

Square

Криптоалгоритм *Square*¹ шифрует 128-битовые (16-байтовые) блоки открытых данных под управлением секретного ключа такого же размера.

Square – итеративный шифр, в котором раундовое преобразование (всего 8 раундов) является композицией четырех преобразований: θ , γ , π и σ . 16-байтовые блоки данных и раундовых подключей, участвующие в криптографическом преобразовании, представляются в виде 4×4 -матриц

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} & a_{03} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{30} & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix},$$

элементами которых являются байты, интерпретируемые в преобразованиях θ и γ как элементы конечного поля $\mathbb{F}_{256} \cong \mathbb{F}_2[x]/f(x)$, где $f(x) = x^8 + x^4 + x^3 + x + 1$.

Линейное преобразование θ определяется как

$$\theta(A) \equiv \{A: = C \cdot A\},$$

где

$$C = \begin{pmatrix} 0x02 & 0x03 & 0x01 & 0x01 \\ 0x01 & 0x02 & 0x03 & 0x01 \\ 0x01 & 0x01 & 0x02 & 0x03 \\ 0x03 & 0x01 & 0x01 & 0x02 \end{pmatrix}.$$

Обратное преобразование имеет вид

$$\theta^{-1}(A) \equiv \{A: = C^{-1} \cdot A\},$$

где

$$C^{-1} = \begin{pmatrix} 0x0e & 0x0b & 0x0d & 0x09 \\ 0x09 & 0x0e & 0x0b & 0x0d \\ 0x0d & 0x09 & 0x0e & 0x0b \\ 0x0b & 0x0d & 0x09 & 0x0e \end{pmatrix}.$$

Нелинейное преобразование $\gamma(A)$ заключается в замене каждого элемента a_{ij} матрицы A на $S[a_{ij}]$. Используемая при этом подстановка S , заданная на множестве байтов (элементов поля \mathbb{F}_{256}), является композицией двух подстановок:

1) $x \rightarrow x^{2^{54}}, x \in \mathbb{F}_{256}$ (отметим, что $x^{2^{54}} = x^{-1}$, если $x \neq 0$)

2) $x \rightarrow \varphi(x)$, $\varphi(x) = x \oplus \text{rol}_1 x \oplus \text{rol}_2 x \oplus \text{rol}_3 x \oplus \text{rol}_4 x \oplus \63 ,

где $\text{rol}_m x$ – циклический сдвиг битов байта x влево на m позиций (φ – аффинное преобразование пространства 8-битовых векторов \mathbb{F}_2^8).

Преобразование $\tau(A)$ определяется как транспонирование матрицы A :

$$A = \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} & a_{03} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{30} & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \Rightarrow \tau(A) = \begin{pmatrix} a_{00} & a_{10} & a_{20} & a_{30} \\ a_{01} & a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{02} & a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{03} & a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix}.$$

Преобразование $\sigma[k]$ с параметром k (k – раундовый подключ) определяется как

$$\sigma[k](A) \equiv \{A: = A \oplus k\},$$

где \oplus – побитовое сложение по модулю 2 соответствующих элементов матриц.

Раундовое преобразование $\rho[k]$ определяется как

$$\rho[k] = \sigma[k] \circ \tau \circ \gamma \circ \theta,$$

где $f \circ g(A) \equiv f(g(A))$.

¹ Авторы шифра: *Joan Daemen, Lars Knudsen и Vincent Rijmen* (Бельгия)

Шифрующее преобразование $Square[k_0, k_1, \dots, k_8]$ под управлением раундовых подключей k_0, k_1, \dots, k_8 определяется как

$$\rho[k_8] \circ \rho[k_7] \circ \rho[k_6] \circ \rho[k_5] \circ \rho[k_4] \circ \rho[k_3] \circ \rho[k_2] \circ \rho[k_1] \circ \sigma[k_0] \circ \theta^{-1}.$$

Другими словами, имеет место следующий

Алгоритм зашифрования *Square*

Вход: P – 16-байтовый блок открытых данных в виде 4×4 -матрицы.

```

 $C := P;$ 
 $\theta^{-1}(C);$ 
 $\sigma[k_0](C);$ 
for  $i := 1$  to 8 do {
     $\theta(C);$ 
     $\gamma(C);$ 
     $\tau(C);$ 
     $\sigma[k_i](C)$ 
}.
```

Выход: C – 16-байтовый блок шифртекста в виде 4×4 -матрицы.

Используя следующие свойства введенных преобразований:

$$\begin{aligned} \tau^{-1} &= \tau, \\ \sigma^{-1}[k] &= \sigma[k], \\ \gamma^{-1} \circ \tau &= \tau \circ \gamma^{-1}, \\ \sigma[k] \circ \theta^{-1} &= \theta^{-1} \circ \sigma[\theta(k)], \\ \theta \circ \sigma[k'] \circ \rho^{-1}[k''] &= \rho'[\theta(k')] \circ \sigma[\theta(k'')] \circ \theta, \end{aligned}$$

где $\rho'[k] = \sigma[k] \circ \tau \circ \gamma^{-1} \circ \theta^{-1}$, нетрудно установить, что обратное (дешифрующее) преобразование

$$Square^{-1}[k_0, k_1, \dots, k_8] \equiv \theta \circ \sigma[k_0] \circ \rho^{-1}[k_1] \circ \dots \circ \rho^{-1}[k_8]$$

приводится к виду

$$Square^{-1}[k_0, k_1, \dots, k_8] = \rho'[\theta(k_0)] \circ \rho'[\theta(k_1)] \circ \dots \circ \rho'[\theta(k_7)] \circ \sigma[\theta(k_8)] \circ \theta.$$

Другими словами, алгоритм расшифрования получается из алгоритма зашифрования заменой преобразований θ и γ соответственно на θ^{-1} и γ^{-1} с одновременной заменой раундовых подключей зашифрования k_0, k_1, \dots, k_8 на $\theta(k_8), \theta(k_7), \dots, \theta(k_0)$.

Раундовые подключи зашифрования генерируются на основе секретного ключа K по итерационной схеме:

```

 $k_0 := K;$ 
for  $t := 1$  to 8 do  $k_t := \psi(k_{t-1}).$ 
```

Преобразование ψ определяется следующим образом. Записывая 16-байтовый раундовый подключ k_t в виде 4×4 -матрицы

$$k_t = (k_{ij}^t), 0 \leq i, j \leq 3,$$

обозначим строки этой матрицы как $k_0^t, k_1^t, k_2^t, k_3^t$. Определим операцию левого циклического сдвига строки k_i^t как

$$rotl(k_i^t) = (k_{i1}^t, k_{i2}^t, k_{i3}^t, k_{i0}^t).$$

Тогда

$$\begin{aligned} k_0^{t+1} &:= k_0^t \oplus rotl(k_3^t) \oplus C_t; \\ k_1^{t+1} &:= k_1^t \oplus k_0^{t+1}; \\ k_2^{t+1} &:= k_2^t \oplus k_1^{t+1}; \\ k_3^{t+1} &:= k_3^t \oplus k_2^{t+1}, \end{aligned}$$

где $C_t = (0x00, 0x00, 0x00, (0x02)^t)$, $0 \leq t \leq 8$, – раундовые константы, $(0x02)^t$ – t -ая степень элемента $0x02 \in \mathbb{F}_{256}$.