

## **Сведение проблемы функционального типа (Function problem) к проблеме принятия решения (Decision problem) и наоборот**

**Decision problem** – проблема, решением которой для входных данных является ответ “да” или “нет”.

То есть в случае с МТ это допуск или не допуск входного слова.

**Function problem** – проблема, описывающая некоторое бинарное отношение  $R$ , её решением для входных данных  $x$  является такое  $y$ , что  $(x, y) \in R$ , если оно существует.

То есть в случае с МТ, получив некоторую входную строку, требуется либо остановиться в не допускающем состоянии (ответа не существует), либо вывести ответ на ленту и остановиться в допускающем состоянии.

### **Сведение друг к другу Decision problem, Function problem**

#### Получение решения Decision problem, имея решение Function problem

Пусть есть МТ  $M$ , решающая Function problem: по  $x$  она возвращает такое  $y$ , что  $(x, y) \in R$ .

Требуется построить МТ, решающую Decision problem: дано  $x, y$ , требуется допустить  $x, y$ , если  $(x, y) \in R$ , основываясь на ответе  $M$ .

Решение: имеем две ленты, тогда

1. Получаем  $x, y$  на первой ленту.
2. Копируем  $x$  на вторую ленту.
3. Запускаем  $M$  на второй ленте и дожидаемся её завершения.
4. Сравниваем  $y$  с первой ленты и результат работы  $M$  на второй – если они совпали, то допускаем строку, иначе – нет.

#### Получение решения Function problem, имея решение Decision problem

Пусть есть МТ  $M$ , решающая Decision problem: она допускает  $x, y$ , если  $(x, y) \in R$ .

Требуется построить МТ, решающую Function problem: дано  $x$ , требуется вернуть такое  $y$ , что  $(x, y) \in R$ , основываясь на ответе  $M$ .

Решение: имеем две ленты и недетерминизм, тогда

1. Получаем  $x$  на первой ленте и дописываем “,” после него.
3. Очищаем вторую ленту, на первой дописываем следующее  $y$  после “ $x$ ,” (все строки можно отсортировать в некотором порядке и говорить о “следующей” в этом смысле; изначально  $y$  пустая), копируем новые  $x, y$  с первой ленты на вторую.
4. Одновременно (пользуемся недетерминизмом) совершаем следующие два шага:
  - 4.1. Запускаем  $M$  на второй ленте, дожидаемся её завершения и переходим на шаг 5.
  - 4.2. Возвращаемся на шаг 3.
5. Если  $M$  допустила  $x, y$ , то переходим на шаг 6, иначе переходим на шаг 3.
6. Стираем “ $x$ ,” на первой ленте и останавливаемся в допускающем состоянии – ответ на первой ленте.