$号卡片__________张，$C$号卡片__________张．

(2)观察图2，请你写出下列三个代数式：$(a+b)^2, a^2+b^2, ab$之间的等量关系__________；

(3)根据得出的等量关系，解决如下问题：已知$(2024-x)^2+(x-2023)^2=3$．求$(2024-x)(x-2023)$的值．

25．如图1，$A\left(-1,0\right), B\left(0,2\right)$，以$B$点为直角顶点在第二象限作等腰直角$\triangle ABC$．

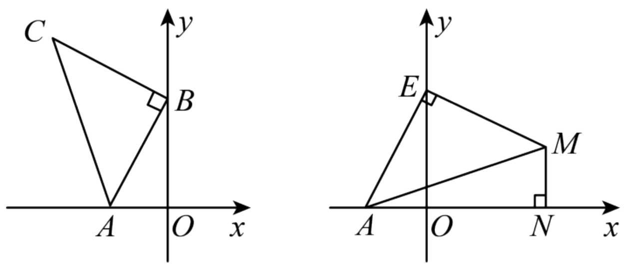


图1　　　　图2

(1)求C点的坐标；

(2)在y轴右侧的平面内是否存在一点P，使$\triangle PAB$与$\triangle ABC$全等？若存在，求出P点坐标，若不存在，请说明理由；

(3)如图2，点E为y轴正半轴上一动点，以E为直角顶点作等腰直角$\triangle AEM$，过M作$MN \perp x$轴于N，求出$OE - MN$的值.

1．C

【分析】根据轴对称图形的定义：如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴，这时，我们也可以说这个图形关于这条直线（成轴）对称，进而得出答案．

【详解】A、不是轴对称图形，故 A 错误；

B、不是轴对称图形，故 B 错误；

C、是轴对称图形，故 C 正确；

D、不是轴对称图形，故 D 错误．

故选：C．

【点睛】本题考查了轴对称图形的判断问题，掌握轴对称图形的定义以及性质是解题的关键．

2．D

【分析】本题考查整式的运算，根据合并同类项，单项式乘单项式，完全平方公式，积的乘方公式，逐一进行计算，判断即可．

【详解】解：A、$a^5+a^5=2a^5$，选项错误；

B、$a^3\cdot 2a^2=2a^5$，选项错误；

C、$(a+1)^2=a^2+2a+1$，选项错误；

D、$(2ab)^2=4a^2b^2$，选项正确；

故选：D．

3．B

【分析】科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\le|a|<10$，n为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．

【详解】解：数字0.0000000133用科学记数法表示为1.33×10^{-8}．

故选：B．

【点睛】此题考查科学记数法的表示方法，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

4．C

【分析】根据二次根式的定义逐一判断即可．

【详解】A、$\sqrt[3]{8}$的根指数为 3，不是二次根式；

B、$\sqrt{-1}$的被开方数－1＜0，无意义；

C、$\sqrt{2}$ 的根指数为 2，且被开方数 2＞0，是二次根式；

D、$\sqrt{x}$ 的被开方数 x＜0，无意义；

故选 C．

【点睛】本题考查了二次根式的定义：形如$\sqrt{a}$（a≥0）叫二次根式．

5．D

【分析】根据全等三角形判定方法进行判断即可，熟练掌握全等三角形的判定方法是解题的关键．

【详解】A. 添加$\angle B=\angle D$，根据 AAS 能判定$\triangle ABC\cong\triangle ADC$，故本选项不符合题意；

B. 添加$\angle BCA=\angle DCA$时，根据 ASA 不能判定$\triangle ABC\cong\triangle ADC$，故本选项不符合题意；

C. 添加$AB=AD$，根据SAS 不能判定$\triangle ABC\cong\triangle ADC$，故本选项不符合题意；

D. 添加$BC=DC$，根据SSA 不能判定$\triangle ABC\cong\triangle ADC$，故本选项符合题意；

故选：D.

6．C

【分析】先根据等腰三角形内角和定理得出$\angle B$的度数，再由中垂线的知识得出$\triangle ABD$为等腰直角三角形，可得出$\angle BAD$的度数．

【详解】解：根据题意，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$\angle BAC=100°$，

$\therefore\angle B=40°$，

又 AB 的垂直平分线交 BC 于点 D，

$\therefore DA=DB$，

$\therefore\angle BAD=\angle B=40°$．

故选：C．

【点睛】本题主要考查的是等腰三角形的性质、垂直平分线的性质．关键是掌握等腰三角形的性质．

7．C

【分析】根据角的平分线上的点到角的两边的距离相等解答即可．

【详解】解：$\because BC=7$，$BD=4$，

$\therefore DC=BC-BD=7-4=3$，

$\because AD$ 平分$\angle BAC$，$DE\perp AB$，$\angle C=90°$，

$\therefore DE=DC=3$，

故选：C．

【点睛】此题考查角平分线的性质，掌握角的平分线上的点到角的两边的距离相等是解题的关键．

8．B

【分析】根据分式方程的解法，两侧同乘$\left(x-1\right)$化简分式方程即可．

【详解】解：解方程$\frac{1}{x-1}-2=\frac{3x}{1-x}$去分母，两边同乘$\left(x-1\right)$后的式子为：$1-2\left(x-1\right)=-3x$，

故选：B．

【点睛】本题考查了解分式方程时去分母，找到分式方程的公分母是解题的关键．

9．C

【分析】根据等边三角形的性质得到$BC=AC=4,\angle C=60°,BD=CD=\frac{1}{2}BC$，求出$\angle CDE=30°$，根据直角三角形$30°$的性质求出$CE=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{4}BC=1$，即可求出$AE$．

【详解】解：∵等边$\triangle ABC$的边长为4，AD是$\triangle ABC$的边BC上的高，

$\therefore BC=AC=4,\angle C=60°,BD=CD=\frac{1}{2}BC$，

$\because DE\perp AC$，

$\therefore \angle CDE=30°$

$\therefore CE=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{4}BC=1$，

$\therefore AE=AC-CE=4-1=3$，

故选：C．

【点睛】此题考查了等边三角形的性质，直角三角形$30°$所对的直角边等于斜边的一半的性质，熟练掌握等边三角形的性质是解题的关键．

10．C

【分析】根据长方形的长和宽，结合图形进行判断，即可得出选项．

【详解】①x-y 等于小正方形的边长，即 x-y=n，正确；

②∵xy 为小长方形的面积，

$\therefore xy=\frac{m^2-n^2}{4}$，

故本项正确；

③x^2-y^2=（x+y）（x-y）=mn，故本项正确；

④$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=m^2-2\times\frac{m^2-n^2}{4}=\frac{m^2+n^2}{2}$，故本项错误.

则正确的有3个.

故选C.

【点睛】本题考查了整式的混合运算以及因式分解的应用，主要考查学生的计算能力和观察图形的能力.

11． $x\geq -1$且$x\neq 0$

【详解】∵式子$\frac{\sqrt{x+1}}{x}$在实数范围内有意义，

∴$x+1\geq 0$，且$x\neq 0$，

解得：$x\geq -1$且$x\neq 0$，

故答案为$x\geq -1$且$x\neq 0$.

12． $\frac{1}{9}$

【分析】本题考查坐标与轴对称，根据关于y轴对称的点的特点：横坐标互为相反数，纵坐标相同，求出a,b的值，进而求出代数式的值即可.

【详解】解：由题意，得：$a=3$，$b=-2$，

$\therefore a^b=3^{-2}=\frac{1}{9}$；

故答案为：$\frac{1}{9}$.

13． $y\left(x+3\right)\left(x-3\right)$

【分析】本题考查因式分解．先提公因式后，再用平方差公式进行分解即可.

【详解】解：x^2y-9y

$=y\left(x^2-9\right)$

$=y\left(x+3\right)\left(x-3\right)$.

故答案为：$y\left(x+3\right)\left(x-3\right)$.

14． 5

【分析】本题考查偶次方和二次根式的非负性，求一个的数的算术平方根，先根据非负性求出a,b的值，进而代入求值即可.

【详解】解：$\because (a+5)^2+\sqrt{b-2}=0$，

$\therefore a+5=0, b-2=0$，

$\therefore a=-5, b=2$，

$\therefore \sqrt{a^b}=\sqrt{(-5)^2}=5$；

故答案为：5．

15．$2\sqrt{2}$

【分析】本题考查基本作图—作角平分线，含30度角的直角三角形，等腰三角形的判定和性质，根据题意，得到AD平分$\angle BAC$，进而得到$\angle CAD=\angle DAB=30^{\circ}$，利用含30度角的直角三角形的性质以及等角对等边得到$BD=AD=2CD$，即可．

【详解】解：$\because \angle C=90^{\circ}, \angle B=30^{\circ}$，

$\therefore \angle BAC=60^{\circ}$，

由题意，得：AD平分$\angle BAC$，

$\therefore \angle CAD=\angle DAB=30^{\circ}=\angle B$，

$\therefore AD=BD$，

在$\mathrm{Rt}\triangle ACD$中，$\angle C=90^{\circ}, \angle CAD=30^{\circ}$，

$\therefore BD=AD=2CD=2\sqrt{2}$；

故答案为：$2\sqrt{2}$．

16．40°或70°或55°

【分析】先求解$\angle B=90^{\circ}-20^{\circ}=70^{\circ}$，$\angle APM=90^{\circ}-20^{\circ}=70^{\circ}$，再分三种情况讨论：当$CB=CP$时，当$PB=PC$，当$BC=BP$，结合等腰三角形的性质与平角的定义可得答案．

【详解】解：$\because \angle A=20^{\circ}$，$\angle BCA=90^{\circ}$，

$\therefore \angle B=90^{\circ}-20^{\circ}=70^{\circ}$，

$\because PM\perp AC$，

$\therefore \angle APM=90^{\circ}-20^{\circ}=70^{\circ}$，

当$CB=CP$时，

$\therefore \angle B=\angle CPB=70^{\circ}$，

$\therefore \angle CPM=180^{\circ}-2\times 70^{\circ}=40^{\circ}$，

当$PB=PC$，

$\therefore \angle B=\angle PCB=70^{\circ}$，

$\therefore \angle BPC=180^{\circ}-2\times 70^{\circ}=40^{\circ}$，

$\therefore \angle CPM = 180^\circ - 40^\circ - 70^\circ = 70^\circ$，

当 $BC = BP$，

$\therefore \angle BCP = \angle BPC = \frac{1}{2}(180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ$，

$\therefore \angle CPM = 180^\circ - 55^\circ - 70^\circ = 55^\circ$．

综上：当 $\triangle BCP$ 为等腰三角形时，$\angle CPM$ 的度数为 40°，70°，55°．

故答案为：40° 或 70° 或 55°．

【点睛】本题考查的是垂直的定义，三角形的内角和定理的应用，等腰三角形的性质，清晰的分类讨论是解本题的关键.

17．1

【分析】本题考查实数的混合运算．先化简各数，再根据混合运算法则，进行计算即可，掌握相关运算法则，正确的计算，是解题的关键.

【详解】解：原式 $= 8 + 1 + 1 - 9 = 1$．

18．（1）$5a^2 + 3ab$；（2）63.

【分析】（1）依据应绿色的面积=矩形面积-正方形面积列式计算即可；

（2）将 a=3，b=2 代入化简后的结果，最后，依据有理数的运算法则进行计算即可.

【详解】(1) 依题意得：绿化的面积$=(3a+b)(2a+b)-(a+b)^2$

$= 6a^2 + 5ab + b^2 - a^2 - 2ab - b^2$

$= 5a^2 + 3ab$

答：绿化的面积为（$5a^2 + 3ab$）平方米；

(2) 当 $a = 3, b = 2$ 时，

$5a^2 + 3ab = 5 \times 3^2 + 3 \times 3 \times 2 = 63$ 平方米.

答：当 $a = 3, b = 2$ 时应绿化的面积为 63 平方米.

【点睛】本题考查了阴影部分面积的表示和多项式的乘法，完全平方公式，准确列出阴影部分面积的表达式是解题的关键.

19．(1)见解析

(2) 20°

【分析】本题考查全等三角形的判定和性质，三角形的内角和定理，解题的关键是掌握全等三角形的判定方法.

（1）由 BD 平分 $\angle ADC$．得出 $\angle ADB = \angle BDC$，结合已知条件即可证明 $\triangle ABD \cong \triangle ECD(\text{AAS})$；

（2）根据全等三角形的性质得出 $BD=DC$，$\angle DBC=\angle DCB=55^\circ$，根据三角形的内角和定理即可求解．

【详解】（1）证明：$\because BD$ 平分 $\angle ADC$，

$\therefore \angle ADB=\angle BDC$，

$\because \angle A=\angle DEC=90^\circ$，$AB=CE$，

$\therefore \triangle ABD\cong\triangle ECD(\text{AAS})$；

（2）解：$\because \triangle ABD\cong\triangle ECD$，

$\therefore BD=DC$，

$\because \angle DCB=55^\circ$，

$\therefore \angle DBC=\angle DCB=55^\circ$，

$\therefore \angle BDC=70^\circ$，

$\therefore \angle DCE=90^\circ-\angle BDC=20^\circ$．

20．（1）$\dfrac{1}{x-1}$，$\dfrac{1}{2023}$（2）无解

【分析】（1）本题考查分式的化简求值，根据分式的混合运算法则进行化简，再代值计算即可；

（2）本题考查解分式方程，去分母将分式方程转化为整式方程，求解后，检验即可．

【详解】解：（1）原式$=\left(\dfrac{x+1-x}{x+1}\right)\div\dfrac{(x-1)^2}{(x-1)(x+1)}$

$=\dfrac{1}{x+1}\cdot\dfrac{(x-1)(x+1)}{(x-1)^2}$

$=\dfrac{1}{x-1}$；

当 $x=2024$ 时，原式$=\dfrac{1}{2024-1}=\dfrac{1}{2023}$；

（2）方程两边同乘(x^2-4)，得：$16+x^2-4=(2+x)(2+x)$，

解得：$x=2$，

检验：当 $x=2$ 时，$x^2-4=0$，

$\therefore x=2$ 是原方程的增根，舍去；

$\therefore$原方程无解．

21．(1)A，B 两种花卉的单价分别是 25 元和 30 元

(2)至少购买A种花卉80盆

【分析】（1）设A种花卉的单价是x元，则B种花卉的单价是$(x+5)$元，利用数量$=$总价$\div$单价，结合用300元购买A种花卉与用360元购买B种花卉的数量相等列出等式，解出x的值．

（2）设购买A种花卉a盆，则购买B种花卉$(200-a)$盆，根据总价$=$单价$\times$数量，结合所需费用不超过5600元，列出不等式求出最小值．

【详解】（1）解：设A种花卉的单价是x元，则B种花卉的单价是$(x+5)$元，根据题意，

得　$\dfrac{300}{x}=\dfrac{360}{x+5}$，

解得$x=25$，

经检验$x=25$是所列方程的解．

$\therefore x+5=30$．

答：A，B两种花卉的单价分别是25元和30元．

（2）解：设购买A种花卉a盆，则购买B种花卉$(200-a)$盆，

根据题意，得$25a+30(200-a)\le 5600$，

解得$a\ge 80$．

答：至少购买A种花卉80盆．

【点睛】本题考查了分式方程的应用以及一元一次不等式的应用．找出等量关系是解题的关键．

22．(1)见解析

(2)12

(3)9

【分析】（1）利用条件证明$\triangle AED\cong\triangle ACD$，利用等腰三角形的三线合一的性质可证明结论；

（2）由勾股定理可求得BC的长，再利用（1）的结论可求得BE，且$DE=DC$，可求得$\triangle BDE$的周长；

（3）根据勾股定理求出$DE=DC=3$，再利用面积公式求解即可．

【详解】（1）证明：$\because AD$平分$\angle BAC$，

$\therefore \angle BAD = \angle CAD$，

$\because DE \perp AB$，

$\therefore \angle AED = \angle ACB = 90°$，

在$\triangle AED$和$\triangle ACD$中，

$$\begin{cases} \angle EAD = \angle CAD \\ \angle DEA = \angle DCA \\ AD = AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle AED \cong \triangle ACD(\text{AAS})$，

$\therefore AE = AC$，

$\because AD$平分$\angle BAC$，

$\therefore AD \perp CE$；

（2）解：$\because AB = 10, BC = 8, AC = 6$，

$\therefore AE = AC = 6$，

$\therefore BE = AB - AE = 10 - 6 = 4$，

又$\because \triangle AED \cong \triangle ACD$，

$\therefore DC = DE$，

$\therefore BE + BD + DE = BE + BD + CD = BE + BC = 4 + 8 = 12$，

即$\triangle BDE$的周长为 12；

（3）解：由（2）知$DC = DE$，

在$\mathrm{Rt}\triangle BDE$中，$BE = 4$，$BD = 8 - DE$，

又$BE^2 + DE^2 = BD^2$，

$\therefore 4^2 + DE^2 = (8 - DE)^2$，

解得$DE = 3$，

$\therefore CD = 3$，

$\therefore S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} AC \cdot DC = \frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 9$．

【点睛】本题考查的是角平分线的性质、三角形全等的判定和性质、勾股定理、三角形的面积公式，正确理解题意、灵活运用相关的性质和定理是解题的关键．

23．（1）$\frac{16a+b}{3}$；（2）①a=1,b=-1,②m=5．

【分析】（1）根据题目中的新运算法则计算即可；

（2）①根据题意列出方程组即可求出 a,b 的值；

②先分别算出 T（3m﹣10，m）与 T（m，3m﹣10）的值，再根据求出的值列出等式即可得出结论.

【详解】解：（1）T（4，﹣1）$=\frac{a\times4^2+b\times(-1)^2}{4-1}$

$=\frac{16a+b}{3}$；

故答案为$\frac{16a+b}{3}$；

（2）①∵T（﹣2，0）=﹣2 且 T（5，﹣1）=6，

$\therefore\begin{cases}\frac{4a}{-2}=-2\\\frac{25a+b}{4}=6\end{cases}$

解得$\begin{cases}a=1\\b=-1\end{cases}$

②解法一：

∵a=1，b=﹣1，且 x+y≠0，

$\therefore T_{(x,y)}=\frac{x^2-y^2}{x+y}=\frac{(x+y)(x-y)}{x+y}=x-y$.

∴T（3m﹣10，m）=3m﹣10﹣m=2m﹣10，

T（m，3m﹣10）=m﹣3m+10=﹣2m+10.

∵T（3m﹣10，m）=T（m，3m﹣10），

∴2m﹣10=﹣2m+10，

解得，m=5.

解法二：由解法①可得 $T_{(x,y)}=x-y$，

当 $T_{(x,y)}=T_{(y,x)}$ 时，

x﹣y=y﹣x，

∴x=y.

∵T（3m﹣10，m）=T（m，3m﹣10），

∴3m﹣10=m，

∴m=5.

【点睛】本题关键是能够把新运算转化为我们学过的知识，并应用一元一次方程或二元一次方程进行解题..

24．(1)3，2，7

(2) $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$

(3) -1

【分析】本题考查多项式乘多项式与几何图形的面积问题，完全平方公式的几何背景，以及利用完全平方公式进行变形求值．掌握数形结合的思想，是解题的关键．

（1）求出 $(a+2b)(3a+b)$ 的结果，根据长方形的面积公式，进行判断即可．

（2）利用大正方形的面积等于两个长方形的面积加上两个正方形的面积，即可得出结果；

（3）利用完全平方公式变形求值即可．

【详解】（1）解：$\because(a+2b)(3a+b)=3a^2+ab+6ab+2b^2=3a^2+7ab+2b^2$，

$\therefore$要拼出一个面积为 $(a+2b)(3a+b)$ 的长方形，则需要 A 号卡片 3 张，B 号卡片 2 张，C 号卡片 7 张；

故答案为：3，2，7；

（2）由图可知：大正方形的面积等于两个长方形的面积加上两个正方形的面积，即：

$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$；

故答案为：$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$；

（3）$\because(2024-x)^2+(x-2023)^2=3$，$2024-x+x-2023=1$，

$\therefore\left[(2024-x)+(x-2023)\right]^2=1$，

$\because\left[(2024-x)+(x-2023)\right]^2$

$=(2024-x)^2+(x-2023)^2+2(2024-x)(x-2023)$

$=3+2(2024-x)(x-2023)$；

$\therefore(2024-x)(x-2023)=\dfrac{1-3}{2}=-1$．

25．(1) $C(-2,3)$

(2)存在，P 的坐标是 $(1,-1)$ 或 $(2,1)$

(3)1

【分析】(1) 作 $CE \perp y$ 轴于 E，证 $\triangle CEB \cong \triangle BOA$，推出 $CE = OB = 2$，$BE = AO = 1$，即可得出答案；

(2) 分为两种情况，画出符合条件的图形，构造直角三角形，证三角形全等，即可得出答案；

(3) 作 $MF \perp y$ 轴于 F，证 $\triangle EFM \cong \triangle AOE$，求出 EF，即可得出答案.

【详解】（1）解：作 $CE \perp y$ 轴于 E，如图 1，

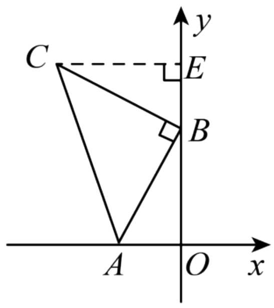


图1

$\because A(-1,0)$，$B(0,2)$，

$\therefore OA = 1$，$OB = 2$，

$\because \angle CBA = 90^\circ$，

$\therefore \angle CEB = \angle AOB = \angle CBA = 90^\circ$，

$\therefore \angle ECB + \angle EBC = 90^\circ$，$\angle CBE + \angle ABO = 90^\circ$，

$\therefore \angle ECB = \angle ABO$，

在 $\triangle CBE$ 和 $\triangle BAO$ 中，

$$\begin{cases} \angle ECB = \angle ABO \\ \angle CEB = \angle AOB \\ BC = AB \end{cases},$$

$\therefore \triangle CBE \cong \triangle BAO$，

$\therefore CE = BO = 2$，$BE = AO = 1$，

即 $OE = 1 + 2 = 3$，

$\therefore C(-2,3)$.

（2）存在一点 P，使 $\triangle PAB$ 与 $\triangle ABC$ 全等，

分为 2 种情况：

①如图 4，过 C 作 $CM\perp x$ 轴于 M，过 P 作 $PE\perp x$ 轴于 E，

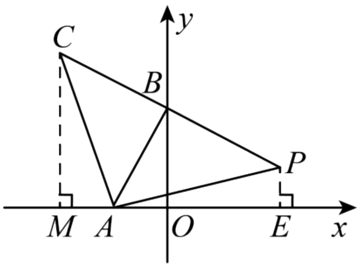


图4

则 $\angle CMA=\angle PEA=90^\circ$，

$\because \triangle CBA\cong\triangle PBA$，

$\therefore \angle PAB=\angle CAB=45^\circ$， $AC=AP$，

$\therefore \angle CAP=90^\circ$，

$\therefore \angle MCA+\angle CAM=90^\circ$， $\angle CAM+\angle PAE=90^\circ$，

$\therefore \angle MCA=\angle PAE$，

在 $\triangle CMA$ 和 $\triangle AEP$ 中，

$$\begin{cases}\angle MCA=\angle PAE\\ \angle CMA=\angle PEA\\ AC=AP\end{cases}，$$

$\therefore \triangle CMA\cong\triangle AEP$，

$\therefore PE=AM$， $CM=AE$，

$\because C(-2,3)$， $A(-1,0)$，

$\therefore PE=2-1=1$， $OE=AE-AO=3-1=2$，

即 P 的坐标是(2,1)；

②如图 5，过 P 作 $PE\perp x$ 轴于 E，

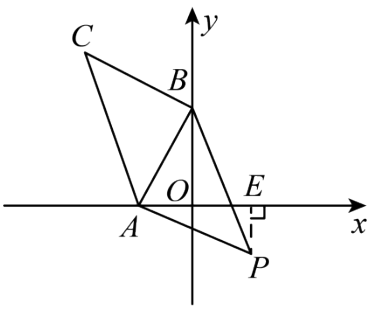


图5

$\because \triangle CBA\cong\triangle PAB$，

$\therefore AB = AP$， $\angle CBA = \angle BAP = 90°$，

则 $\angle AEP = \angle AOB = 90°$，

$\therefore \angle BAO + \angle PAE = 90°$， $\angle PAE + \angle APE = 90°$，

$\therefore \angle BAO = \angle APE$，

在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle PEA$ 中，

$$\begin{cases} \angle BAO = \angle APE \\ \angle AOB = \angle PEA \\ AB = AP \end{cases},$$

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle PEA$，

$\therefore PE = AO = 1$， $AE = OB = 2$，

$\therefore OE = AE - AO = 2 - 1 = 1$，

即 P 的坐标是 $(1, -1)$，

综合上述：符合条件的 P 的坐标是 $(1, -1)$ 或 $(2,1)$.

（3）如图 6，作 $MF \perp y$ 轴于 F，

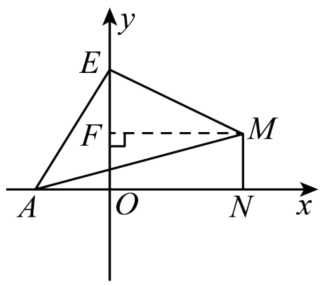


图6

则 $\angle AEM = \angle EFM = \angle AOE = 90°$，

$\because \angle AEO + \angle MEF = 90°$， $\angle MEF + \angle EMF = 90°$，

$\therefore \angle AEO = \angle EMF$，

在 $\triangle AOE$ 和 $\triangle EMF$ 中

$$\begin{cases} \angle AOE = \angle EFM \\ \angle AEO = \angle EMF \\ AE = EM \end{cases},$$

$\therefore \triangle AEO \cong \triangle EMF(\text{AAS})$，

$\therefore EF = AO = 1$， $MF = OE$，

$\because MN \perp x$轴， $MF \perp y$轴，

$\therefore \angle MFO = \angle FON = \angle MNO = 90^\circ$，

$\therefore$四边形$FONM$是长方形，

$\therefore MN = OF$，

$\therefore OE - MN = OE - OF = EF = OA = 1$.

【点睛】本题考查了坐标与图形，全等三角形的性质和判定，三角形内角和定理，等腰三角形性质的应用，主要考查学生综合运用性质进行推理的能力，以及数形结合和分类讨论的思想.