

Мощность множества вычислительных проблем

Вычислительная проблема — язык, то есть множество слов над заданным конечным алфавитом.

Теорема: мощность множества всех вычислительных проблем (языков над заданным алфавитом) — континуум.

Доказательство:

Воспользуемся теоремой Кантора, которая гласит, что множество всех подмножеств некоторого множества имеет строго большую мощность, чем мощность самого множества.

Заметим:

1. Алфавит конечен, то есть число символов конечно.
2. Слова — упорядоченные множества символов. Множество слов (язык), очевидно, бесконечно, но так как каждому символу можно сопоставить натуральное число, то и каждое слово можно представить как натуральное число, то есть множество всех слов над данным алфавитом счетно.
3. Множество всех языков над заданным алфавитом — множество всех подмножеств множества слов над заданным алфавитом. Так как множество слов счетно, то по теореме Кантора, множество языков имеет мощность континуум.

Теорема Кантора.

Для любого множества X его множество всех подмножеств $P(X)$ имеет строго большую мощность, чем само X