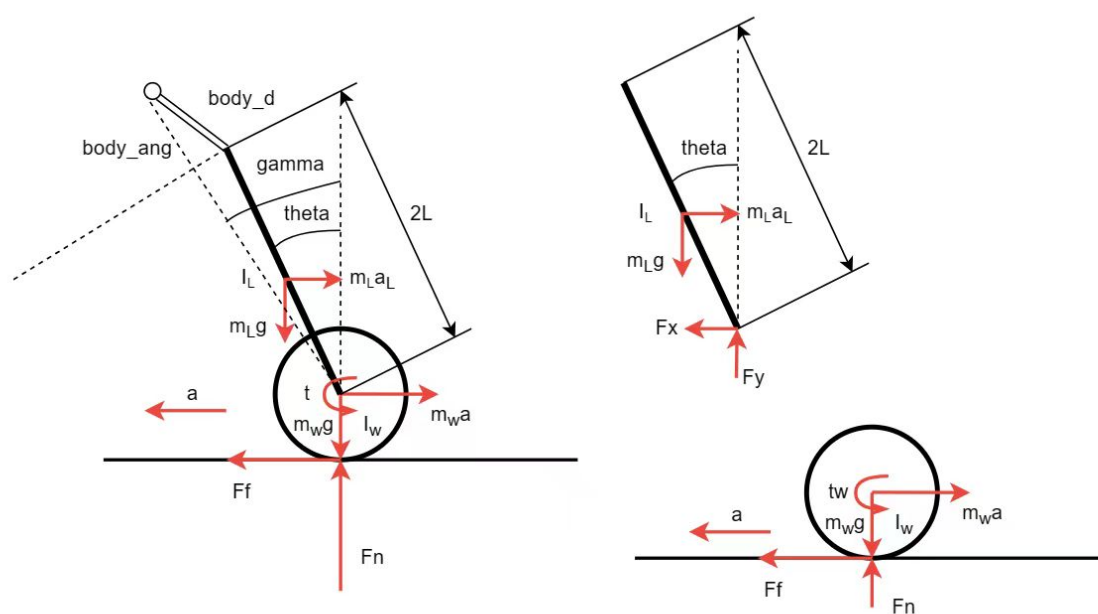
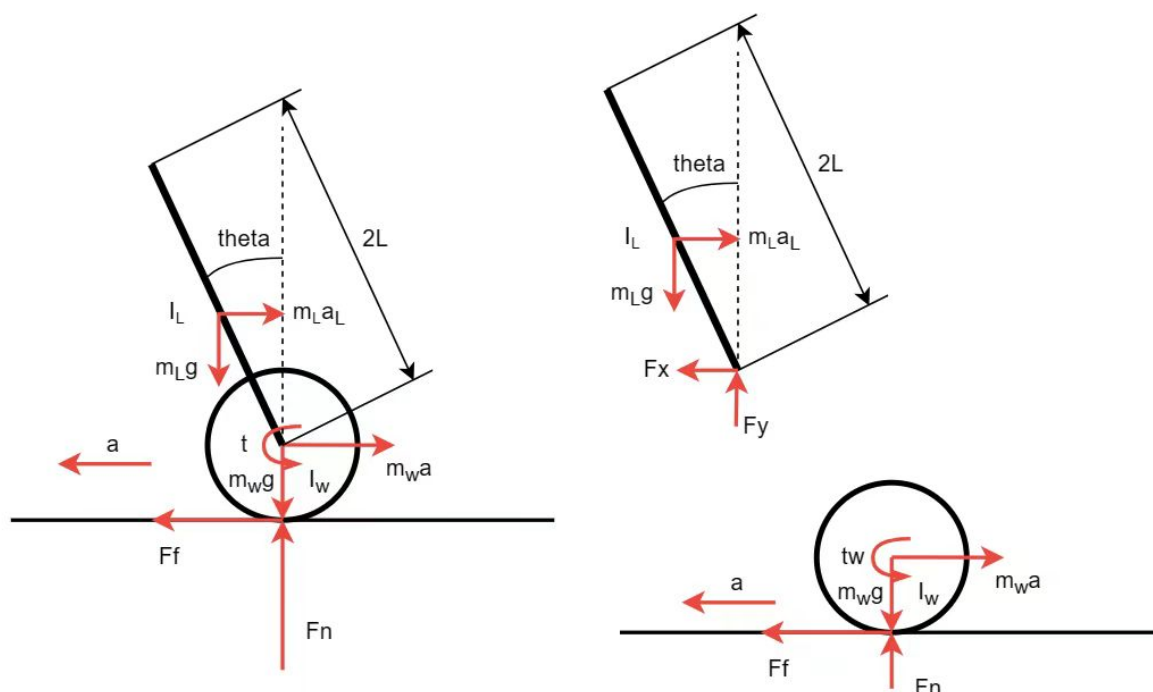


# 基于NESO的一阶倒立摆鲁棒控制

## 一阶倒立摆系统建模



经过一系列的建模工作，最终得到以下状态空间方程：

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + Bu \\ Y = X \end{cases}$$

其中，

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{m_l g L (m_l + m_w + \frac{I_w}{r^2})}{(m_l L^2 + I_l)(m_l + m_w + \frac{I_w}{r^2}) - m_l^2 L^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-(m_l^2 g L^2)}{(m_l L^2 + I_l)(m_l + m_w + \frac{I_w}{r^2}) - m_l^2 L^2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-(m_l + m_w + \frac{I_w}{r^2} + \frac{m_l L}{r})}{(m_l L^2 + I_l)(m_l + m_w + \frac{I_w}{r^2}) - m_l^2 L^2} \\ 0 \\ \frac{m_l L + \frac{m_l L^2 + I_l}{r}}{(m_l L^2 + I_l)(m_l + m_w + \frac{I_w}{r^2}) - m_l^2 L^2} \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ x \\ v \end{bmatrix}$$

$$u = \tau$$

## LQR控制器

LQR控制器输出如下：

$$u = -KX$$

代入原系统，得到：

$$\dot{X} = AX + Bu = (A - BK)X = \bar{A}X$$

因此，可将引入LQR控制器的系统看作是输入为零的系统。

## NESO设计

针对上述引入LQR控制器的零输入系统，考虑系统模型参数的不确定性，将位置-速度子系统表达式改写如下：

$$\begin{cases} \dot{x} = v \\ \dot{v} = f(x, v, t, \omega) \\ y = x \end{cases}$$

其中， $\omega$  表示系统的内外扰动， $f(x, v, t, \omega)$  为带有扰动的加速度作用量。

设计如下结构的位置-速度部分NESO：

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_1 e \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_2 \varphi_1(e) \\ \dot{z}_3 = -\beta_3 \varphi_2(e) \\ y = x \end{cases}$$

其中，为避免高频震颤现象，NESO采用以下在原点附近具有线性段的连续的幂次函数：

$$\varphi_i(e) = \begin{cases} |e|^{\alpha_i} \operatorname{sgn}(e) & e > \delta \\ \frac{e}{\delta^{1-\alpha_i}} & e \leq \delta \end{cases}$$

其中， $\delta$  为线性段的区间长度， $\operatorname{sgn}(\cdot)$  为符号函数。

采用上述NESO，可得到对系统非线性函数  $f(x, v, t, \omega)$  的观测量  $z_3$  。通过动态补偿线性化过程，原非线性控制系统变成线性积分器串联型控制系统：

$$\begin{cases} \dot{x} = v \\ \dot{v} = f(x, v, t, \omega) - z_3 \\ y = x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{x} = v \\ \dot{v} = 0 \\ y = x \end{cases}$$

## MATLAB仿真

倒立摆模型参数设定：

	$m_w$	$m_l$	$I_w$	$I_l$	$r$	$g$	$L$
建模参数	3	8.4	0.125	0.7	0.092	9.81	0.2
实际参数	3	20	0.125	7	0.092	9.81	0.2

LQR控制器参数设定：

$$K = \begin{bmatrix} -28.3810 & -6.5719 & -1.0000 & -3.2036 \end{bmatrix}$$

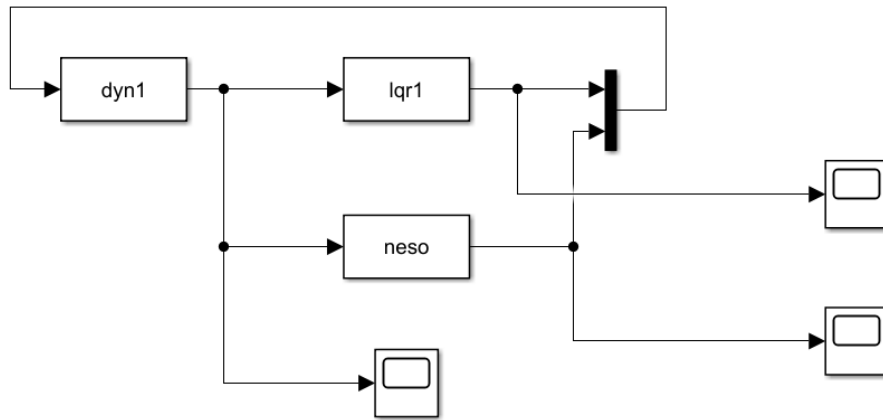
NESO参数设定：

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\delta$
参数	0.5	0.25	20	20	20	0.05

系统初始状态：

$$\theta_0 = \pi/6 \quad \dot{\theta}_0 = 0 \quad x_0 = 2 \quad v_0 = 0$$

Simulink仿真：




daolibai2.slx

78.73KB




dyn1: 一阶倒立摆系统模型, 输入  $u = \tau$ , 输出  $Y = X$  ;



 dyn1.m


lqr1: LQR控制器, 输入系统状态  $X$ , 输出  $u$  ;



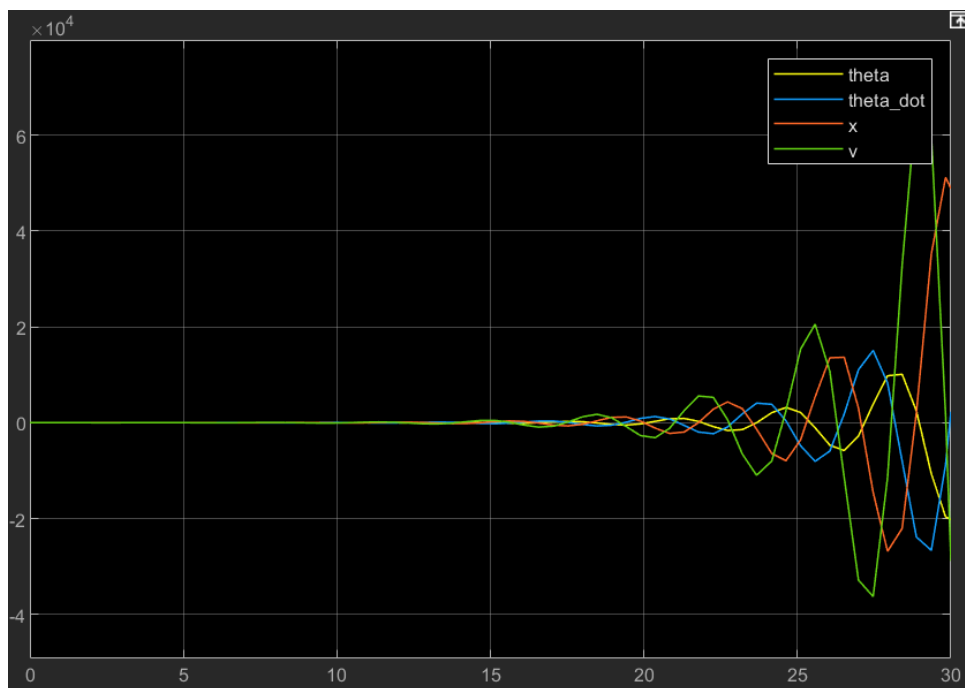
 lqr1.m

neso: NESO, 输入位置状态  $x$  , 输出观测量  $z_3$  。

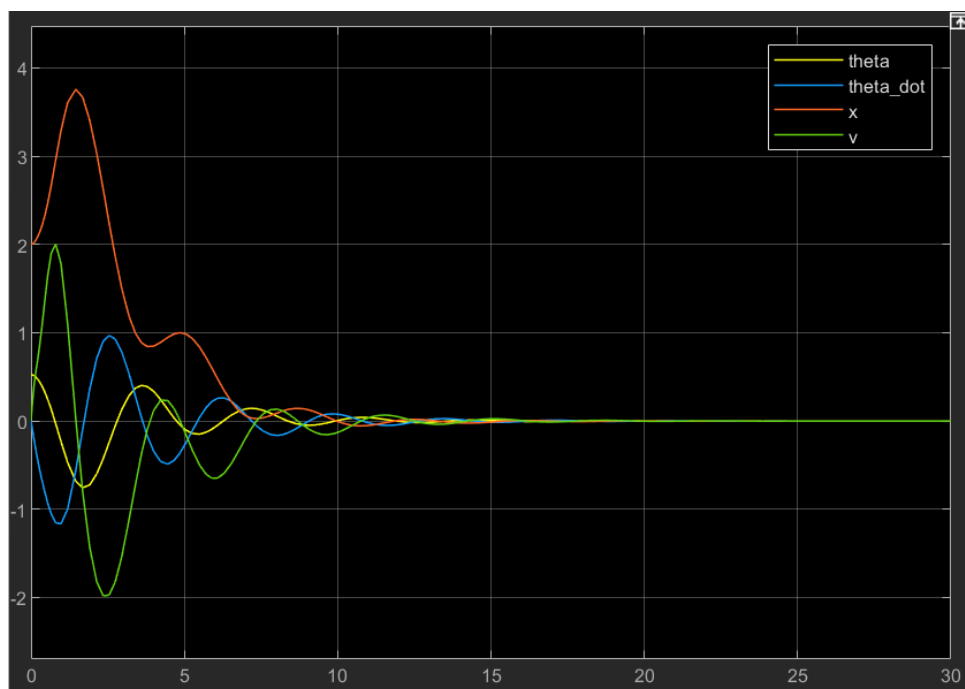


 neso.m

仿真结果：



无NESO的控制效果



有NESO的控制效果