

EÖTVÖS LORÁND TUDOMÁNYEGYETEM
INFORMATIKAI KAR

EKG jelek feldolgozása Hermite-függvények segítségével

BSc Szakdolgozat

Készítette: Dózsa Tamás
ELTE IK
Programtervező informatikus
BSc

Témavezető: Dr. Kovács Péter
Adjunktus
ELTE IK
Numerikus Analízis Tanszék



Budapest, 2016.11.16.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	2
1.1. A feladat specifikációja	3
1.2. A modell ismertetése	3
1.3. Matematikai háttér	5
1.3.1. Jelek approximációja	5
1.3.2. Hermite-függvények	6
1.4. Az approximáció optimalizálása	7
2. Felhasználói dokumentáció	10
3. Fejlesztői dokumentáció	11

1. fejezet

Bevezetés

Az információ ábrázolásának módja az informatika tudomány fontos kérdése. Természetesen annak eldöntése, hogy egy adott adat halmaz milyen módon kerül ábrázolásra erősen függ annak jellegétől. Az adatábrázolás felel az adatok hatékony felhasználhatóságáért (például egy internetes video hívásnál az adatokat gyorsan kell egymás után továbbítani), ugyanakkor biztosítani kell, hogy az adatokból kinyerhető információ nem veszik el (ha túl rossz minőségű képeket továbbítunk, a fogadó fél nem tudja értelmezni azokat).

A szakdolgozat célja egy speciális adatábrázolás, nevezetesen EKG jelek egy ábrázolásának bemutatása. Mivel jellemzően ezeket az adatokat, későbbiekben *jelek*-et, általában nagyobb memória felhasználásával szokás ábrázolni, ezért a dolgozat az eljárásra EKG jelek *tömörítéseként* hivatkozik. EKG jelek esetén az ábrázolás minősége sok szemponttól függ. Mivel ezek a jelek fontos információkat hordoznak a szív állapotáról, különösen fontos, hogy a tömörítés során ne vesszen el fontos információ. Egy ilyen jel rögzítésekor azonban sok olyan adat is tárolásra kerül (például a végtagok mérés közbeni mozgatása miatt), amelyek nem hordoznak fontos információt. Az ilyen adatokra a dolgozat *zaj*-ként hivatkozik. Egy jó EKG ábrázolás sikeresen szűri a mérés során keletkezett zajt, miközben az orvosi szempontból fontosnak nevezhető információt megtartja. Mivel a dolgozatban egy tömörítési eljárás kerül bemutatásra, fontos szempont az EKG jelek memória takarékos ábrázolása. Gyakorlati szempontból minél kevesebb memórián történik meg a jelek ábrázolása, annál könnyebb azokat tárolni (hosszú mérések esetén fontos lehet), illetve egyszerűbb és biztonságosabb a jelek hálózaton történő továbbítása. EKG jeleknek egy igazán jónak nevezhető ábrázolása pedig az eddig említettek mellett az orvosok munkáját közvetlenül segítő információt is kódol magában. Ilyen lehet például egy olyan ábrázolás amely hatékony bemene-téül szolgál valamilyen osztályozó algoritmusnak, lehetővé téve az abnormális jelek automatikus felismerését.

A dolgozat három fő fejezetre tagolható. A Bevezetés című fejezetben található a dolgozatban bemutatott eljárás specifikációja, a jel reprezentáció matematikai modelljének ismertetése, valamint a bemutatott módszer egyéb jellemzőit ismertető al-

fejezetek. Ezek közé tartozik például a jel közelítésének optimalizációjához szükséges Nelder-Mead algoritmus elméleti bemutatása, illetve az EKG jel szegmentációját elősegítő Matching-Pursuit algoritmust részletező alfejezet.

A dolgozat második fejezete az eljárás mellékelt implementációjának a fejlesztői dokumentációja. Ebben a fejezetben találhatóak a tömörítő eljárást implementáló `c++` osztályok jellemzői, illetve az elérést segítő webes felület implementációjának részletes ismertetése. A fejlesztői dokumentáció fejezet tartalmazza továbbá a program logikai jellemzését elősegítő UML és egyéb osztálydiagrammokat. A fejezet igyekszik pragmatikusan és érthetően jellemezni a program felépítését, illetve kellően megindokolni az egyes implementációk mellett szóló döntéseket.

A Felhasználói dokumentáció fejezetbe, a program használatával kapcsolatos információk kerültek. Ebben a fejezetben található a felhasználói felület funkcióinak pontos ismertetése, valamint hasznos példák annak használatára. Bemutatásra kerülnek továbbá a program használatához szükséges előkészületi lépések, és az ismert rendszerkövetelmények.

A dolgozat utolsó része a függelék, melyben a Bevezetés fejezetben található matematikai állítások bizonyításai, egyéb kapcsolódó matematikai fogalmak leírásai, illetve felhasznált algoritmusok pszeudo-kódja található.

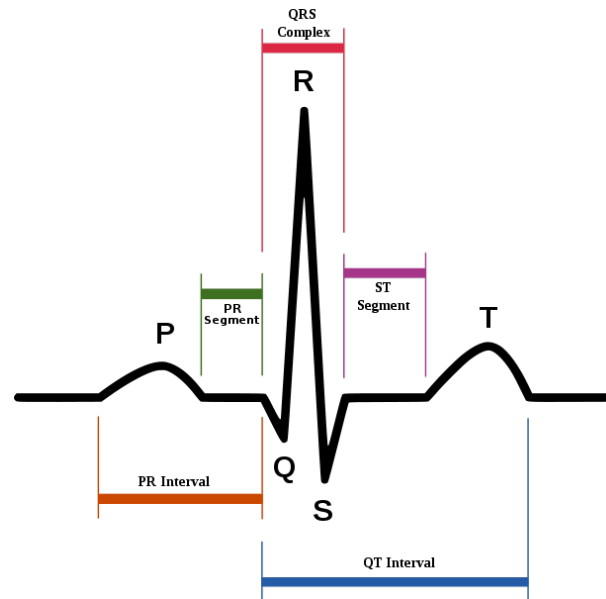
1.1. A feladat specifikációja

A dolgozat célja egy olyan tömörítési eljárás bemutatása, amely lehetővé teszi az EKG jelek hatékony (memória takarékos) ábrázolását, a mérések zaj szűrését, illetve az EKG hullámszegmenseinek szeparációját. Az utóbbi jellemző orvosi szempontból lehet hasznos, ugyanis sok kóros elváltozás kimutatásához szükséges az egyes hullámszegmensek széleinek ismerete. A dolgozatban bemutatott módszer hatékonysága, az irodalomban fellelhető más tömörítési eljárások [] hatékonyságának összehasonlításával igazolandó. A dolgozatban bemutatott tömörítési eljárás implementációjának feladata, hogy az MIT-BIH adatbázisban található EKG jelek tömörítésére alkalmas legyen, ehhez pedig egy könnyen használható webes felületet biztosítson. A bemutatott tömörítési eljárás implementációjának két féle bemente megengedett: tömörítés esetén az MIT-BIH adatbázisban megtalálható EKG jelek, illetve a tömörítés következtében létrejött számsorozat, melyet a tömörített jel helyreállításához használ.

1.2. A modell ismertetése

A modern orvostudományban nagy jelentőséggel bírnak a valamely élő szervezet által kibocsátott úgynevezett **biológiai jelek**. Ezek közé sorolható az **Elektro Kardio**

Gram, vagy EKG, amely a szív állapotáról képes információt adni. Bár ennek a dolgozatnak nem célja az EKG jelek pontos elemzése, fontos néhány sorban ismertetni egy átlagos EKG jel meghatározó hullámait. Egyetlen szí vütés EKG reprezentációja három fő részre bontható: a szí vütés elején megjelenő P hullámra, az ezt követő QRS komplexumra, és az ütés végén található T hullámra. Ezek rendre a pitvari összehúzódást, a kamrák depolarizációját és elektromos újratöltődését reprezentálják. Diagnosztikai szempontból a QRS komplexus a legfontosabb, ezért ezt nagy pontossággal kell tárolni. Általánosságban elmondható, hogy ezeknek a hullámoknak kezdő és végpontjai, valamint maximum és minimum értékei vesznek részt az orvosi diagnosztikában. Az említett paraméterek az 1.1 ábrán láthatóak.



1.1. ábra. Az EKG jel egy szívütése, illetve annak főbb diagnosztikai jellemzői.

Az irodalomban ismert tömörítő algoritmusokat [?] alapján három kategóriába sorolhatjuk: 1) egyszerű paraméteres becslések (pl.: interpoláció, különbségi kódolás, stb.), 2) direkt módszerek (pl.: csúcsok, meredekségek, stb. tárolása), 3) transzformációs eljárások. Az utóbbi osztály tartalmazza azokat az algoritmusokat, melyek a jelet egy előre adott függvényrendszer szerinti sorfejtéssel approximálják. Így az eredeti adatsorozat helyett csak az együtthatókat és a rendszer paramétereit kell tárolnunk. Ezen kategóriába sorolandó a dolgozatban bemutatott algoritmus is. Nevezetesen, az eredeti adatsorozatot speciális, Hermite-polinomok segítségével előállított függvényrendszerrel fogjuk közelíteni. A módszer alapját képező eljárás [?], jól ismert az irodalomban, mely nem csak a jelek tömörítéséhez, de azok modellezéséhez [?], illetve osztályozásához [?, ?] is alkalmazható. A dolgozatban az EKG jelekkel való hasonlóságuk miatt Hermite-függvényeket használunk az adatok reprezentálásához. Ezeket egy argumentum transzformáción keresztül szabad paraméterekkel egészítjük ki. Ennek köszönhetően az eredeti jelet egy adaptív bázisban írhatjuk fel. Az említett paraméterek megválasztásához a Nelder-Mead optimalizációs eljárást alkalmaztuk. Mivel

az EKG jelek diszkrét adatsorozatok, ezért a módszert [?] alapján implementáltuk diszkrét ortogonális Hermite-polinomokra is. A dolgozatban különböző tesztekkel demonstráljuk az algoritmus hatékonyságát. Ehhez, több órányi, zajjal terhelt, valódi EKG felvételt használtunk. Ezen keresztül a bemutatott módszert összehasonlítottuk több másik, az irodalomban jól ismert tömörítő algoritmussal is [?].

A tömörítő eljárást egy c++ nyelven megírt, objektum elvű alkalmazás implementálja, melyet egy webes felületen keresztül érhetünk el. A felület lehetőséget biztosít a dolgozatban jelölt tesztek újrafuttatására, valamint a teszteléskor felhasznált adatbázis további jeleinek a tömörítésére. Szintén a webes felületen keresztül nyílik alkamunk a már tömörített EKG jelek helyreállítására.

Az alkalmazás megejtvezésekor külön hangsúlyt kapott a kód újra felhasználhatósága. Ennek érdekében a felhasznált algoritmusok, illetve matematikai modellek a lehető legáltalánosabb formában lettek implementálva. Fontos szempontot jelentett továbbá a c++11-es nyelv szabvány által nyújtotta lehetőségek minél hatékonyabb kihasználása. Jó példa erre a lambda függvények alkalmazása az optimalizációs algoritmusok implementációja során. A hatékony működés mellett azonban a program igyekszik megfelelni a modern felhasználók igényeinek. Ennek érdekében a felhasználói felület weboldalként lett implementálva. A rendszerfüggetlen, és installáció mentes elérés lehetővé teszi a gyors és egyszerű használatot, valamint az eredmények megosztását.

1.3. Matematikai háttér

1.3.1. Jelek approximációja

EKG jelek feldolgozásakor sok esetben szembesülünk gyakorlati kihívásokkal. Két sűrűn előforduló példa a hosszú mérések tárolása, valamint a zajjal terhelt mérések ábrázolása. Ezekre a nehézségekre egyszerre ad kielégítő megoldást, ha a jeleket valamely \mathcal{H} Hilbert-tér sima függvényeiből álló $(\Phi_n, n \in \mathbb{N})$ ortogonális bázisában reprezentáljuk és a jelet véges sok $\Phi_0, \Phi_1, \dots, \Phi_n$ bázisbeli elem lineáris kombinációjával közelítjük. Az $f \in \mathcal{H}$ jel legjobb közelítését a tér $\|\cdot\|$ normájában az

$$S_n f := \sum_{k=0}^n \langle f, \Phi_k \rangle \Phi_k$$

leképezés nyújtja, ahol $\langle \cdot, \cdot \rangle$ az \mathcal{H} tér skaláris szorzatát jelöli. A jel és a közelítés eltérésének négyzete a

$$\|f - S_n f\|^2 = \|f\|^2 - \sum_{k=0}^n |\langle f, \Phi_k \rangle|^2$$

képplettel adható meg. Adott hibán belüli közelítést véve a jel helyett elég az $S_n f$ approximációt reprezentáló $\langle f, \Phi_k \rangle$ ($k = 0, 1, \dots, n$) Fourier-együtthatókat tárolni.

Zajos jel esetén az ilyen típusú approximáció szűrőként is szolgál. A közelítés megvalósításához a klasszikus ortogonális rendszerek közül EKG görbék közelítésére az Hermite-féle függvények bizonyultak használhatónak. Ezt támasztják alá a [...] dolgozatok. Az Hermite függvények alkalmazása azzal is indokolható, hogy grafikonjuk hasonlít az EKG görbékre. Ezt a tulajdonságot a ?? ábra szemlélteti.

1.3.2. Hermite-függvények

A dolgozatban az \mathbb{R} számegyenesen (Lebesgue-mérték szerint) négyzetesen integrálható függvények \mathcal{H} Hilbert-tere helyett elegendő a szakaszonként folytonos, az \mathbb{R} -en négyzetesen integrálható függvények \mathcal{F} euklideszi terét használni. Ebben a térben a skaláris szorzat és a norma a következő alakban írható fel:

$$\langle f, g \rangle := \int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(t) dt, \quad \|f\| := \sqrt{\langle f, f \rangle} \quad (f, g \in \mathcal{F}). \quad (1.1)$$

Továbbá, a

$$\Phi_n(x) := H_n(x)e^{-x^2/2}/\sqrt{\pi^{1/2}2^n n!} \quad (n \in \mathbb{N})$$

normált Hermite-függvények (teljes) ortonormált rendszert alkotnak az \mathcal{F} téren:

$$\langle \Phi_n, \Phi_m \rangle = \delta_{nm} \quad (m, n \in \mathbb{N}), \quad \|f - S_n f\| \rightarrow 0 \quad (n \rightarrow \infty).$$

Itt H_n ($n \in \mathbb{N}$) jelöli az Hermite-féle polinomokat.

Az Hermite-függvények alkalmazásának számos előnye van:

- i) A Φ_n ($n \in \mathbb{N}$) rendszer zárt (teljes) az \mathcal{F} téren.
- ii) A $\Phi_n(x)$ függvények gyorsan tartanak 0-hoz, ha $|x| \rightarrow \infty$:

$$|\Phi_n(x)| \leq M_n e^{-x^2/4} \leq M_n \quad (x \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}).$$

- iii) A Φ_n függvények (stabil) másodrendű rekurzióval számíthatók:

$$\begin{aligned} \Phi_0(x) &:= e^{-x^2/2}/\pi^{1/4}, \quad \Phi_1(x) := \sqrt{2}xe^{-x^2/2}/\pi^{1/4} \\ \Phi_n(x) &= \sqrt{\frac{2}{n}}x\Phi_{n-1}(x) - \sqrt{\frac{n-1}{n}}\Phi_{n-2}(x) \quad (x \in \mathbb{R}, n \geq 2) \end{aligned} \quad (1.2)$$

- iv) A Φ'_n deriváltak kifejezhetők a Φ_n, Φ_{n-1} függvényekkel:

$$\Phi'_n(x) = \sqrt{2n}\Phi_{n-1}(x) - x\Phi_n(x) \quad (x \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}, \Phi_{-1} = 0) \quad (1.3)$$

1.4. Az approximáció optimalizálása

A jelek reprezentációja függ az időskála 0 pontjának és az egység megválasztásától. Ezeket a paramétereket a gyakorlatban önkényesen szoktuk megválasztani. Ezzel összefüggében felvethető a kérdés, hogyan lehet optimálisan megválaszthatani ezeket a paramétereket. Az approximáció pontosságát javíthatjuk azonos együttható szám mellett, amennyiben az Hermite-függvények helyett azok

$$\Phi_n^{a,\lambda}(x) := \Phi_n(\lambda x + a) \quad (x, a \in \mathbb{R}, \lambda > 0) \quad (1.4)$$

affin transzformáltjait használjuk. A $\sqrt{\lambda}\Phi_n^{a,\lambda}$ ($n \in \mathbb{N}$) rendszer is ortonormált és teljes az \mathcal{F} téren. Ebben az esetben az f legjobb approximációja az

$$S_n^{a,\lambda}f := \sum_{k=0}^n \langle f, \Phi_k^{a,\lambda} \rangle \Phi_k^{a,\lambda} \quad (n \in \mathbb{N}, a \in \mathbb{R}, \lambda > 0) \quad (1.5)$$

projekció és a közeli tés hibája az a translációs és a λ dilatációs paraméter függvénye:

$$D_n^2(a, \lambda) := \|f\|^2 - \sum_{k=0}^n |\langle f, \Phi_k^{a,\lambda} \rangle|^2. \quad (1.6)$$

E két szabad paraméter optimalizálásával azonos együtthatószám mellett, az eredeti Hermite polinomokkal történő approximációhoz képest pontosabb közeli tés érhetünk el. A D_n függvény minimalizálása ekvivalens az

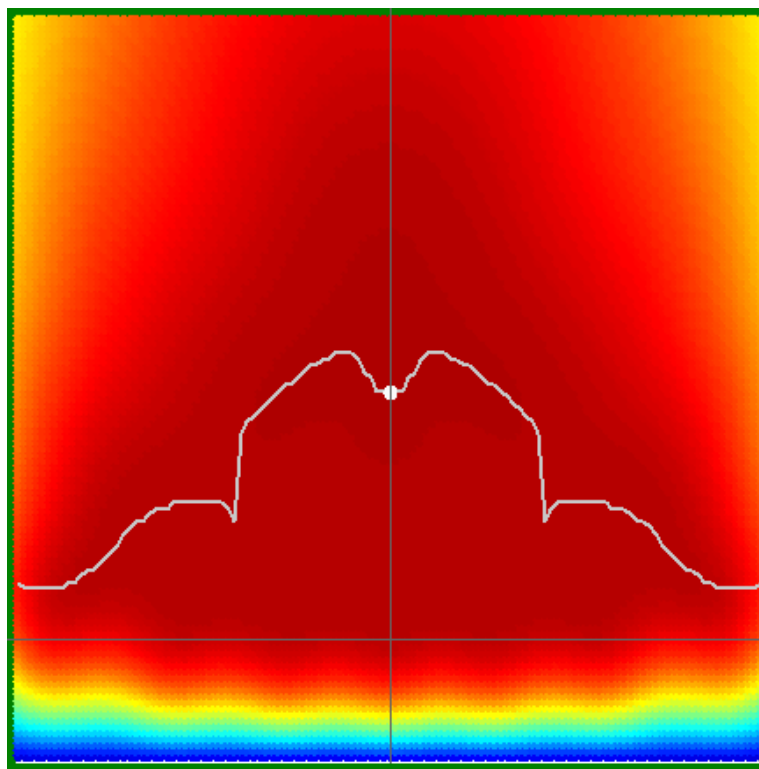
$$F_n(a, \lambda) := \sum_{k=0}^n |\langle f, \Phi_k^{a,\lambda} \rangle|^2$$

függvény maximumának meghatározásával. A paraméteres integrálok tulajdonságai-
ból következik, hogy az

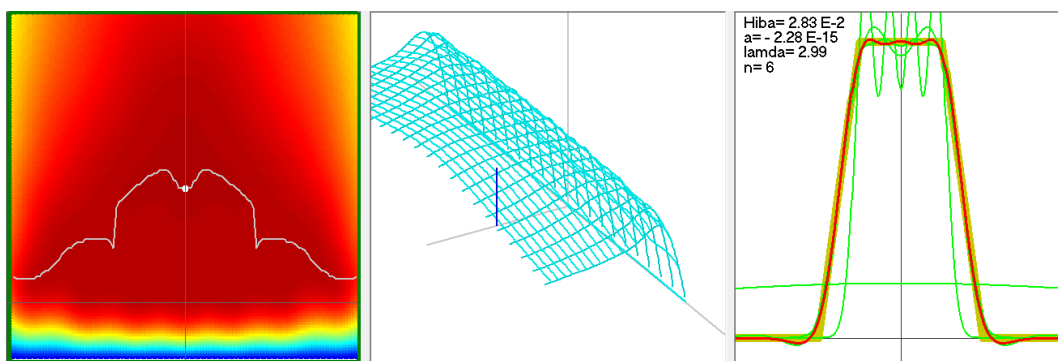
$$A_n(a, \lambda) := \langle f, \Phi_k^{a,\lambda} \rangle \quad ((a, \lambda) \in T := \mathbb{R} \times (0, \infty))$$

Fourier-együtthatók a T tartományon a paraméterek sima függvényei. Bebizonyítható, hogy $\lambda \rightarrow 0$ és $|a| + \lambda \rightarrow \infty$ esetén $F_k(a, \lambda) \rightarrow 0$, következésképpen az F_n függvénynek létezik a maximuma és a D_n függvénynek létezik a minimuma. A részleteket a Függelékben találhatók.

Az alábbi ábrák az $F_n(a, \lambda)$ függvényeket szemléltetik fényintenzitás és perspektivikus ábrázolást használva. A harmadik ablakon a jel közeli tését szemlélteti a maximum helynek megfelelő, ill. egyéb paraméter esetén.



1.2. ábra. Az F_n szí nkódos ábrázolása



1.3. ábra. Az F_n által meghatározott felület, és approximáció

2. fejezet

Felhasználói dokumentáció

3. fejezet

Fejlesztői dokumentáció