

# 数学规划模型

## 一、线性规划模型

条件极值： 求目标函数

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

在限制条件  $\Phi_k(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 (k = 1, 2, \dots, m)$   
下的最大值或最小值。

数学规划模型(优化模型)：

$$\text{Min (或 Max)} \quad z = f(x)$$

$$\text{s.t. } g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

其中：  $x = (x_1, \dots, x_n)^T$  (决策变量)

$f(x)$  (目标函数)

$g_i(x) \leq 0, i = 1, 2, \dots, m$  (约束条件)

## 数学规划模型(优化模型)

$$\text{Min (或 Max)} \quad z = f(x)$$

$$\text{s.t. } g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

其中:  $x = (x_1, \dots, x_n)^T$  (决策变量)

$f(x)$  (目标函数)

$g_i(x) \leq 0, i = 1, 2, \dots, m$  (约束条件)

## 数学规划类型

- 1) 线性规划:  $f(x)$ 与  $g_i(x)(i = 1, 2, \dots, m)$ 均为线性函数.
- 2) 非线性规划:  $f(x)$ 与  $g_i(x)(i = 1, 2, \dots, m)$ 存在非线性函数.
- 3) 整数规划: 决策变量  $(x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  为整数解.

## 线性规划模型的一般形式:

$$\begin{array}{ll} \text{Min} & z = Cx & (\text{目标函数}) \\ \text{s.t.} & A_1 x \leq b_1 & (\text{不等式条件约束}) \\ & A_2 x = b_2 & (\text{等式条件约束}) \\ & v_1 \leq x \leq v_2 & (\text{决策变量上下限约束}) \end{array}$$

应用难点:模型的矩阵化和向量化.

线性规划模型matlab求解命令:

$\mathbf{x} = \text{linprog}(\mathbf{c}, \mathbf{A1}, \mathbf{b1})$  (无等式条件约束时)

完整格式:

$[\mathbf{x}, \mathbf{fval}] = \text{linprog}(\mathbf{c}, \mathbf{A1}, \mathbf{b1}, \mathbf{A2}, \mathbf{b2}, \mathbf{v1}, \mathbf{v2}, \mathbf{x0})$

- 注:
- 1) 返回最优解 $\mathbf{x}$ 及目标函数 $\mathbf{fval}$ 的值;
  - 2) 当某个中间参数缺省时,需用 $[\ ]$ 占据其位置;
  - 3)  $\mathbf{x0}$ 为决策变量的初始值;
  - 4) 若求目标函数的最大值,则要化为最小值优化.

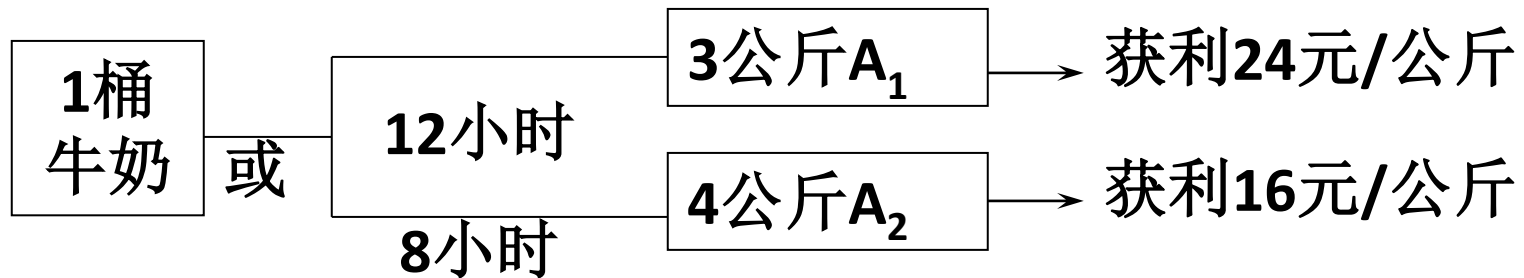
## 数学规划模型三项工作：

- 1) 建模；
- 2) 模型求解(有相对成熟的数学软件)；
- 3) 结果分析.

**关键：**模型的建立与结果分析.

## 实例 奶制品的生产与销售

### 例1 加工奶制品的生产计划

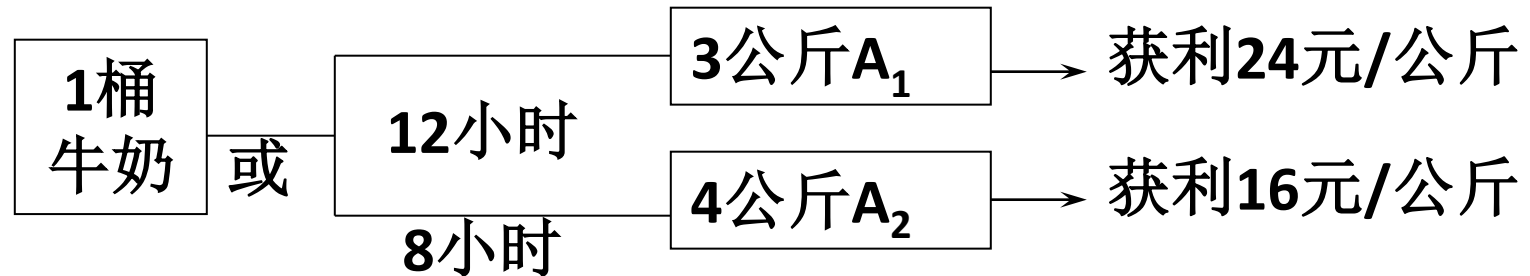


**每天条件约束：**

- (1) 原料:50桶牛奶
- (2) 时间:480小时
- (3) 至多加工100公斤 $A_1$

# 实例 奶制品的生产与销售

## 例1 加工奶制品的生产计划

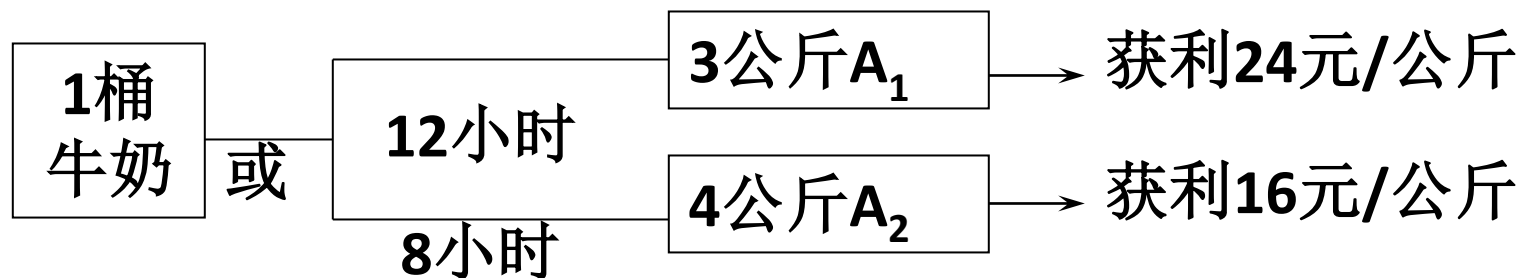


每天条件约束：

- (1) 原料:50桶牛奶
- (2) 时间:480小时
- (3) 至多加工100公斤A<sub>1</sub>

制订生产计划，使每天获利最大.

- 35元可买到1桶牛奶，买吗？若买，每天最多买多少？
- 可聘用临时工人，付出的工资最多是每小时几元？
- A<sub>1</sub>的获利增加到 30元/公斤，应否改变生产计划？



**每天条件约束：**

- (1) 原料: 50桶牛奶
- (2) 时间: 480小时
- (3) 至多加工100公斤 $A_1$

**决策变量：**  $x_1$ 桶牛奶生产 $A_1$        $x_2$ 桶牛奶生产 $A_2$   
(获利:  $24 \times 3x_1$ )      (获利:  $16 \times 4x_2$ )

**目标函数(每天获利)：**  $z = 72x_1 + 64x_2$

**约束条件：**

- 原料供应(约束):  $x_1 + x_2 \leq 50$
- 劳动时间(约束):  $12x_1 + 8x_2 \leq 480$
- 对 $A_1$ 的约束:  $3x_1 \leq 100$
- 非负约束:  $x_1, x_2 \geq 0$

## 建立规划模型(线性规划模型):

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 72x_1 + 64x_2 \\ \text{s.t. } \quad &x_1 + x_2 \leq 50 \\ &12x_1 + 8x_2 \leq 480 \\ &3x_1 \leq 100 \\ &x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

决策变量:  $x_1$ 桶牛奶生产  $A_1$        $x_2$ 桶牛奶生产  $A_2$

## 求解线性规划模型

转化为求最小值解线性规划模型:

$$\begin{aligned} \text{min } z &= -72x_1 - 64x_2 \\ \text{s.t. } \quad &x_1 + x_2 \leq 50 \\ &12x_1 + 8x_2 \leq 480 \\ &3x_1 \leq 100 \\ &x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

## 求解线性规划模型

转化为求最小值解线性规划模型：

$$\begin{aligned} \min \quad & z = -72x_1 - 64x_2 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 \leq 50 \\ & 12x_1 + 8x_2 \leq 480 \\ & 3x_1 \leq 100 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

模型矩阵化和向量化：

$$c = [-72 \quad -64] \quad A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 12 & 8 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \quad b_1 = \begin{bmatrix} 50 \\ 480 \\ 100 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T$$

程序1：

```
c=[-72 -64];  
A1=[1 1;12 8;3 0];  
b1=[50;480;100];  
A2=[];b2=[];  
[x,fval]=linprog(c,A1,b1,A2,b2)
```

运行结果：

```
x =  
    20.0000  
    30.0000  
fval =  
   -3.3600e+003
```



• 35元可买到1桶牛奶，买吗？若买，每天最多买多少？

等价于：原料增加1单位，利润增长的部分是否大于35元？

模型更改为为：

$$\begin{aligned} \min \quad & z = -72x_1 - 64x_2 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 \leq 51 \\ & 12x_1 + 8x_2 \leq 480 \\ & 3x_1 \leq 100 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

程序2：

运行结果：

<code>c=[-72 -64];</code>	<code>x =</code>
<code>A1=[1 1;12 8;3 0];</code>	<code>18.0000</code>
<code>b1=[51;480;100];</code>	<code>33.0000</code>
<code>A2=[];b2=[];</code>	<code>fval =</code>
<code>[x,fval]=linprog(c,A1,b1,A2,b2)</code>	<code>-3.4080e+003</code>

利润增加：  $3408 - 3360 = 48 > 35$  （买）

最多买多少？

- 可聘用临时工人, 付出的工资最多是每小时几元?

等价于: 时间增加1单位, 利润增长多少?

模型更改为为:

$$\begin{aligned} \min \quad & z = -72x_1 - 64x_2 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 \leq 50 \\ & 12x_1 + 8x_2 \leq 481 \\ & 3x_1 \leq 100 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

程序3:

运行结果:

<code>c=[-72 -64];</code>	<code>x =</code>
<code>A1=[1 1;12 8;3 0];</code>	<code>20.2500</code>
<code>b1=[50;481;100];</code>	<code>29.7500</code>
<code>A2=[];b2=[];</code>	<code>fval =</code>
<code>[x,fval]=linprog(c,A1,b1,A2,b2)</code>	<code>-3.3620e+003</code>

利润增加:  $3362 - 3360 = 2$  (付出的工资最多每小时2元)

(请的不是钟点工, 而是日工(按8小时计), 又该如何?)

•  $A_1$ 的获利增加到 30元/公斤，应否改变生产计划？

等价于：目标函数变为 ( $Max\ z = 90x_1 + 64x_2$ )

$$\min\ z = -90x_1 - 64x_2$$

决策变量的解是否发生变化？

$$\begin{aligned} s.t. \quad & x_1 + x_2 \leq 50 \\ & 12x_1 + 8x_2 \leq 480 \\ & 3x_1 \leq 100 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

程序4：

$c = [-90, -64];$

$A1 = [1\ 1; 12\ 8; 3\ 0];$

$b1 = [50; 480; 100];$

$A2 = []; b2 = [];$

$[x, fval] = \text{linprog}(c, A1, b1, A2, b2)$

运行结果：

$x =$

20.2500

29.7500

$fval =$

-3.7265e+003

不用改变生产计划！

- 35元可买到1桶牛奶，要买吗？  $35 < 48$ ，应该买！
- 聘用临时工人付出的工资最多每小时几元？ 2元！
- $A_1$ 获利增加到 30元/千克，应否改变生产计划 不变！

要买吗的解决思路：通过比较以下两个模型的结果而得

$$\begin{array}{ll}
 \text{Max} & z = 72x_1 + 64x_2 \\
 \text{s.t.} & x_1 + x_2 \leq 50 \\
 & 12x_1 + 8x_2 \leq 480 \\
 & 3x_1 \leq 100 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{Max} & z = 72x_1 + 64x_2 \\
 \text{s.t.} & x_1 + x_2 \leq 51 \\
 & 12x_1 + 8x_2 \leq 480 \\
 & 3x_1 \leq 100 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{array}$$

在相同的劳动时间劳动强度下，通过购进原料，以及合理的计划，可以获得更大的利润。

若买，每天最多买多少？

算法：每次增加一桶，逐次比较增加的利润是否大于进价，直到利润不大于进价为止！

```
clc,clear
c=[-72 -64];
A1=[1 1;12 8;3 0];
b1=[50;480;100];
[x,fval2]=linprog(c,A1,b1,[],[],[0;0]);
```

```
for i=1:100
```

```
    b1=[50+i;480;100];
```

```
    [x,fval]=linprog(c,A1,b1,[],[],[0;0]);
```

```
    if -fval+fval2>35 %判断此次的利润与前次利润之差是否大于35
```

```
        fval2=fval;
```

```
    else
```

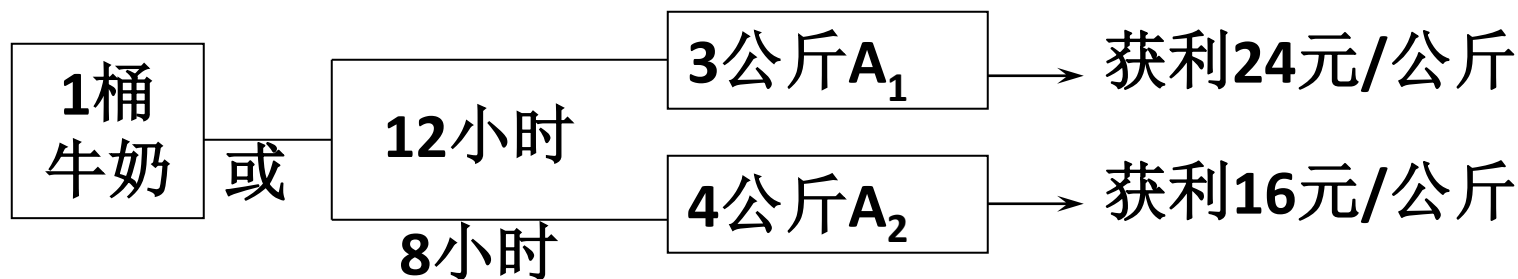
```
        break
```

```
    end
```

```
end
```

```
i=i-1;
```

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 72x_1 + 64x_2 \\ \text{s.t. } x_1 + x_2 &\leq 50 \\ 12x_1 + 8x_2 &\leq 480 \\ 3x_1 &\leq 100 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$



**每天条件约束:**

- (1) 原料: 50桶牛奶
- (2) 时间: 480小时
- (3) 至多加工100公斤A<sub>1</sub>

(换种假设试试?)

**若决策变量设为:** 出售  $x_1$  公斤A<sub>1</sub>,  $x_2$  公斤A<sub>2</sub>. (如何建模)

目标函数:  $\max z = 24x_1 + 16x_2$

原料约束:  $\frac{x_1}{3} + \frac{x_2}{4} \leq 50$

时间约束:  $4x_1 + 2x_2 \leq 480$

对A<sub>1</sub>的约束:  $x_1 \leq 100$

非负约束:  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

若决策变量设为：出售  $x_1$  公斤  $A_1$ ,  $x_2$  公斤  $A_2$ . (如何建模)

目标函数:  $\max z = 24x_1 + 16x_2$

原料约束:  $\frac{x_1}{3} + \frac{x_2}{4} \leq 50$

时间约束:  $4x_1 + 2x_2 \leq 480$

对  $A_1$  的约束:  $x_1 \leq 100$

非负约束:  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

编程求解:

```
clc,clear
```

```
c=[-24 -16];
```

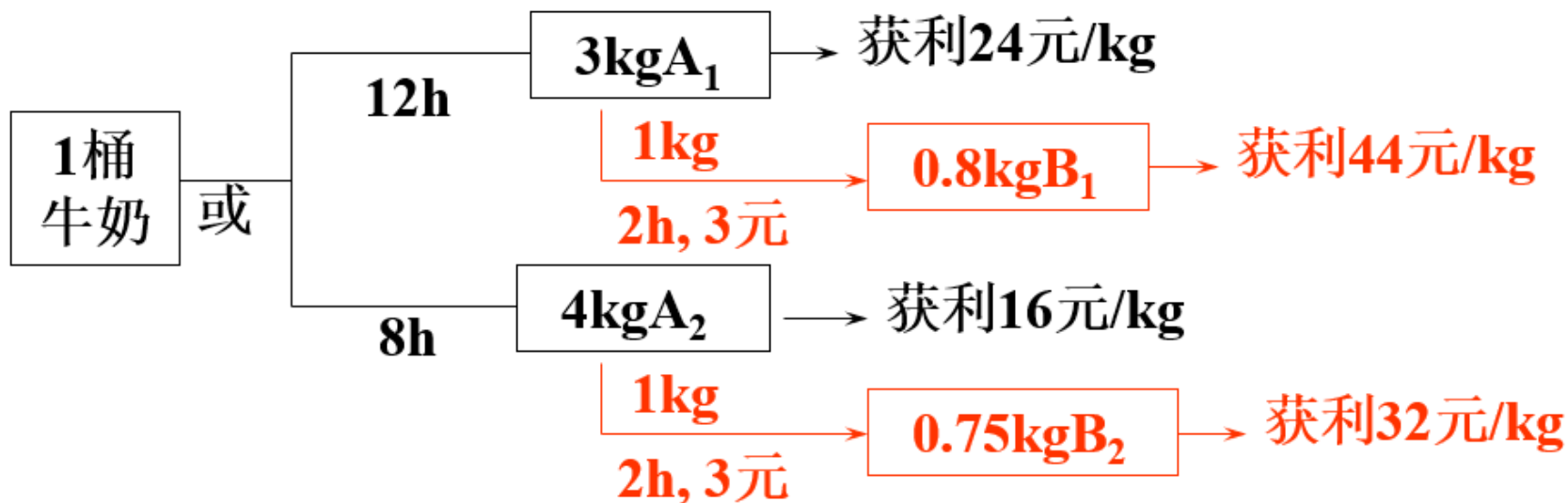
```
A1=[1/3 1/4;4 2;1 0];
```

```
b1=[50;480;100];
```

```
[x,fval]=linprog(c,A1,b1,[],[],[0;0])
```

- 35元可买到1桶牛奶, 买吗? 若买, 每天最多买多少?
- 可聘用临时工人, 付出的工资最多是每小时几元?
- $A_1$  的获利增加到 30元/公斤, 应否改变生产计划?

## 例2 奶制品的生产销售计划（在例1基础上深加工）



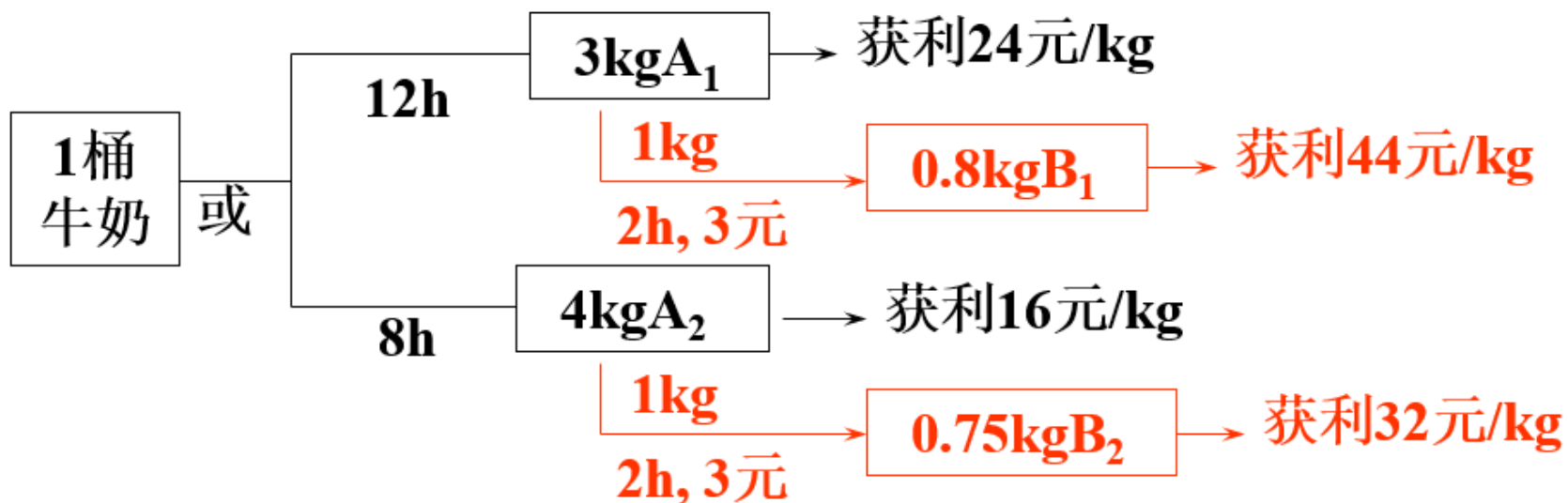
每天条件约束：

- (1) 原料:50桶牛奶
- (2) 时间:480小时
- (3) 至多加工100公斤A<sub>1</sub>

制订生产计划，使每天净利润最大.

- 30元可增加1桶牛奶, 3元可增加1小时时间, 应否投资?  
现投资150元, 可赚回多少?
- B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>的获利经常有10%的波动, 对计划有无影响?





**决策变量：**出售  $x_1$  千克  $A_1$ ,  $x_2$  千克  $A_2$ ,  $x_3$  千克  $B_1$ ,  $x_4$  千克  $B_2$ .

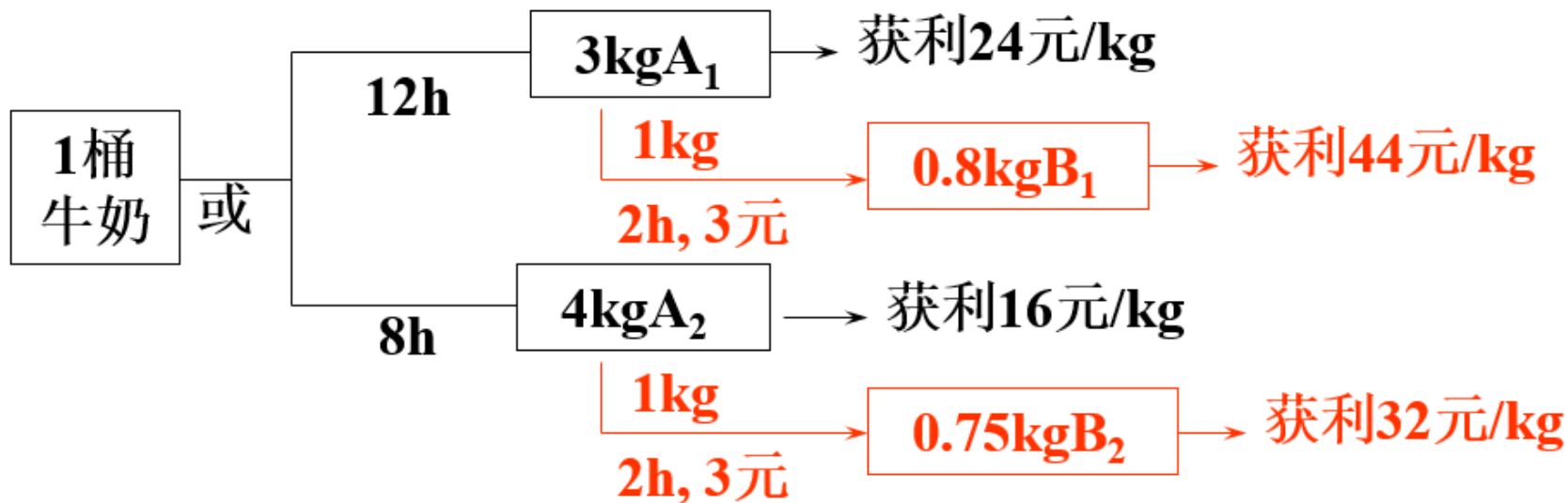
$x_5$  千克  $A_1$  加工  $B_1$ ,  $x_6$  千克  $A_2$  加工  $B_2$ .

(要考虑成本)

(要考虑成本)

**目标函数 (获利)：**

$$\text{Max } z = 24x_1 + 16x_2 + 44x_3 + 32x_4 - 3x_5 - 3x_6$$



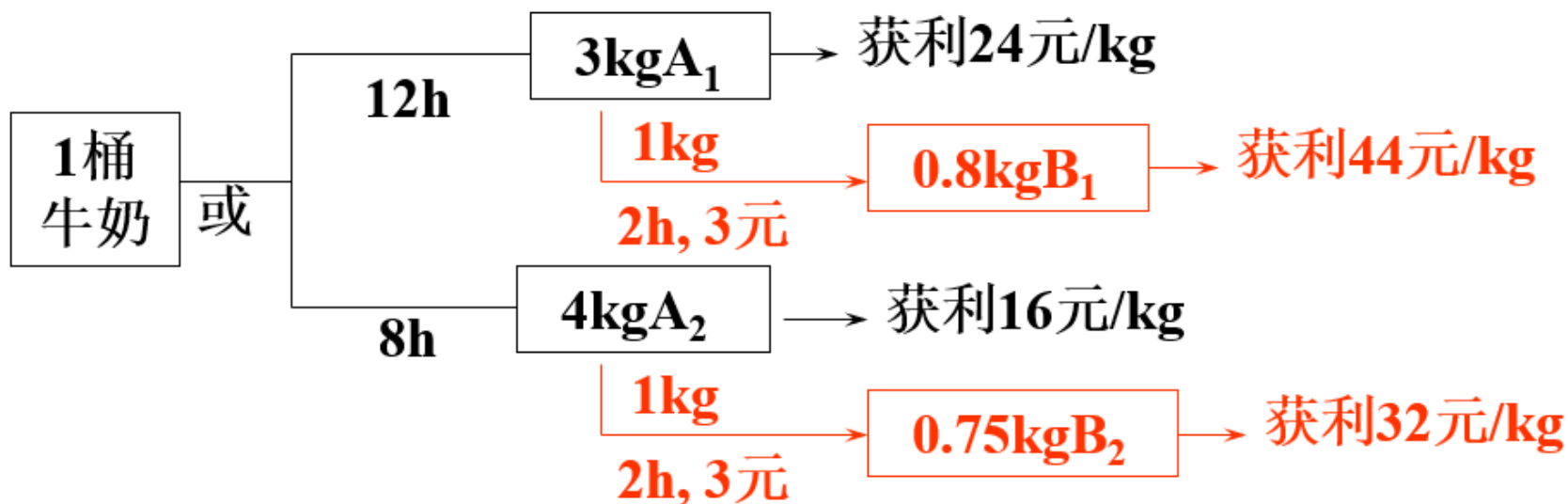
**决策变量：**出售  $x_1$  千克  $A_1$ ,  $x_2$  千克  $A_2$ ,  $x_3$  千克  $B_1$ ,  $x_4$  千克  $B_2$ .  
 $x_5$  千克  $A_1$  加工  $B_1$ ,  $x_6$  千克  $A_2$  加工  $B_2$ .

**约束条件：** (要考虑成本) (要考虑成本)

共生产  $A_1$  共  $x_1 + x_5$  千克, 需要牛奶  $\frac{x_1 + x_5}{3}$  桶.

共生产  $A_2$  共  $x_2 + x_6$  千克, 需要牛奶  $\frac{x_2 + x_6}{4}$  桶.

**原料供应约束：**  $\frac{x_1 + x_5}{3} + \frac{x_2 + x_6}{4} \leq 50$



**决策变量：**出售  $x_1$  千克  $A_1$ ,  $x_2$  千克  $A_2$ ,  $x_3$  千克  $B_1$ ,  $x_4$  千克  $B_2$ .

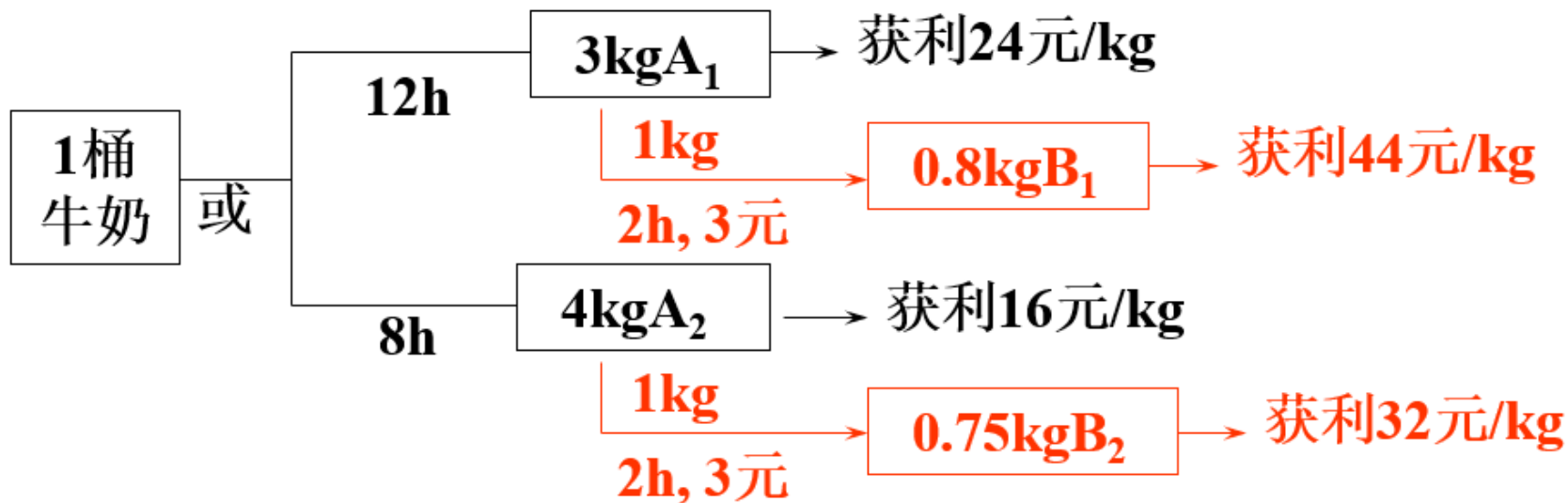
**约束条件：**  $x_5$  千克  $A_1$  加工  $B_1$ ,  $x_6$  千克  $A_2$  加工  $B_2$ .  
 (要考虑成本) (要考虑成本)

共生产  $A_1$  共  $x_1 + x_5$  千克, 每千克需要时间4小时, 需要总时间  $4(x_1 + x_5)$ .

同理, 生产  $A_2$  需要时间:  $2(x_2 + x_6)$ .

生产  $B_1$  和  $B_2$  需要的时间分别为:  $2x_5$  和  $2x_6$ .

**时间约束：**  $4(x_1 + x_5) + 2(x_2 + x_6) + 2x_5 + 2x_6 \leq 480$



**决策变量：**出售  $x_1$  千克  $A_1$ ,  $x_2$  千克  $A_2$ ,  $x_3$  千克  $B_1$ ,  $x_4$  千克  $B_2$ .

**约束条件：**  $x_5$  千克  $A_1$  加工  $B_1$ ,  $x_6$  千克  $A_2$  加工  $B_2$ .  
 (要考虑成本) (要考虑成本)

对  $A_1$  的限制:  $x_1 + x_5 \leq 100$

$x_3$  与  $x_5$  的关系:  $x_3 = 0.8x_5$

$x_4$  与  $x_6$  的关系:  $x_4 = 0.75x_6$

非负约束:  $x_1, \dots, x_6 \geq 0$

**决策变量：**出售  $x_1$  千克  $A_1$ ,  $x_2$  千克  $A_2$ ,  $x_3$  千克  $B_1$ ,  $x_4$  千克  $B_2$ .  
 $x_5$  千克  $A_1$  加工  $B_1$ ,  $x_6$  千克  $A_2$  加工  $B_2$ .

**建立数学模型：**

$$\text{Max } z = 24x_1 + 16x_2 + 44x_3 + 32x_4 - 3x_5 - 3x_6$$

**原料供应约束：**  $s.t.$   $\frac{x_1 + x_5}{3} + \frac{x_2 + x_6}{4} \leq 50$

**时间约束：**  $4(x_1 + x_5) + 2(x_2 + x_6) + 2x_5 + 2x_6 \leq 480$

**对  $A_1$  的限制：**  $x_1 + x_5 \leq 100$

$x_3$  与  $x_5$  的关系：  $x_3 = 0.8x_5$

$x_4$  与  $x_6$  的关系：  $x_4 = 0.75x_6$

**非负约束：**  $x_1, \dots, x_6 \geq 0$

$$\text{Max } z = 24x_1 + 16x_2 + 44x_3 + 32x_4 - 3x_5 - 3x_6$$

$$\text{s.t.} \quad \frac{x_1 + x_5}{3} + \frac{x_2 + x_6}{4} \leq 50$$

$$4(x_1 + x_5) + 2(x_2 + x_6) + 2x_5 + 2x_6 \leq 480$$

$$x_1 + x_5 \leq 100$$

$$x_3 = 0.8x_5$$

$$x_4 = 0.75x_6 \quad x_1, \dots, x_6 \geq 0$$

**编程求解：**

**clc,clear %问题2求解**

**c=-[24 16 44 32 -3 -3];**

**A1=[1/3 1/4 0 0 1/3 1/4;**

**4 2 0 0 6 4;**

**1 0 0 0 1 0];**

**b1=[50 480 100];**

**A2=[0 0 1 0 -0.8 0;0 0 0 1 0 -0.75];**

**b2=[0;0];**

**[x fval]=linprog(c,A1,b1,A2,b2,zeros(6,1));**

**x =**

**0**

**168.0000**

**19.2000**

**0**

**24.0000**

**0**

**fval =**

**-3.4608e+03**

- 30元可增加1桶牛奶, 3元可增加1小时时间, 应否投资?

等价于: 牛奶增加1桶, 时间增加一小时, 增加的利润是否大于33.

将模型改为:

$$\text{Max } z = 24x_1 + 16x_2 + 44x_3 + 32x_4 - 3x_5 - 3x_6$$

原料供应约束:  $s.t. \quad \frac{x_1 + x_5}{3} + \frac{x_2 + x_6}{4} \leq 51$

时间约束:  $4(x_1 + x_5) + 2(x_2 + x_6) + 2x_5 + 2x_6 \leq 481$

对 $A_1$ 的限制:  $x_1 + x_5 \leq 100$

$x_3$  与  $x_5$  的关系:  $x_3 = 0.8x_5$

$x_4$  与  $x_6$  的关系:  $x_4 = 0.75x_6$

非负约束:  $x_1, \dots, x_6 \geq 0$

$$\text{Max } z = 24x_1 + 16x_2 + 44x_3 + 32x_4 - 3x_5 - 3x_6$$

$$\frac{x_1 + x_5}{3} + \frac{x_2 + x_6}{4} \leq 51$$

$$4(x_1 + x_5) + 2(x_2 + x_6) + 2x_5 + 2x_6 \leq 481$$

$$x_1 + x_5 \leq 100$$

$$x_3 = 0.8x_5$$

$$x_4 = 0.75x_6$$

$$x_1, \dots, x_6 \geq 0$$

**clc,clear %问题2求解**

**c=[24,16,44,32,-3,-3];**

**A1=[1/3,1/4,0,0,1/3,1/4;**

**4,2,0,0,6,4;**

**1,0,0,0,1,0];**

**b1=[51,481,100];**

**A2=[0,0,1,0,-0.8,0;**

**0,0,0,1,0,-0.75];**

**b2=[0,0];**

**[x fval]=linprog(c,A1,b1,A2,b2,zeros(6,1));**



clc,clear %问题2求解

c=-[24 16 44 32 -3 -3];

A1=[1/3 1/4 0 0 1/3 1/4;

4 2 0 0 6 4;

1 0 0 0 1 0];

b1=[51 481 100];

A2=[0 0 1 0 -0.8 0;0 0 0 1 0 -0.75];

b2=[0;0];

[x fval]=linprog(c,A1,b1,A2,b2,zeros(6,1));

x =

0

174.8000

17.5200

0

21.9000

0

fval =

-3.5020e+03

两次获利比较增加: 41>33

30元可增加1桶牛奶, 3元可增加1小时时间, 应投资.

- 30元可增加1桶牛奶, 3元可增加1小时时间, 应否投资?  
现投资150元, 可赚回多少?

150元: 可买牛奶(30元1桶), 可买时间(3元1小时)

两者的关系:

若牛奶增加数为 $i$  ( $i = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ ), 则时间的增加数为  
 $j = (150 - 30i) / 3$ .

逐次取  $i = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ , 修改模型的原料供应约束条件和时间约束条件, 求出每一种情形优化解. 比较这些优化解, 确定最优解.

将模型改为:

$$\text{Max } z = 24x_1 + 16x_2 + 44x_3 + 32x_4 - 3x_5 - 3x_6$$

原料供应约束:  $s.t. \quad \frac{x_1 + x_5}{3} + \frac{x_2 + x_6}{4} \leq 50 + i$

时间约束:  $4(x_1 + x_5) + 2(x_2 + x_6) + 2x_5 + 2x_6 \leq 480 + (150 - 30i) / 3$

(其他约束条件不变)

将模型改为:

$$\text{Max } z = 24x_1 + 16x_2 + 44x_3 + 32x_4 - 3x_5 - 3x_6$$

原料供应约束:  $s.t. \quad \frac{x_1 + x_5}{3} + \frac{x_2 + x_6}{4} \leq 50 + i$

时间约束:  $4(x_1 + x_5) + 2(x_2 + x_6) + 2x_5 + 2x_6 \leq 480 + (150 - 30i) / 3$

对 $A_1$ 的限制:  $x_1 + x_5 \leq 100$

$x_3$  与  $x_5$  的关系:  $x_3 = 0.8x_5$

$x_4$  与  $x_6$  的关系:  $x_4 = 0.75x_6$

非负约束:  $x_1, \dots, x_6 \geq 0$

(编程求解)

```
clc,clear  %问题2: 投资150元的方式
c=-[24 16 44 32 -3 -3];
A1=[1/3 1/4 0 0 1/3 1/4;
    4 2 0 0 6 4;
    1 0 0 0 1 0];
fval0=3.4608e+03; %未投资前获利
A2=[0 0 1 0 -0.8 0;0 0 0 1 0 -0.75];
b2=[0;0];
q=150;
for i=0:1:q/30;
    b1=[50+i 480+(q-30*i)/3 100];
    [x fval]=linprog(c,A1,b1,A2,b2,zeros(6,1));
    x1(:,i+1)=x;
    w(i+1)=fval; %投资150不同组合获利
end
w1=-w-fval0-150 %与投资前比较(扣除成本)
```

```
clc,clear %问题2: 投资150元的方式
c=-[24 16 44 32 -3 -3];
A1=[1/3 1/4 0 0 1/3 1/4;
    4 2 0 0 6 4;
    1 0 0 0 1 0];
fval0=3.4608e+03; %未投资前获利
A2=[0 0 1 0 -0.8 0;0 0 0 1 0 -0.75];
b2=[0;0];
q=150;
for i=0:1:q/30;
    b1=[50+i 480+(q-30*i)/3 100];
    [x fval]=linprog(c,A1,b1,A2,b2,zeros(6,1));
    x1(:,i+1)=x;
    w(i+1)=fval; %投资150不同组合获利
end
w1=-w-fval0-150 %与投资前比较(扣除成本)
```

投资150元买牛奶数0—5桶(剩余买时间)可分别赚回:

**13.00 18.32 23.64 28.96 34.28 39.6**

投资150元全用来买牛奶(5桶)获利最大.

## 问题:

按目前的生产能力,最多可以投入多少资金?

(以30元的倍数投资)

等价于:投入的资金全部用来买牛奶,一天最多可多少桶.

- $B_1, B_2$  的获利经常有10%的波动, 对计划有无影响?

$B_1, B_2$  获利的波动, 只对目标函数发生影响.

模型目标函数改为:

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 24x_1 + 16x_2 + (44 + q_1)x_3 + (32 + q_2)x_4 - 3x_5 - 3x_6 \\ q_1 &= \pm 4.4, q_2 = \pm 3.2. \end{aligned}$$

原料供应约束:  $s.t.$  
$$\frac{x_1 + x_5}{3} + \frac{x_2 + x_6}{4} \leq 50$$

时间约束: 
$$4(x_1 + x_5) + 2(x_2 + x_6) + 2x_5 + 2x_6 \leq 480$$

对  $A_1$  的限制: 
$$x_1 + x_5 \leq 100$$

$x_3$  与  $x_5$  的关系: 
$$x_3 = 0.8x_5$$

$x_4$  与  $x_6$  的关系: 
$$x_4 = 0.75x_6$$

非负约束: 
$$x_1, \dots, x_6 \geq 0$$

(编程求解)

$$\text{Max } z = 24x_1 + 16x_2 + (44 + q_1)x_3 + (32 + q_2)x_4 - 3x_5 - 3x_6$$

$$q_1 = \pm 4.4, q_2 = \pm 3.2.$$

**clc,clear**

**c=-[24 16 44 32 -3 -3;**

**24 16 44+4.4 32+3.2 -3 -3;**

**24 16 44+4.4 32-3.2 -3 -3;**

**24 16 44-4.4 32+3.2 -3 -3;**

**24 16 44-4.4 32-3.2 -3 -3];**

$$\begin{aligned} \mathbf{A1} = & \begin{bmatrix} 1/3 & 1/4 & 0 & 0 & 1/3 & 1/4; \\ 4 & 2 & 0 & 0 & 6 & 4; \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0; \end{bmatrix} & s.t. & \frac{x_1 + x_5}{3} + \frac{x_2 + x_6}{4} \leq 50 \\ & & & 4(x_1 + x_5) + 2(x_2 + x_6) + 2x_5 + 2x_6 \leq 480 \\ & & & x_1 + x_5 \leq 100 \\ \mathbf{b1} = & [50 \ 480 \ 100]; \end{aligned}$$



**A2=[0 0 1 0 -0.8 0;0 0 0 1 0 -0.75];**

**b2=[0;0];**

$$x_3 - 0.8x_5 = 0$$

$$x_4 - 0.75x_6 = 0$$

```
clc,clear
```

```
c=-[24 16 44 32 -3 -3;  
    24 16 44+4.4 32+3.2 -3 -3;  
    24 16 44+4.4 32-3.2 -3 -3;  
    24 16 44-4.4 32+3.2 -3 -3;  
    24 16 44-4.4 32-3.2 -3 -3];
```

```
A1=[1/3 1/4 0 0 1/3 1/4;  
    4 2 0 0 6 4;  
    1 0 0 0 1 0];
```

```
b1=[50 480 100];
```

```
A2=[0 0 1 0 -0.8 0;0 0 0 1 0 -0.75];
```

```
b2=[0;0];
```

```
for i=1:1:6;
```

```
    [x fval]=linprog(c(i,:),A1,b1,A2,b2,zeros(6,1));
```

```
    x1(:,i)=x;
```

```
    w(i)=fval;
```

```
end
```

## 目标函数向量矩阵:

C =

-24.0000	-16.0000	-44.0000	-32.0000	3.0000	3.0000
-24.0000	-16.0000	-48.4000	-35.2000	3.0000	3.0000
-24.0000	-16.0000	-48.4000	-28.8000	3.0000	3.0000
-24.0000	-16.0000	-39.6000	-35.2000	3.0000	3.0000
-24.0000	-16.0000	-39.6000	-28.8000	3.0000	3.0000

## 对应的优化解为:

X=

0	168.0000	19.2000	0	24.0000	0
0	168.0000	19.2000	0	24.0000	0
0	168.0000	19.2000	0	24.0000	0
0	160.0000	0	30.0000	0	40.0000
0	168.0000	19.2000	0	24.0000	0

当目标向量为[24 16 39.6 35.2 -3 -3] 时, 应对生产计划作出重大调整.