# A valószínűségszámítás és a statisztika alapvonalai

Ferenci Tamás, tamas.ferenci@medstat.hu

2019. november 19.

# Tartalom

# Előszó

- A valószínűségszámítást matematikai formalizmus nélkül fogjuk tárgyalni

# Előszó

- A valószínűségszámítást matematikai formalizmus nélkül fogjuk tárgyalni
- A formalizálás kell a mélyebb tárgyaláshoz, azonban sok hallgató (orvosok, szociológusok stb.) számára ezek a részek úgysem fontosak

# Előszó

- A valószínűségszámítást matematikai formalizmus nélkül fogjuk tárgyalni
- A formalizálás kell a mélyebb tárgyaláshoz, azonban sok hallgató (orvosok, szociológusok stb.) számára ezek a részek úgysem fontosak
- Viszont a matematikai formalizmus azt is megnehezíti, hogy az alapkérdéseket megértsék

# Előszó

- A valószínűségszámítást matematikai formalizmus nélkül fogjuk tárgyalni
- A formalizálás kell a mélyebb tárgyaláshoz, azonban sok hallgató (orvosok, szociológusok stb.) számára ezek a részek úgysem fontosak
- Viszont a matematikai formalizmus azt is megnehezíti, hogy az alapkérdéseket megértsék
- Minden visszajelzést örömmel veszek a tamas.ferenci@medstat.hu email-címen

# Tartalom

# A valószínűségszámítás röviden

- A valószínűségszámítás bizonyos értelemben a statisztika „alaptudománya”

# A valószínűségszámítás röviden

- A valószínűségszámítás bizonyos értelemben a statisztika „alaptudománya”
- Éppen ezért a statisztika megértéséhez is fontos érteni az alapjait (és önmagában is érdekes!)

# Mi az, hogy véletlen?

- A valószínűségszámítás alapfogalma a **véletlen kísérlet**: adott körülmények között akárhányszor megfigyelhető, de a kimenete nem mondható meg biztosan (csak az, hogy egyáltalán milyen kimenetek lehetségesek)

# Mi az, hogy véletlen?

- A valószínűségszámítás alapfogalma a **véletlen kísérlet**: adott körülmények között akárhányszor megfigyelhető, de a kimenete nem mondható meg biztosan (csak az, hogy egyáltalán milyen kimenetek lehetségesek)
- Valójában nagyon sokszor nem a szó szokásos értelemben vett „kísérletről” van szó és az sem nyilvánvaló, hogy milyen értelemben figyelhető meg akárhányszor (pl. a beteg meggyógyul-e)

# Mi az, hogy véletlen?

- A valószínűségszámítás alapfogalma a **véletlen kísérlet**: adott körülmények között akárhányszor megfigyelhető, de a kimenete nem mondható meg biztosan (csak az, hogy egyáltalán milyen kimenetek lehetségesek)
- Valójában nagyon sokszor nem a szó szokásos értelemben vett „kísérletről” van szó és az sem nyilvánvaló, hogy milyen értelemben figyelhető meg akárhányszor (pl. a beteg meggyógyul-e)
- Az is döntés kérdése, hogy mi véletlen, aminek „nem mondható meg biztosan” a kimenetet (pl. a kockadobás az? elvileg nem!) – közelítés kérdése

# A valószínűségszámítás alapfogalmai

- A véletlen kísérlet lehetséges kimeneteleit **kimenetelnek** nevezzük (pl. kockadobásnál az, hogy ⚁)

# A valószínűségszámítás alapfogalmai

- A véletlen kísérlet lehetséges kimeneteleit **kimenetelnek** nevezzük (pl. kockadobásnál az, hogy ⚁)
- Az összes lehetséges kimenetet egybefogjuk egy halmazba (kockadobásnál { ⚀, ⚁, ⚂, ⚃, ⚄, ⚅ }), ennek neve **eseménytér**

# A valószínűségszámítás alapfogalmai

- A véletlen kísérlet lehetséges kimeneteleit **kimenetelnek** nevezzük (pl. kockadobásnál az, hogy ⚁)
- Az összes lehetséges kimenetet egybefogjuk egy halmazba (kockadobásnál {⚀, ⚁, ⚂, ⚃, ⚄, ⚅}), ennek neve **eseménytér**
- Az eseménytér lehet véges (kockadobás) vagy végtelen, ez utóbbi esetben lehet megszámlálhatóan végtelen (hányszor járt egy véletlenszerűen választott magyar lakos külföldön) vagy nem megszámlálhatóan végtelen (mennyi a testtömege)

# A valószínűségszámítás alapfogalmai

- A véletlen kísérlet lehetséges kimeneteleit **kimenetelnek** nevezzük (pl. kockadobásnál az, hogy ⚁)
- Az összes lehetséges kimenetet egybefogjuk egy halmazba (kockadobásnál {⚀, ⚁, ⚂, ⚃, ⚄, ⚅}), ennek neve **eseménytér**
- Az eseménytér lehet véges (kockadobás) vagy végtelen, ez utóbbi esetben lehet megszámlálhatóan végtelen (hányszor járt egy véletlenszerűen választott magyar lakos külföldön) vagy nem megszámlálhatóan végtelen (mennyi a testtömege)
- A véges vagy legfeljebb megszámlálhatóan végtelen eseménytereket együtt **diszkrét** eseménytérnek, a nem megszámlálhatóan végtelent **folytonos** eseménytérnek nevezzük

# A valószínűségszámítás alapfogalmai

- A véletlen kísérlet lehetséges kimeneteleit **kimenetelnek** nevezzük (pl. kockadobásnál az, hogy ⚁)
- Az összes lehetséges kimenetet egybefogjuk egy halmazba (kockadobásnál {⚀, ⚁, ⚂, ⚃, ⚄, ⚅}), ennek neve **eseménytér**

- Az eseménytér lehet véges (kockadobás) vagy végtelen, ez utóbbi esetben lehet megszámlálhatóan végtelen (hányszor járt egy véletlenszerűen választott magyar lakos külföldön) vagy nem megszámlálhatóan végtelen (mennyi a testtömege)
- A véges vagy legfeljebb megszámlálhatóan végtelen eseménytereket együtt **diszkrét** eseménytérnek, a nem megszámlálhatóan végtelent **folytonos** eseménytérnek nevezzük

- Valószínűségeket nem a kimenethez fogunk rendelni, mert szeretnénk bonyolultabb dolgokhoz (pl. „párosat dobtunk”) is valószínűségeket rendelni

# A valószínűségszámítás alapfogalmai

- A véletlen kísérlet lehetséges kimeneteleit **kimenetelnek** nevezzük (pl. kockadobásnál az, hogy ⚁)
- Az összes lehetséges kimenetet egybefogjuk egy halmazba (kockadobásnál {⚀, ⚁, ⚂, ⚃, ⚄, ⚅}), ennek neve **eseménytér**

- Az eseménytér lehet véges (kockadobás) vagy végtelen, ez utóbbi esetben lehet megszámlálhatóan végtelen (hányszor járt egy véletlenszerűen választott magyar lakos külföldön) vagy nem megszámlálhatóan végtelen (mennyi a testtömege)
- A véges vagy legfeljebb megszámlálhatóan végtelen eseménytereket együtt **diszkrét** eseménytérnek, a nem megszámlálhatóan végtelent **folytonos** eseménytérnek nevezzük

- Valószínűségeket nem a kimenethez fogunk rendelni, mert szeretnénk bonyolultabb dolgokhoz (pl. „párosat dobtunk") is valószínűségeket rendelni
- Kimenetekből egyet vagy többet bepakolunk egy halmazba (pl. {⚁, ⚃, ⚅}), ezt **eseménynek** hívjuk, és úgy definiáljuk, hogy

# A valószínűségszámítás alapfogalmai

- A véletlen kísérlet lehetséges kimeneteleit **kimenetelnek** nevezzük (pl. kockadobásnál az, hogy ⚁)
- Az összes lehetséges kimenetet egybefogjuk egy halmazba (kockadobásnál {⚀, ⚁, ⚂, ⚃, ⚄, ⚅}), ennek neve **eseménytér**

- Az eseménytér lehet véges (kockadobás) vagy végtelen, ez utóbbi esetben lehet megszámlálhatóan végtelen (hányszor járt egy véletlenszerűen választott magyar lakos külföldön) vagy nem megszámlálhatóan végtelen (mennyi a testtömege)
- A véges vagy legfeljebb megszámlálhatóan végtelen eseménytereket együtt **diszkrét** eseménytérnek, a nem megszámlálhatóan végtelent **folytonos** eseménytérnek nevezzük

- Valószínűségeket nem a kimenethez fogunk rendelni, mert szeretnénk bonyolultabb dolgokhoz (pl. „párosat dobtunk") is valószínűségeket rendelni
- Kimenetekből egyet vagy többet bepakolunk egy halmazba (pl. {⚁, ⚃, ⚅}), ezt **eseménynek** hívjuk, és úgy definiáljuk, hogy

# A valószínűségszámítás alapfogalmai

- A véletlen kísérlet lehetséges kimeneteleit **kimenetelnek** nevezzük (pl. kockadobásnál az, hogy ⚁)
- Az összes lehetséges kimenetet egybefogjuk egy halmazba (kockadobásnál {⚀, ⚁, ⚂, ⚃, ⚄, ⚅}), ennek neve **eseménytér**

- Az eseménytér lehet véges (kockadobás) vagy végtelen, ez utóbbi esetben lehet megszámlálhatóan végtelen (hányszor járt egy véletlenszerűen választott magyar lakos külföldön) vagy nem megszámlálhatóan végtelen (mennyi a testtömege)
- A véges vagy legfeljebb megszámlálhatóan végtelen eseménytereket együtt **diszkrét** eseménytérnek, a nem megszámlálhatóan végtelent **folytonos** eseménytérnek nevezzük

- Valószínűségeket nem a kimenethez fogunk rendelni, mert szeretnénk bonyolultabb dolgokhoz (pl. „párosat dobtunk") is valószínűségeket rendelni
- Kimenetekből egyet vagy többet bepakolunk egy halmazba (pl. {⚁, ⚃, ⚅}), ezt **eseménynek** hívjuk, és úgy definiáljuk, hogy

# A valószínűségszámítás alapfogalmai

- A véletlen kísérlet lehetséges kimeneteleit **kimenetelnek** nevezzük (pl. kockadobásnál az, hogy ⚁)
- Az összes lehetséges kimenetet egybefogjuk egy halmazba (kockadobásnál {⚀, ⚁, ⚂, ⚃, ⚄, ⚅}), ennek neve **eseménytér**

- Az eseménytér lehet véges (kockadobás) vagy végtelen, ez utóbbi esetben lehet megszámlálhatóan végtelen (hányszor járt egy véletlenszerűen választott magyar lakos külföldön) vagy nem megszámlálhatóan végtelen (mennyi a testtömege)
- A véges vagy legfeljebb megszámlálhatóan végtelen eseménytereket együtt **diszkrét** eseménytérnek, a nem megszámlálhatóan végtelent **folytonos** eseménytérnek nevezzük

- Valószínűségeket nem a kimenethez fogunk rendelni, mert szeretnénk bonyolultabb dolgokhoz (pl. „párosat dobtunk”) is valószínűségeket rendelni
- Kimenetekből egyet vagy többet bepakolunk egy halmazba (pl. {⚁, ⚃, ⚅}), ezt **eseménynek** hívjuk, és úgy definiáljuk, hogy

# A valószínűségszámítás alapfogalmai

- A véletlen kísérlet lehetséges kimeneteleit **kimenetelnek** nevezzük (pl. kockadobásnál az, hogy ⚁)
- Az összes lehetséges kimenetet egybefogjuk egy halmazba (kockadobásnál {⚀, ⚁, ⚂, ⚃, ⚄, ⚅}), ennek neve **eseménytér**

- Az eseménytér lehet véges (kockadobás) vagy végtelen, ez utóbbi esetben lehet megszámlálhatóan végtelen (hányszor járt egy véletlenszerűen választott magyar lakos külföldön) vagy nem megszámlálhatóan végtelen (mennyi a testtömege)
- A véges vagy legfeljebb megszámlálhatóan végtelen eseménytereket együtt **diszkrét** eseménytérnek, a nem megszámlálhatóan végtelent **folytonos** eseménytérnek nevezzük

- Valószínűségeket nem a kimenethez fogunk rendelni, mert szeretnénk bonyolultabb dolgokhoz (pl. „párosat dobtunk") is valószínűségeket rendelni
- Kimenetekből egyet vagy többet bepakolunk egy halmazba (pl. {⚁, ⚃, ⚅}), ezt **eseménynek** hívjuk, és úgy definiáljuk, hogy

# A valószínűségszámítás alapfogalmai

- A véletlen kísérlet lehetséges kimeneteleit **kimenetelnek** nevezzük (pl. kockadobásnál az, hogy ⚁)
- Az összes lehetséges kimenetet egybefogjuk egy halmazba (kockadobásnál {⚀, ⚁, ⚂, ⚃, ⚄, ⚅}), ennek neve **eseménytér**

- Az eseménytér lehet véges (kockadobás) vagy végtelen, ez utóbbi esetben lehet megszámlálhatóan végtelen (hányszor járt egy véletlenszerűen választott magyar lakos külföldön) vagy nem megszámlálhatóan végtelen (mennyi a testtömege)
- A véges vagy legfeljebb megszámlálhatóan végtelen eseménytereket együtt **diszkrét** eseménytérnek, a nem megszámlálhatóan végtelent **folytonos** eseménytérnek nevezzük

- Valószínűségeket nem a kimenethez fogunk rendelni, mert szeretnénk bonyolultabb dolgokhoz (pl. „párosat dobtunk”) is valószínűségeket rendelni
- Kimenetekből egyet vagy többet bepakolunk egy halmazba (pl. {⚁, ⚃, ⚅}), ezt **eseménynek** hívjuk, és úgy definiáljuk, hogy

# A valószínűségszámítás alapfogalmai

- A véletlen kísérlet lehetséges kimeneteleit **kimenetelnek** nevezzük (pl. kockadobásnál az, hogy ⚁)
- Az összes lehetséges kimenetet egybefogjuk egy halmazba (kockadobásnál {⚀, ⚁, ⚂, ⚃, ⚄, ⚅}), ennek neve **eseménytér**

- Az eseménytér lehet véges (kockadobás) vagy végtelen, ez utóbbi esetben lehet megszámlálhatóan végtelen (hányszor járt egy véletlenszerűen választott magyar lakos külföldön) vagy nem megszámlálhatóan végtelen (mennyi a testtömege)
- A véges vagy legfeljebb megszámlálhatóan végtelen eseménytereket együtt **diszkrét** eseménytérnek, a nem megszámlálhatóan végtelent **folytonos** eseménytérnek nevezzük

- Valószínűségeket nem a kimenethez fogunk rendelni, mert szeretnénk bonyolultabb dolgokhoz (pl. „párosat dobtunk") is valószínűségeket rendelni
- Kimenetekből egyet vagy többet bepakolunk egy halmazba (pl. {⚁, ⚃, ⚅}), ezt **eseménynek** hívjuk, és úgy definiáljuk, hogy

# A valószínűségszámítás alapfogalmai

- A véletlen kísérlet lehetséges kimeneteleit **kimenetelnek** nevezzük (pl. kockadobásnál az, hogy ⚁)
- Az összes lehetséges kimenetet egybefogjuk egy halmazba (kockadobásnál {⚀, ⚁, ⚂, ⚃, ⚄, ⚅}), ennek neve **eseménytér**

- Az eseménytér lehet véges (kockadobás) vagy végtelen, ez utóbbi esetben lehet megszámlálhatóan végtelen (hányszor járt egy véletlenszerűen választott magyar lakos külföldön) vagy nem megszámlálhatóan végtelen (mennyi a testtömege)
- A véges vagy legfeljebb megszámlálhatóan végtelen eseménytereket együtt **diszkrét** eseménytérnek, a nem megszámlálhatóan végtelent **folytonos** eseménytérnek nevezzük

- Valószínűségeket nem a kimenethez fogunk rendelni, mert szeretnénk bonyolultabb dolgokhoz (pl. „párosat dobtunk”) is valószínűségeket rendelni
- Kimenetekből egyet vagy többet bepakolunk egy halmazba (pl. {⚁, ⚃, ⚅}), ezt **eseménynek** hívjuk, és úgy definiáljuk, hogy

# A valószínűségszámítás alapfogalmai

- A véletlen kísérlet lehetséges kimeneteleit **kimenetelnek** nevezzük (pl. kockadobásnál az, hogy ⚁)
- Az összes lehetséges kimenetet egybefogjuk egy halmazba (kockadobásnál {⚀, ⚁, ⚂, ⚃, ⚄, ⚅}), ennek neve **eseménytér**

- Az eseménytér lehet véges (kockadobás) vagy végtelen, ez utóbbi esetben lehet megszámlálhatóan végtelen (hányszor járt egy véletlenszerűen választott magyar lakos külföldön) vagy nem megszámlálhatóan végtelen (mennyi a testtömege)
- A véges vagy legfeljebb megszámlálhatóan végtelen eseménytereket együtt **diszkrét** eseménytérnek, a nem megszámlálhatóan végtelent **folytonos** eseménytérnek nevezzük

- Valószínűségeket nem a kimenethez fogunk rendelni, mert szeretnénk bonyolultabb dolgokhoz (pl. „párosat dobtunk") is valószínűségeket rendelni
- Kimenetekből egyet vagy többet bepakolunk egy halmazba (pl. {⚁, ⚃, ⚅}), ezt **eseménynek** hívjuk, és úgy definiáljuk, hogy

# A valószínűség bevezetése

- A **valószínűség** egy függvény, amely a megfigyelhető események mindegyikéhez hozzárendel egy valós számot (pl. {⚁, ⚃, ⚅} $\mapsto$ 0,3, ekkor 0,3 valószínűséget rendeltünk ehhez az eseményhez, köznyelvileg ezt 30%-nak mondjuk)

# A valószínűség bevezetése

- A **valószínűség** egy függvény, amely a megfigyelhető események mindegyikéhez hozzárendel egy valós számot (pl. $\{$ ⚁, ⚃, ⚅ $\} \mapsto 0{,}3$, ekkor 0,3 valószínűséget rendeltünk ehhez az eseményhez, köznyelvileg ezt 30%-nak mondjuk)
- Jele $\mathbb{P}$, előbbi példánkban $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(\{$ ⚁, ⚃, ⚅ $\}) = 0{,}3$

# A valószínűség bevezetése

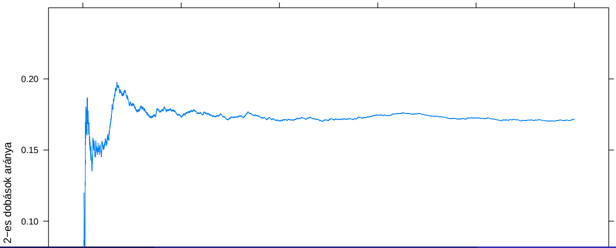
- A **valószínűség** egy függvény, amely a megfigyelhető események mindegyikéhez hozzárendel egy valós számot (pl. { ⚁, ⚃, ⚅ } $\mapsto$ 0,3, ekkor 0,3 valószínűséget rendeltünk ehhez az eseményhez, köznyelvileg ezt 30%-nak mondjuk)
- Jele $\mathbb{P}$, előbbi példánkban $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(\{$ ⚁, ⚃, ⚅ $\}) = 0{,}3$
- De nem akárhogy rendeljük hozzá: a valószínűségek nemnegatívak, a biztos esemény valószínűsége 1, és kizáró események uniójának a valószínűsége a valószínűségeik összege (ez utóbbi is jól érthető, ha a valószínűségre mint pacák területére gondolunk egy festővásznon)

# A valószínűség bevezetése

- A **valószínűség** egy függvény, amely a megfigyelhető események mindegyikéhez hozzárendel egy valós számot (pl. $\{$⚂, ⚃, ⚅$\} \mapsto 0{,}3$, ekkor 0,3 valószínűséget rendeltünk ehhez az eseményhez, köznyelvileg ezt 30%-nak mondjuk)
- Jele $\mathbb{P}$, előbbi példánkban $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(\{$⚂, ⚃, ⚅$\}) = 0{,}3$
- De nem akárhogy rendeljük hozzá: a valószínűségek nemnegatívak, a biztos esemény valószínűsége 1, és kizáró események uniójának a valószínűsége a valószínűségeik összege (ez utóbbi is jól érthető, ha a valószínűségre mint pacák területére gondolunk egy festővásznon)
- Ezek axiómák (nem levezethetőek valamiből)

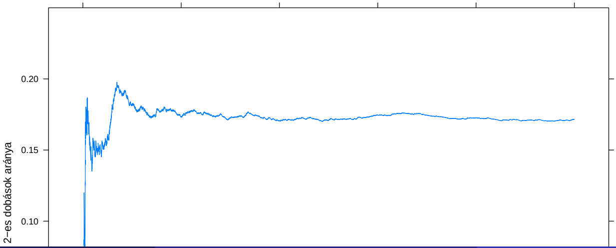
# A valószínűség interpretációi

- Valószínűség interpretácója: a fenti matematikai konstrukciónak mi köze van valós jelenségekhez



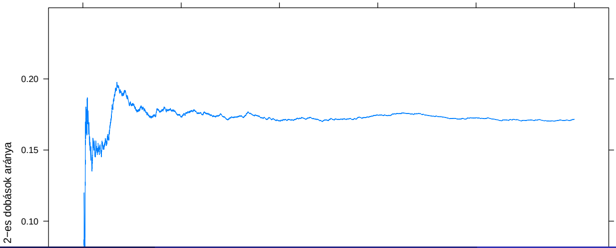
# A valószínűség interpretációi

- Valószínűség interpretácója: a fenti matematikai konstrukciónak mi köze van valós jelenségekhez
- Legfontosabb interpretáció: elkezdünk kockát dobálgatni, és számoljuk a 2-es dobások relatív gyakoriságát



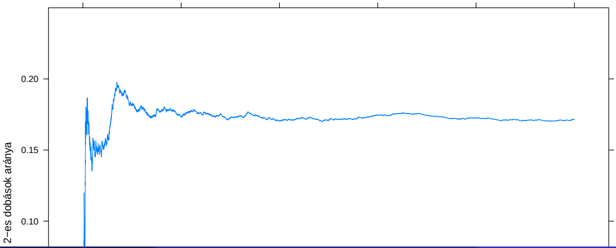
# A valószínűség interpretációi

- Valószínűség interpretácója: a fenti matematikai konstrukciónak mi köze van valós jelenségekhez
- Legfontosabb interpretáció: elkezdünk kockát dobálgatni, és számoljuk a 2-es dobások relatív gyakoriságát
- Azt fogjuk tapasztalni, hogy ez konvergál valamihez – ez a valami legyen a valószínűség!



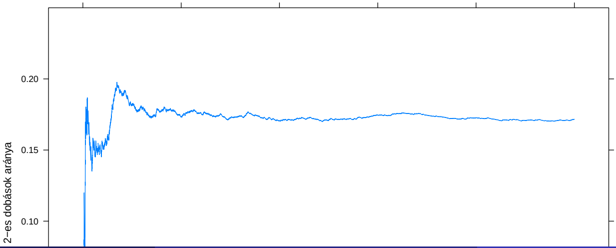
# A valószínűség interpretációi

- Valószínűség interpretácója: a fenti matematikai konstrukciónak mi köze van valós jelenségekhez
- Legfontosabb interpretáció: elkezdünk kockát dobálgatni, és számoljuk a 2-es dobások relatív gyakoriságát
- Azt fogjuk tapasztalni, hogy ez konvergál valamihez – ez a valami legyen a valószínűség!
- Ez a valószínűség **frekventista interpretációja**



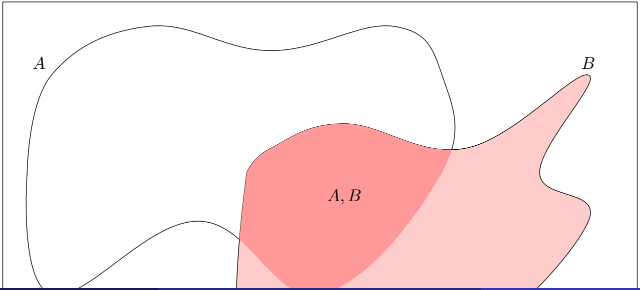
# A valószínűség interpretációi

- Valószínűség interpretácója: a fenti matematikai konstrukciónak mi köze van valós jelenségekhez
- Legfontosabb interpretáció: elkezdünk kockát dobálgatni, és számoljuk a 2-es dobások relatív gyakoriságát
- Azt fogjuk tapasztalni, hogy ez konvergál valamihez – ez a valami legyen a valószínűség!
- Ez a valószínűség **frekventista interpretációja**
- Azért bőven van további interpretációknak is hely (pl. „30% a valószínűsége annak, hogy holnap esni fog az eső”)



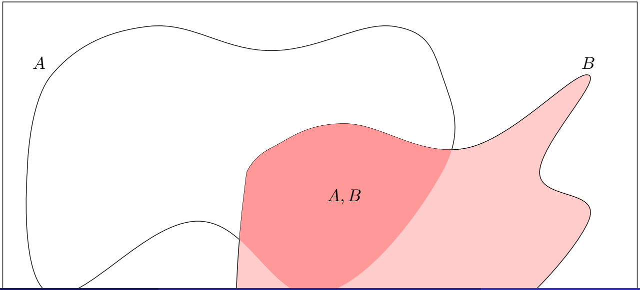
# A feltételes valószínűség

- Alapkérdés: hogy tudunk valószínűségbe valamilyen információt beépíteni



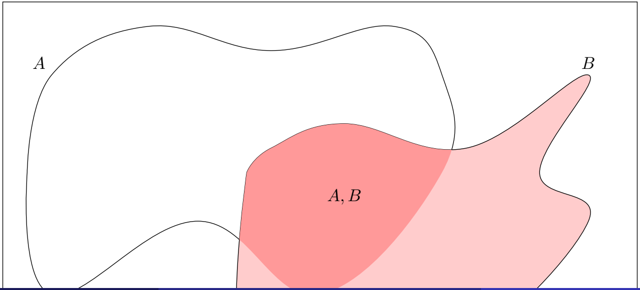
# A feltételes valószínűség

- Alapkérdés: hogy tudunk valószínűségbe valamilyen információt beépíteni
- *Ha* tudjuk, hogy valami megtörtént, az hogyan módosítja a valószínűséget



# A feltételes valószínűség

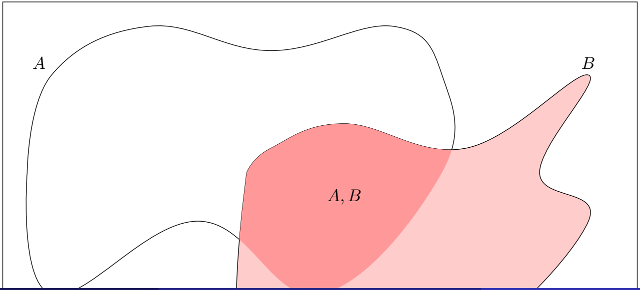
- Alapkérdés: hogy tudunk valószínűségbe valamilyen információt beépíteni
- *Ha* tudjuk, hogy valami megtörtént, az hogyan módosítja a valószínűséget
- Pl. *feltéve*, hogy legfeljebb 3-ast dobtunk, mennyi annak a valószínűsége, hogy párosat dobtunk?



# A feltételes valószínűség

- Alapkérdés: hogy tudunk valószínűségbe valamilyen információt beépíteni
- *Ha* tudjuk, hogy valami megtörtént, az hogyan módosítja a valószínűséget
- Pl. *feltéve*, hogy legfeljebb 3-ast dobtunk, mennyi annak a valószínűsége, hogy párosat dobtunk?

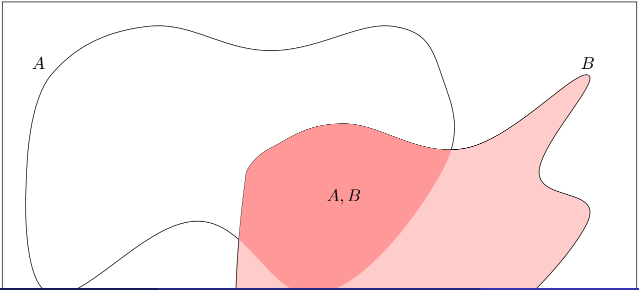
- Arra szűkítve a világunkat, ahol a „legfeljebb 3-at dobtunk” megtörtént, ezen a világon belül mekkora a páros dobás valószínűsége?



# A feltételes valószínűség

- Alapkérdés: hogy tudunk valószínűségbe valamilyen információt beépíteni
- *Ha* tudjuk, hogy valami megtörtént, az hogyan módosítja a valószínűséget
- Pl. *feltéve*, hogy legfeljebb 3-ast dobtunk, mennyi annak a valószínűsége, hogy párosat dobtunk?

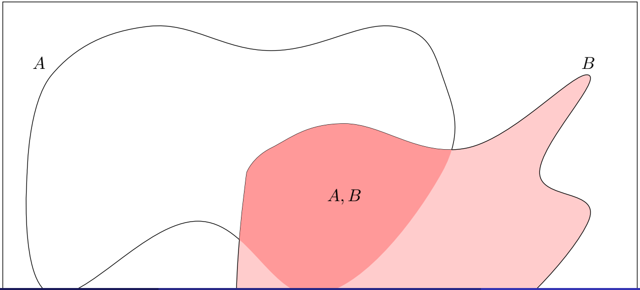
- Arra szűkítve a világunkat, ahol a „legfeljebb 3-at dobtunk" megtörtént, ezen a világon belül mekkora a páros dobás valószínűsége?
- Nagyon jól megérezhető a megoldás, ha a pacás analógiára gondolunk: az egyik pacán *belül* mekkora a másik paca területe?



# A feltételes valószínűség

- Alapkérdés: hogy tudunk valószínűségbe valamilyen információt beépíteni
- *Ha* tudjuk, hogy valami megtörtént, az hogyan módosítja a valószínűséget
- Pl. *feltéve*, hogy legfeljebb 3-ast dobtunk, mennyi annak a valószínűsége, hogy párosat dobtunk?

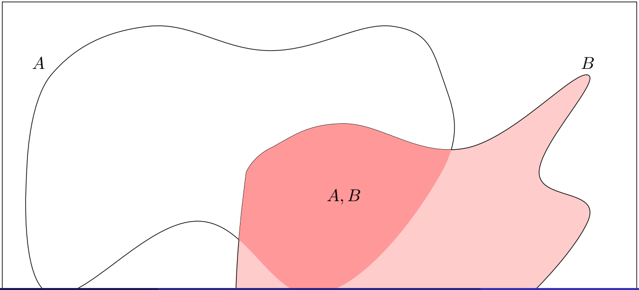
- Arra szűkítve a világunkat, ahol a „legfeljebb 3-at dobtunk” megtörtént, ezen a világon belül mekkora a páros dobás valószínűsége?
- Nagyon jól megérezhető a megoldás, ha a pacás analógiára gondolunk: az egyik pacán *belül* mekkora a másik paca területe?



# A feltételes valószínűség

- Alapkérdés: hogy tudunk valószínűségbe valamilyen információt beépíteni
- *Ha* tudjuk, hogy valami megtörtént, az hogyan módosítja a valószínűséget
- Pl. *feltéve*, hogy legfeljebb 3-ast dobtunk, mennyi annak a valószínűsége, hogy párosat dobtunk?

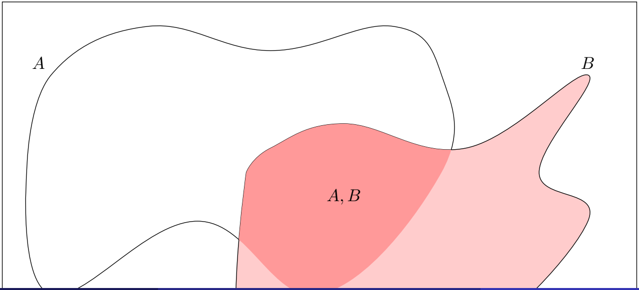
- Arra szűkítve a világunkat, ahol a „legfeljebb 3-at dobtunk” megtörtént, ezen a világon belül mekkora a páros dobás valószínűsége?
- Nagyon jól megérezhető a megoldás, ha a pacás analógiára gondolunk: az egyik pacán *belül* mekkora a másik paca területe?



# A feltételes valószínűség

- Alapkérdés: hogy tudunk valószínűségbe valamilyen információt beépíteni
- *Ha* tudjuk, hogy valami megtörtént, az hogyan módosítja a valószínűséget
- Pl. *feltéve*, hogy legfeljebb 3-ast dobtunk, mennyi annak a valószínűsége, hogy párosat dobtunk?

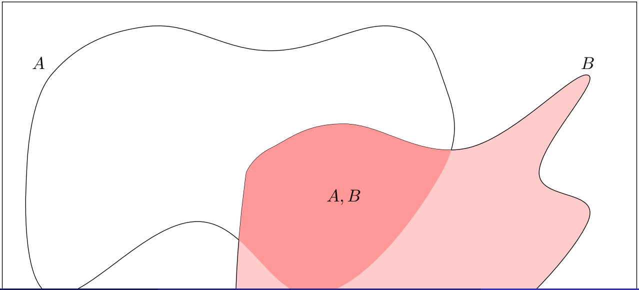
- Arra szűkítve a világunkat, ahol a „legfeljebb 3-at dobtunk” megtörtént, ezen a világon belül mekkora a páros dobás valószínűsége?
- Nagyon jól megérezhető a megoldás, ha a pacás analógiára gondolunk: az egyik pacán *belül* mekkora a másik paca területe?



# A feltételes valószínűség

- Alapkérdés: hogy tudunk valószínűségbe valamilyen információt beépíteni
- *Ha* tudjuk, hogy valami megtörtént, az hogyan módosítja a valószínűséget
- Pl. *feltéve*, hogy legfeljebb 3-ast dobtunk, mennyi annak a valószínűsége, hogy párosat dobtunk?

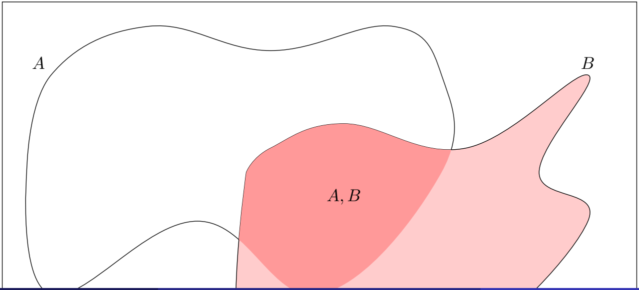
- Arra szűkítve a világunkat, ahol a „legfeljebb 3-at dobtunk” megtörtént, ezen a világon belül mekkora a páros dobás valószínűsége?
- Nagyon jól megérezhető a megoldás, ha a pacás analógiára gondolunk: az egyik pacán *belül* mekkora a másik paca területe?



# A feltételes valószínűség

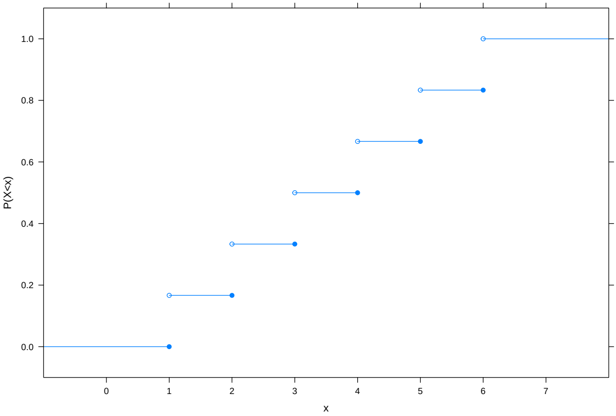
- Alapkérdés: hogy tudunk valószínűségbe valamilyen információt beépíteni
- *Ha* tudjuk, hogy valami megtörtént, az hogyan módosítja a valószínűséget
- Pl. *feltéve*, hogy legfeljebb 3-ast dobtunk, mennyi annak a valószínűsége, hogy párosat dobtunk?

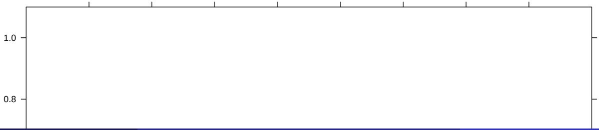
- Arra szűkítve a világunkat, ahol a „legfeljebb 3-at dobtunk” megtörtént, ezen a világon belül mekkora a páros dobás valószínűsége?
- Nagyon jól megérezhető a megoldás, ha a pacás analógiára gondolunk: az egyik pacán *belül* mekkora a másik paca területe?



# A Bayes-tétel

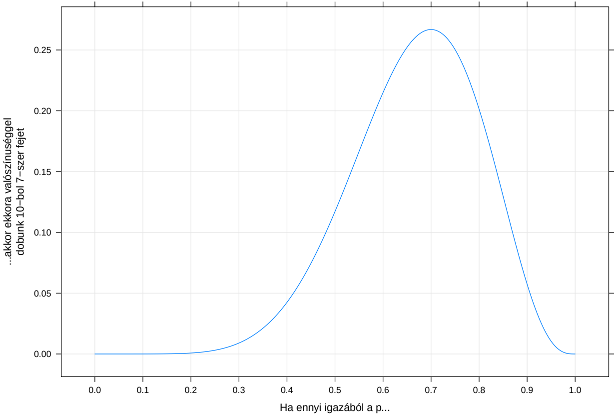
# A valószínűségi változó



# Tartalom

# Egy rávezető gyakorlat



# Egy becslőfüggvény felé

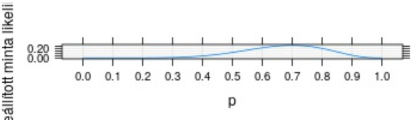
Likelihood különböző minták mellett

**Dobások száma:**

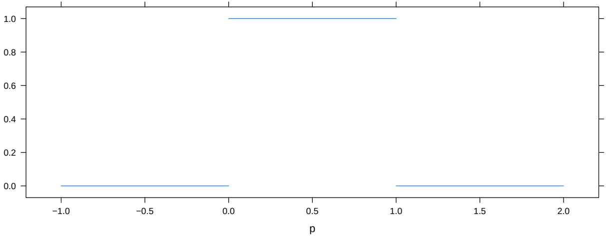
1 10 100

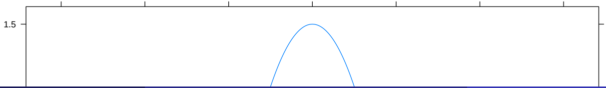
**Fejek száma:**

0 7 10

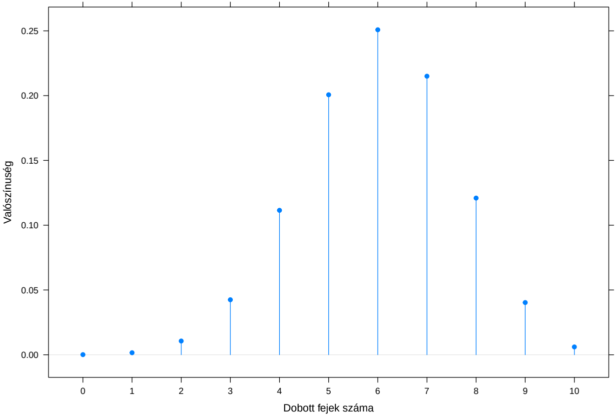


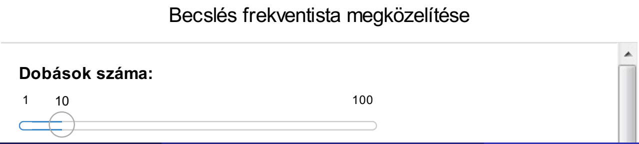
# A bayes-i probléma



# A frekventista statisztika építménye



# Tartalom

# Intervallumbecslés

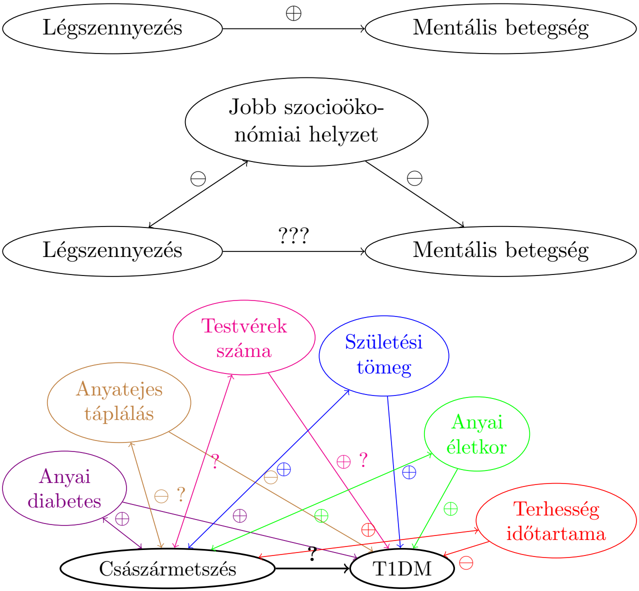
# Hipotézisvizsgálat

# Tartalom

# Az orvosi megismerés alapkérdései

# Az okozatiság nyomában

# A confounding problémája



# Zavaró változóktól a megzavart olvasókig

# Egy aranyérmes megoldás

# Megfigyelés és kísérlet

# A jó, a rossz, és a közepesnél némileg gyengébben jó