

## 【例：求时间复杂度】

$T(n) = O(f(n))$ ，也就是要求出 $f(n)$

例1  $\{++x; s=0;\}$

$f(n)=1$

$T(n) = O(f(n)) = O(1)$

常量阶

```
int sum=0, n=100;  
sum=(1+n)*n/2;  
printf("%d", sum);
```

$f(n)=3$

与问题规模 $n$ 无关，执行次数固定的均记做  $O(1)$



**例2**    **for(i=1; i<=n; ++i)**  
          **{++x; s+=x;}**

**f(n)=n**

```
int i, sum=0, n=100;
for (i=1; i<=n; i++)
{
    sum=sum+i;
}
printf("%d", sum);
```

**f(n)=1+n+1=n+2**

**T(n) = O(n)    线性阶**



例3

```

int i,sum=0,n=100;
for(i=1;i<=n;i++)
{
    for(j=1;j<=n;j++)
    {
        x++;
        sum=sum+x;
    }
}
printf("%d",sum);

```

$$f(n)=1+n*n+1= n^2+2$$

$$T(n)= O(n^2)$$

平方阶

```

for(i=2; i<=n; ++i)
    for(j=2; j<=i-1; ++j)
        {++x; a[i, j]=x;}

```

$$f(n)=1+2+3+\dots+n-2=(n-1)(n-2)/2=(n^2-3n+2)/2$$

例4 **for(i=1; i<=n; i++)**  
**for(j=1; j<=n; j++)**  
**{ c[i][j]=0;**  
**for(k=1; k<=n; k++)**  
**c[i][j]=c[i][j]+a[i][k]\*b[k][j]; }**

$T(n) = O(n^3)$       立方阶



例5 `int count=1;`  
`while(count<n)`  
`{`  
`count=count*2;`  
`}`

$2^x=n$ , 得到  $x=\log_2 n$

$T(n) = O(\log n)$  对数阶

常用的时间复杂度所消耗的时间从小到大依次是:

$O(1) < O(\log n) < O(n) < O(n^2) < O(n^3) < O(2^n)$



## 【练习】求时间复杂度

(1)

```
x=90; y=100;
```

```
while(y>0)
```

```
if(x>100)
```

```
{x=x-10;y--;}
```

```
else x++;
```

(2)

```
for (i=0; i<n; i++)
```

```
for (j=0; j<m; j++)
```

```
a[i][j]=0;
```

(3)

```
s=0;
```

```
for i=0; i<n; i++)
```

```
for(j=0; j<n; j++)
```

```
s+=B[i][j];
```

```
sum=s;
```

## 【练习】求时间复杂度

```
(4)
i=1;

while(i<=n)

    i=i*3;
```

```
(5)
x=0;

for(i=1; i<n; i++)

    for (j=1; j<=n-i; j++)

        x++;
```

```
(6)
f(int n)
{
    if(n<=1)
        return(1) ;
    else
        return(n*f(n-1));
}
```

# 复杂度分析小窍门

一个for循环的时间复杂度等于循环次数乘以循环体代码的复杂度

```
for (i=0;i<N;i++)  
    for(j=0;j<N;j++)  
        {x=y*x+z;k++;}
```

$O(n^2)$

若两段算法分别有复杂度  $T_1(n) = O(f_1(n))$  和  $T_2(n) = O(f_2(n))$ , 则

$$T_1(n) + T_2(n) = \max( O(f_1(n)), O(f_2(n)) )$$

$$T_1(n) \times T_2(n) = O(f_1(n) \times f_2(n))$$

若 $T(n)$ 是关于 $n$ 的 $k$ 阶多项式, 那么 $T(n)=O(n^k)$



**if-else** 结构的复杂度取决于if的条件判断复杂度和两个分枝部分的复杂度，总体复杂度取三者中最大

```
if(P1)      /*P1的复杂度为O(f1)*/  
    P2;     /*P1的复杂度为O(f2)*/  
else  
    P3;     /*P3的复杂度为O(f3)*/
```

复杂度为  $\max (O(f1), O(f2), O(f3))$

