Eötvös Loránd Tudományegyetem
Informatikai Kar

EKG jelek feldolgozása Hermite-függvények segítségével

BSc Szakdolgozat

Készítette: Dózsa Tamás
ELTE IK
Programtervező informatikus
BSc

Témavezető: Dr. Kovács Péter
Adjunktus
ELTE IK
Numerikus Analízis Tanszék

./Abrak/Egyeb/elte_logo.jpg

Budapest, 2016.11.16.

Tartalomjegyzék

1. fejezet

Bevezetés

1.1. A modell ismertetése

A modern orvostudományban nagy jelentőséggel bírnak a valamely élő szervezet által kibocsátott úgynevezett biológiaijelek. Ezek közé sorolható az Elektro Kardio Gram, vagy EKG, amely a szív állapotáról képes információt adni. Bár ennek a dolgozatnak nem célja az EKG jelek pontos elemzése, fontos néhány sorban ismertetni egy átlagos EKG jel meghatározó hullámait. Egyetlen szívütés EKG reprezentációja három fő részre bontható: a szívütés elején megjelenő P hullámra, az ezt követő QRS komplexumra, és az ütés végén található T hullámra. Ezek rendre a pitvari összehűzódást, a kamrák depolarizációját és elektromos újratöltődését reprezentálják. Diagnosztikai szempontból a QRS komplexus a legfontosabb, ezért ezt nagy pontossággal kell tárolni. Általánosságban elmondható, hogy ezeknek a hullámoknak kezdő és végpontjai, valamint maximum és minimum értékei vesznek részt az orvosi diagnosztikában. Az említett paraméterek az 1.1 ábrán láthatóak.

./Abrak/Egyeb/ecg_wiki.png

1.1. ábra. Az EKG jel egy szívütése, illetve annak főbb diagnosztikai jellemzői.

Az irodalomban ismert tömörítő algoritmusokat [?] alapján három kategóriába sorolhatjuk: 1) egyszerű paraméteres becslések (pl.: interpoláció, különbségi kódolás, stb.), 2) direkt módszerek (pl.: csúcsok, meredekségek, stb. tárolása), 3) transzformációs eljárások. Az utóbbi osztály tartalmazza azokat az algoritmusokat, melyek a jelet egy előre adott függvényrendszer szerinti sorfejtéssel approximálják. Így az eredeti adatsorozat helyett csak az együtthatókat és a rendszer paramétereit kell tárolnunk. Ezen kategóriába sorolandó a dolgozatban bemutatott algoritmus is. Nevezetesen, az eredeti adatsorozatot speciális, Hermite-polinomok segítségével előállitott függvényrendszerrel fogjuk közelíti. A módszer alapját képező eljárás [?], jól ismert az irodalomban, mely nem csak a jelek tömörítéséhez, de azok modellezéséhez [?], illetve osztályozásához [?, ?] is alkalmazható. A dolgozatban az EKG jelekkel való hasonlóságuk miatt Hermite-függvényeket használunk az adatok reprezentálásához. Ezeket egy argumentum transzformáción keresztül szabad paraméterekkel egészítjük ki. Ennek köszönhetően az eredeti jelet egy adaptív bázisban írhatjuk fel. Az említett paraméterek megválasztásához a Nelder-Mead optimalizációs eljárást alkalmaztuk. Mivel az EKG jelek diszkrét adatsorozatok, ezért a módszert [?] alapján implementáltuk diszkrét ortogonális Hermite-polinomokra is. A dolgozatban különböző tesztekkel demonstráljuk az algoritmus hatékonyságát. Ehhez, több órányi, zajjal terhelt, valódi EKG felvételt használtunk. Ezen keresztül a bemutatott módszert összehasonlítottuk több másik, az irodalomban jól ismert tömörítő algoritmussal is [?].

A tömörítő eljárást egy c++ nyelven megírt, objektum elvű alkalmazás implementálja, melyet egy webes felületen keresztül érhetünk el. A felület lehetőséget biztosít a dolgozatban jelölt tesztek újrafuttatására, valamint a teszteléskor felhasznált adatbázis további jeleinek a tömörítésére. Szintén a webes felületen keresztül nyílik alkamunk a már tömörített EKG jelek helyreállítására.

Az alkalmazás megetrvezésekor külön hangsúlyt kapott a kód újra felhasználhatósága. Ennek érdekében a felhasznált algoritmusok, illetve matematikai modellek a lehető legáltalánosabb formában lettek implementálva. Fontos szempontot jelentett továbbá a c++11-es nyelvszabvány által nyújtotta lehetőségek minél hatékonyabb kihasználása. Jó példa erre a lambda függvények alkalmazása az optimalizációs algoritmusok implementációja során. A hatékony működés mellett azonban a program igyekszik megfelelni a modern felhasználók igényeinek. Ennek érdekében a felhaszálói felület weboldalként lett implementálva. A rendszerfüggetlen, és installáció mentes elérés lehetővé teszi a gyors és egyszerű használatot, valamint az eredmények megosztását.

1.2. Matematikai háttér

1.2.1. Jelek approximációja

EKG jelek feldolgozásakor sok esetben szembesülünk gyakorlati kihívásokkal. Két sűrűn előforduló példa a hosszú mérések tárolása, valamint a zajjal terhelt mérések ábrázolása. Ezekre a nehézségekre egyszerre ad kielégítő megoldást, ha a jeleket valamely $\mathcal{H}$ Hilbert-tér sima függvényeiből álló $(\Phi_n, n \in \mathbb{N})$ ortogonális bázisában reprezentáljuk és a jelet véges sok $\Phi_0, \Phi_1, \cdots, \Phi_n$ bázisbeli elem lineáris kombinációjával közelítjük. Az $f \in \mathcal{H}$ jel legjobb közelítését a tér $\|\cdot\|$ normájában az

$$S_n f := \sum_{k=0}^{n} \langle f, \Phi_k \rangle \Phi_k$$

leképezés nyújtja, ahol $\langle \cdot, \cdot \rangle$ az $\mathcal{H}$ tér skaláris szorzatát jelöli. A jel és a közelítés eltérésének négyzete a

$$\|f - S_n f\|^2 = \|f\|^2 - \sum_{k=0}^{n} |\langle f, \Phi_k \rangle|^2$$

képplettel adható meg. Adott hibán belüli közelítést véve a jel helyett elég az $S_n f$ approximációt reprezentáló $\langle f, \Phi_k\rangle$ $(k = 0, 1, \cdots, n)$ Fourier-együtthatókat tárolni. Zajos jel esetén az ilyen típusú approximáció szűrőként is szolgál. A közelítés megvalósításához a klasszikus ortogonális rendszerek közül EKG görbék közelítésére az Hermite-féle függvények bizonyultak használhatónak. Ezt támasztják alá a [...] dolgozatok. Az Hermite függvények alkalmazása azzal is indikolható, hogy grafikonjuk hasonlít az EKG görbékre. Ezt a tulajdonságot a **??** ábra szemlélteti.

1.2.2. Hermite-függvények

A dolgozatban az $\mathbb{R}$ számegyenesen (Lebesgue-mérték szerint) négyzetesen integrálható függvények $\mathcal{H}$ Hilbert-tere helyett elegendő a szakaszonként folytonos, az $\mathbb{R}$-en négyzetesen integrálható függvények $\mathcal{F}$ euklideszi terét használni. Ebben a térben a skaláris szorzat és a norma a következő alakban írható fel:

$$\langle f, g\rangle := \int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(t)\,dt, \quad \|f\| := \sqrt{\langle f, f\rangle} \quad (f, g \in \mathcal{F})\,. \tag{1.1}$$

Továbbá, a

$$\Phi_n(x) := H_n(x)e^{-x^2/2}/\sqrt{\pi^{1/2}2^n n!} \qquad (n \in \mathbb{N})$$

normált Hermite-függvények (teljes) ortonormált rendszert alkotnak az $\mathcal{F}$ téren:

$$\langle \Phi_n, \Phi_m\rangle = \delta_{nm} \quad (m, n \in \mathbb{N}), \quad \|f - S_n f\| \to 0 \ (n \to \infty)\,.$$

Itt H_n $(n \in \mathbb{N})$ jelöli az Hermite-féle polinomokat.

Az Hermite-függvények alkalmazásának számos előnye van:

i) A Φ_n $(n \in \mathbb{N})$ rendszer zárt (teljes) az $\mathcal{F}$ téren.

ii) A $\Phi_n(x)$ függvények gyorsan tartanak 0-hoz, ha $|x| \to \infty$:

$$|\Phi_n(x)| \leq M_n e^{-x^2/4} \leq M_n \quad (x \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}).$$

iii) A Φ_n függvények (stabil) másodrendű rekurzióval számíthatók:

$$\begin{aligned} &\Phi_0(x) := e^{-x^2/2}/\pi^{1/4}, \ \Phi_1(x) := \sqrt{2}\,xe^{-x^2/2}/\pi^{1/4} \\ &\Phi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{n}}x\Phi_{n-1}(x) - \sqrt{\frac{n-1}{n}}\Phi_{n-2}(x) \quad (x \in \mathbb{R}, n \geq 2) \end{aligned} \tag{1.2}$$

iv) A Φ_n' deriváltak kifejezhetők a Φ_n, Φ_{n-1} függvényekkel:

$$\Phi_n'(x) = \sqrt{2n}\Phi_{n-1}(x) - x\Phi_n(x) \quad (x \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}, \Phi_{-1} = 0) \tag{1.3}$$

1.3. Az approximáció optimalizálása

2. fejezet

Felhasználói dokumentáció

3. fejezet

Fejlesztői dokumentáció