

EÖTVÖS LORÁND TUDOMÁNYEGYETEM
INFORMATIKAI KAR

EKG jelek feldolgozása Hermite-függvények segítségével

BSc Szakdolgozat

Készítette: Dózsa Tamás
ELTE IK
Programtervező informatikus
BSc

Témavezető: Dr. Kovács Péter
Adjunktus
ELTE IK
Numerikus Analízis Tanszék



Budapest, 2016.11.16.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	3
1.1. A feladat specifikációja	4
1.2. A modell ismertetése	4
1.3. Matematikai háttér	6
1.3.1. Jelek approximációja	6
1.3.2. Hermite-függvények	7
1.3.3. Az approximáció optimalizálása	7
1.4. A Nelder-Mead algoritmus	9
1.5. Kvadratúra formulák	11
1.6. A tömörítő eljárás jellemzése	11
2. Felhasználói dokumentáció	14
3. Fejlesztői dokumentáció	15
3.1. A felhasználói felület implementációja	16
3.2. A tömörítő eljárás implementációja	16
3.2.1. A SigPrep modul implementációja	16
3.2.2. Az EcgSigPrep modul implementációja	16
3.2.3. Az OrtFunSys modul implementációja	16
3.2.4. A Hermite modul implementációja	18
3.2.5. A Compressor modul implementációja	19
3.2.6. Az OrtCompressor modul implementációja	20
3.2.7. Az Optimizer modul implementációja	22
3.2.8. A NelderMead modul implementációja	23
3.2.9. A MatchingPursuit modul implementációja	24
3.2.10. Felhasznált könyvtárak, és jellemzésük	24
3.3. A felhasználói felület tesztelése	24
3.4. A tömörítő eljárás modul szintű tesztelése	24
3.5. A tömörítő eljárás hatékonyságának tesztelése	24
3.6. Tapasztalatok és kitekintés	24

1. fejezet

Bevezetés

Az információ ábrázolásának módja az informatika tudomány fontos kérdése. Természetesen annak eldöntése, hogy egy adott adat halmaz milyen módon kerül ábrázolásra erősen függ annak jellegétől. Az adatábrázolás felel az adatok hatékony felhasználhatóságáért (például egy internetes video hívásnál az adatokat gyorsan kell egymás után továbbítani), ugyanakkor biztosítania kell, hogy az adatokból kinyerhető információ nem veszik el (ha túl rossz mindőségű képeket továbbítunk, a fogadó fél nem tudja értelmezni azokat).

A szakdolgozat célja egy speciális adatábrázolás, nevezetesen EKG jelek egy ábrázolásának bemutatása. Mivel jellemzően ezeket az adatokat, későbbiekben *jelek*-et, általában nagyobb memória felhasználásával szokás ábrázolni, ezért a dolgozat az eljárásra EKG jelek *tömörítéseként* hivatkozik. EKG jelek esetén az ábrázolás minősége sok szemponttól függ. Mivel ezek a jelek fontos információkat hordoznak a szív állapotáról, különösen fontos, hogy a tömörítés során ne vesszen el fontos információ. Egy ilyen jel rögzítésekor azonban sok olyan adat is tárolásra kerül (például a végtagok mérés közbeni mozgatása miatt), amelyek nem hordoznak fontos információt. Az ilyen adatokra a dolgozat *zaj*-ként hivatkozik. Egy jó EKG ábrázolás sikeresen szűri a mérés során keletkezett zajt, miközben az orvosi szempontból fontosnak nevezhető információt megtartja. Mivel a dolgozatban egy tömörítési eljárás kerül bemutatásra, fontos szempont az EKG jelek memória takarékos ábrázolása. Gyakorlati szempontból minél kevesebb memórián történik meg a jelek ábrázolása, annál könnyebb azokat tárolni (hosszú mérések esetén fontos lehet), illetve egyszerűbb és biztonságosabb a jelek hálózaton történő továbbítása. EKG jeleknek egy igazán jónak nevezhető ábrázolása pedig az eddig említettek mellett az orvosok munkáját közvetlenül segítő információt is kódol magában. Ilyen lehet például egy olyan ábrázolás amely hatékony bemene-téül szolgál valamilyen osztályozó algoritmusnak, lehetővé téve az abnormális jelek automatikus felismerését.

A dolgozat három fő fejezetre tagolható. A Bevezetés című fejezetben található a dolgozatban bemutatott eljárás specifikációja, a jel reprezentáció matematikai modelljének ismertetése, valamint a bemutatott módszer egyéb jellemzőit ismertető alfejezetek. Ezek közé tartozik például a jel közelítésének optimalizációjához szükséges Nelder-Mead algoritmus elméleti bemutatása, illetve az EKG jel szegmentációját

elősegítő Matching-Pursuit algoritmust részletező alfejezet.

A dolgozat második fejezete az eljárás mellékelt implementációjának a fejlesztői dokumentációja. Ebben a fejezetben találhatóak a tömörítő eljárást implementáló c++ osztályok jellemzői, illetve az elérést segítő webes felület implementációjának részletes ismertetése. A fejlesztői dokumentáció fejezet tartalmazza továbbá a program logikai jellemzését elősegítő UML és egyéb osztálydiagrammokat. A fejezet igyekszik pragmatikusan és érthetően jellemezni a program felépítését, illetve kellően megindokolni az egyes implementációk mellett szóló döntéseket.

A Felhasználói dokumentáció fejezetbe, a program használatával kapcsolatos információk kerültek. Ebben a fejezetben található a felhasználói felület funkcióinak pontos ismertetése, valamint hasznos példák annak használatára. Bemutatásra kerülnek továbbá a program használatához szükséges előkészületi lépések, és az ismert rendszerkövetelmények.

A dolgozat utolsó része a függelék, melyben a Bevezetés fejezetben található matematikai állítások bizonyításai, egyéb kapcsolódó matematikai fogalmak leírásai, illetve felhasznált algoritmusok pszeudo-kódja található.

1.1. A feladat specifikációja

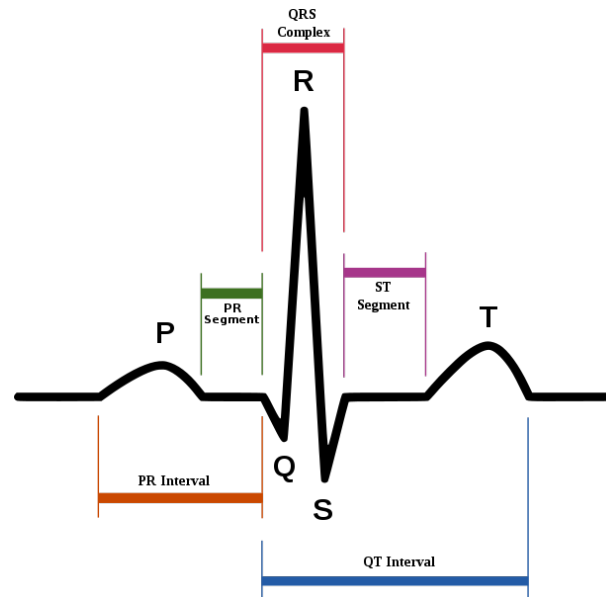
A dolgozat célja egy olyan tömörítési eljárás bemutatása, amely lehetővé teszi az EKG jelek hatékony (memória takarékos) ábrázolását, a mérések zaj szűrését, illetve az EKG hullámszegmenseinek szeparációját. Az utóbbi jellemző orvosi szempontból lehet hasznos, ugyanis sok kóros elváltozás kimutatásához szükséges az egyes hullámszegmensek széleinek ismerete. A dolgozatban bemutatott módszer hatékonysága, az irodalomban fellelhető más tömörítési eljárások [] hatékonyságának összehasonlításával igazolandó.

A dolgozatban bemutatott tömörítési eljárás implementációjának feladata, hogy az MIT-BIH adatbázisban található EKG jelek tömörítésére alkalmas legyen, ehhez pedig egy könnyen használható webes felületet biztosítson. Az implementációnak két féle bemente megengedett: tömörítés esetén az MIT-BIH adatbázisban megtalálható EKG jelek, illetve a tömörítés következtében létrejött számsorozat, melyet a tömörített jel helyreállításához használ.

1.2. A modell ismertetése

A modern orvostudományban nagy jelentőséggel bírnak a valamely élő szervezet által kibocsátott úgynevezett **biológiai jelek**. Ezek közé sorolható az **Elektro Kardio Gram**, vagy **EKG**, amely a szív állapotáról képes információt adni. Bár ennek a dolgozatnak nem célja az EKG jelek pontos elemzése, fontos néhány sorban ismertetni egy átlagos EKG jel meghatározó hullámait. Egyetlen szí vütés EKG reprezentációja három fő részre bontható: a szí vütés elején megjelenő **P** hullámra, az ezt követő **QRS**

komplexumra, és az ütés végén található T hullámra. Ezek rendre a pitvari összehúzó-
dást, a kamrák depolarizációját és elektromos újratöltődését reprezentálják. Diagnos-
tikai szempontból a QRS komplexus a legfontosabb, ezért ezt nagy pontossággal kell
tárolni. Általánosságban elmondható, hogy ezeknek a hullámoknak kezdő és végpont-
jai, valamint maximum és minimum értékei vesznek részt az orvosi diagnosztikában.
Az említett paraméterek az 1.1 ábrán láthatóak.



1.1. ábra. Az EKG jel egy szívütése, illetve annak főbb diagnosztikai jellemzői.

Az irodalomban ismert tömörítő algoritmusokat [?] alapján három kategóriába sorolhatjuk: 1) egyszerű paraméteres becslések (pl.: interpoláció, különbségi kódolás, stb.), 2) direkt módszerek (pl.: csúcsok, meredekségek, stb. tárolása), 3) transzformációs eljárások. Az utóbbi osztály tartalmazza azokat az algoritmusokat, melyek a jelet egy előre adott függvényrendszer szerinti sorfejtéssel approximálják. Így az eredeti adatsorozat helyett csak az együtthatókat és a rendszer paramétereit kell tárolnunk. Ezen kategóriába sorolandó a dolgozatban bemutatott algoritmus is. Nevezetesen, az eredeti adatsorozatot speciális, Hermite-polinomok segítségével előállított függvényrendszerrel fogjuk közelíteni. A módszer alapját képező eljárás [?], jól ismert az irodalomban, mely nem csak a jelek tömörítéséhez, de azok modellezéséhez [?], illetve osztályozásához [?, ?] is alkalmazható. A dolgozatban az EKG jelekkel való hasonlóságuk miatt Hermite-függvényeket használunk az adatok reprezentálásához. Ezeket egy argumentum transzformáción keresztül szabad paraméterekkel egészítjük ki. Ennek köszönhetően az eredeti jelet egy adaptív bázisban írhatjuk fel. Az említett paraméterek megválasztásához a Nelder-Mead optimalizációs eljárást alkalmaztuk. Mivel az EKG jelek diszkrét adatsorozatok, ezért a módszert [?] alapján implementáltuk diszkrét ortogonális Hermite-polinomokra is. A dolgozatban különböző tesztekkel demonstráljuk az algoritmus hatékonyságát. Ehhez, több órányi, zajjal terhelt, valódi EKG felvételt használtunk. Ezen keresztül a bemutatott módszert összehasonlítottuk

több másik, az irodalomban jól ismert tömörítő algoritmussal is [?].

A tömörítő eljárást egy `c++` nyelven megírt, objektum elvű alkalmazás implementálja, melyet egy webes felületen keresztül érhetünk el. A felület lehetőséget biztosít a dolgozatban jelölt tesztek újrafuttatására, valamint a teszteléskor felhasznált adatbázis további jeleinek a tömörítésére. Szintén a webes felületen keresztül nyílik alkamunk a már tömörített EKG jelek helyreállítására.

Az alkalmazás megejtvezésekor külön hangsúlyt kapott a kód újra felhasználhatósága. Ennek érdekében a felhasznált algoritmusok, illetve matematikai modellek a lehető legáltalánosabb formában lettek implementálva. Fontos szempontot jelentett továbbá a `c++11`-es nyelvszabvány által nyújtotta lehetőségek minél hatékonyabb kihasználása. Jó példa erre a lambda függvények alkalmazása az optimalizációs algoritmusok implementációja során. A hatékony működés mellett azonban a program igyekszik megfelelni a modern felhasználók igényeinek. Ennek érdekében a felhasználói felület weboldalként lett implementálva. A rendszerfüggetlen, és installáció mentes elérés lehetővé teszi a gyors és egyszerű használatot, valamint az eredmények megosztását.

1.3. Matematikai háttér

1.3.1. Jelek approximációja

EKG jelek feldolgozásakor sok esetben szembesülünk gyakorlati kihívásokkal. Két sűrűn előforduló példa a hosszú mérések tárolása, valamint a zajjal terhelt mérések ábrázolása. Ezekre a nehézségekre egyszerre ad kielégítő megoldást, ha a jeleket valamely \mathcal{H} Hilbert-tér sima függvényeiből álló $(\Phi_n, n \in \mathbb{N})$ ortogonális bázisában reprezentáljuk és a jelet véges sok $\Phi_0, \Phi_1, \dots, \Phi_n$ bázisbeli elem lineáris kombinációjával közelítjük. Az $f \in \mathcal{H}$ jel legjobb közelítését a tér $\|\cdot\|$ normájában az

$$S_n f := \sum_{k=0}^n \langle f, \Phi_k \rangle \Phi_k$$

leképezés nyújtja, ahol $\langle \cdot, \cdot \rangle$ az \mathcal{H} tér skaláris szorzatát jelöli. A jel és a közelítés eltérésének négyzete a

$$\|f - S_n f\|^2 = \|f\|^2 - \sum_{k=0}^n |\langle f, \Phi_k \rangle|^2$$

képplettel adható meg. Adott hibán belüli közelítést véve a jel helyett elég az $S_n f$ approximációt reprezentáló $\langle f, \Phi_k \rangle$ ($k = 0, 1, \dots, n$) Fourier-együtthatókat tárolni. Zajos jel esetén az ilyen típusú approximáció szűrőként is szolgál. A közelítés megvalósításához a klasszikus ortogonális rendszerek közül EKG görbék közelítésére az Hermite-féle függvények bizonyultak használhatónak. Ezt támasztják alá a [...] dolgozatok. Az Hermite függvények alkalmazása azzal is indokolható, hogy grafikonjuk hasonlít az EKG görbékre. Ezt a tulajdonságot a ?? ábra szemlélteti.

1.3.2. Hermite-függvények

A dolgozatban az \mathbb{R} számegeyenesen (Lebesgue-mérték szerint) négyzetesen integrálható függvények \mathcal{H} Hilbert-tere helyett elegendő a szakaszonként folytonos, az \mathbb{R} -en négyzetesen integrálható függvények \mathcal{F} euklideszi terét használni. Ebben a térben a skaláris szorzat és a norma a következő alakban írható fel:

$$\langle f, g \rangle := \int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(t) dt, \quad \|f\| := \sqrt{\langle f, f \rangle} \quad (f, g \in \mathcal{F}). \quad (1.1)$$

Továbbá, a

$$\Phi_n(x) := H_n(x)e^{-x^2/2}/\sqrt{\pi^{1/2}2^n n!} \quad (n \in \mathbb{N})$$

normált Hermite-függvények (teljes) ortonormált rendszert alkotnak az \mathcal{F} téren:

$$\langle \Phi_n, \Phi_m \rangle = \delta_{nm} \quad (m, n \in \mathbb{N}), \quad \|f - S_n f\| \rightarrow 0 \quad (n \rightarrow \infty).$$

Itt H_n ($n \in \mathbb{N}$) jelöli az Hermite-féle polinomokat.

Az Hermite-függvények alkalmazásának számos előnye van:

- i) A Φ_n ($n \in \mathbb{N}$) rendszer zárt (teljes) az \mathcal{F} téren.
- ii) A $\Phi_n(x)$ függvények gyorsan tartanak 0-hoz, ha $|x| \rightarrow \infty$:

$$|\Phi_n(x)| \leq M_n e^{-x^2/4} \leq M_n \quad (x \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}).$$

- iii) A Φ_n függvények (stabil) másodrendű rekurzióval számíthatók:

$$\begin{aligned} \Phi_0(x) &:= e^{-x^2/2}/\pi^{1/4}, \quad \Phi_1(x) := \sqrt{2}xe^{-x^2/2}/\pi^{1/4} \\ \Phi_n(x) &= \sqrt{\frac{2}{n}}x\Phi_{n-1}(x) - \sqrt{\frac{n-1}{n}}\Phi_{n-2}(x) \quad (x \in \mathbb{R}, n \geq 2) \end{aligned} \quad (1.2)$$

- iv) A Φ'_n deriváltak kifejezhetők a Φ_n, Φ_{n-1} függvényekkel:

$$\Phi'_n(x) = \sqrt{2n}\Phi_{n-1}(x) - x\Phi_n(x) \quad (x \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}, \Phi_{-1} = 0) \quad (1.3)$$

1.3.3. Az approximáció optimalizálása

A jelek reprezentációja függ az időskála 0 pontjának és az egység megválasztásától. Ezeket a paramétereket a gyakorlatban önkényesen szoktuk megválasztani. Ezzel összefüggében felvethető a kérdés, hogyan lehet optimálisan megválaszthatani ezeket a paramétereket. Az approximáció pontossága javítható azonos együttható szám mellett, amennyiben az Hermite-függvények helyett azok

$$\Phi_n^{a,\lambda}(x) := \Phi_n(\lambda x + a) \quad (x, a \in \mathbb{R}, \lambda > 0) \quad (1.4)$$

affin transzformáltjait használjuk. A $\sqrt{\lambda}\Phi_n^{a,\lambda}$ ($n \in \mathbb{N}$) rendszer is ortonormált és teljes az \mathcal{F} téren. Ebben az esetben az f legjobb approximációja az

$$S_n^{a,\lambda}f := \sum_{k=0}^n \langle f, \Phi_k^{a,\lambda} \rangle \Phi_k^{a,\lambda} \quad (n \in \mathbb{N}, a \in \mathbb{R}, \lambda > 0) \quad (1.5)$$

projekció és a közelítés hibája az a transzlációs és a λ dilatációs paraméter függvénye:

$$D_n^2(a, \lambda) := \|f\|^2 - \sum_{k=0}^n |\langle f, \Phi_k^{a,\lambda} \rangle|^2. \quad (1.6)$$

E két szabad paraméter optimalizálásával azonos együtthatós szám mellett, az eredeti Hermite polinomokkal történő approximációhoz képest pontosabb közelítés érhető el. A D_n függvény minimalizálása ekvivalens az

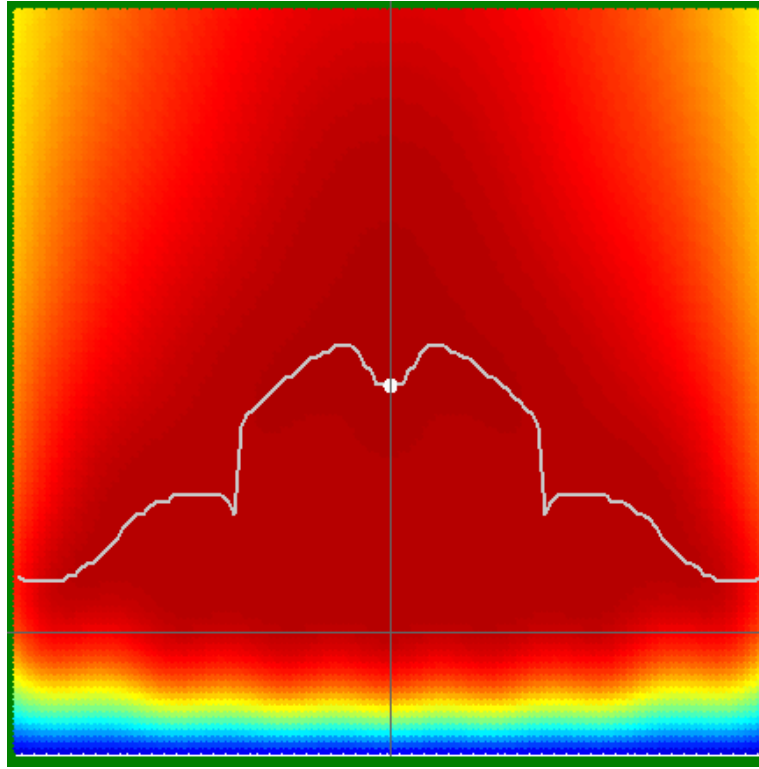
$$F_n(a, \lambda) := \sum_{k=0}^n |\langle f, \Phi_k^{a,\lambda} \rangle|^2$$

függvény maximumának meghatározásával. A paraméteres integrálok tulajdonságai-
ból következik, hogy az

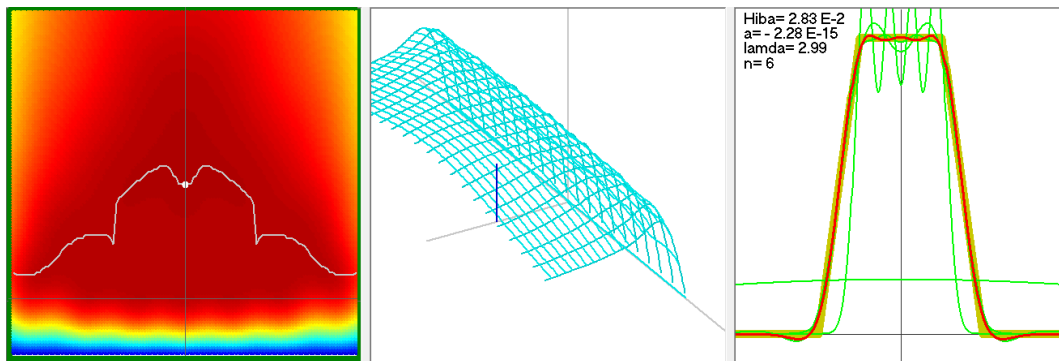
$$A_n(a, \lambda) := \langle f, \Phi_k^{a,\lambda} \rangle \quad ((a, \lambda) \in T := \mathbb{R} \times (0, \infty))$$

Fourier-együtthatók a T tartományon a paraméterek sima függvényei. Bebizonyítható, hogy $\lambda \rightarrow 0$ és $|a| + \lambda \rightarrow \infty$ esetén $F_k(a, \lambda) \rightarrow 0$, következésképpen az F_n függvénynek létezik a maximuma és a D_n függvénynek létezik a minimuma. A részleteket a Függelékben találhatók.

Az alábbi ábrák az $F_n(a, \lambda)$ függvényeket szemléltetik fényintenzitás és perspektivikus ábrázolást használva. A harmadik ablakon a jel közelítését szemlélteti a maximum helynek megfelelő, ill. egyéb paraméter esetén.



1.2. ábra. Az F_n szí nkódos ábrázolása



1.3. ábra. Az F_n által meghatározott felület, és approximáció

1.4. A Nelder-Mead algoritmus

A Nelder – Mead szimplex algoritmust [] eredetileg 1965-ben fejlesztették ki azzal céllal, hogy létrehozzanak egy eljárást, amely képes meghatározni egy $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ nemlineáris függvény minimum (maximum) helyét a gradiens felhasználása nélkül, pusztán a függvényértékekre támszkodva. Mivel az algoritmust a bemutatott tömörítési eljárás során kétváltozós függvényekre kerül alkalmazásra, ezért ebben a speciális

esetben szemléltetjük, megjegyezve, hogy hasonló elvek szerint működik az általános n dimenziós eset is. Említendő továbbá, hogy Fejlesztői dokumentáció fejezetben bemutatott Nelder-Mead algoritmus implementációja képes kezelni az n -dimenziós esetet. A minimum meghatározásához az $f(x_1), f(x_2), f(x_3)$ adnak kiindulási pontot, melyek közül egyet lecserélendő az adott lépésben. Nevezetesen, az algoritmus

$$f(x_3) \leq f(x_2) \leq f(x_1)$$

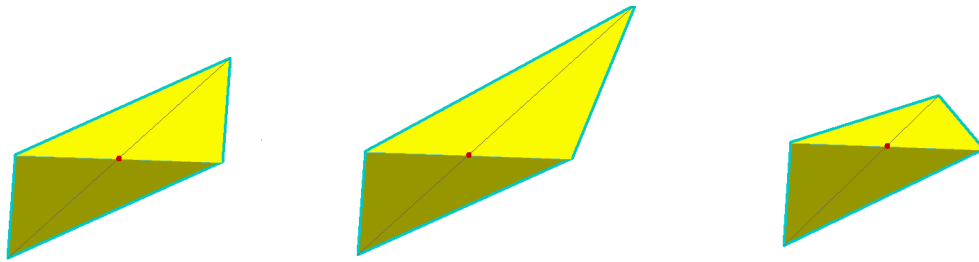
esetén olyan x' helyet keres, amelyre $f(x') \leq f(x_3) \leq f(x_2)$ teljesül és az x_3, x_2, x_1 ponthármasról az x_1 -et elhagyva áttérünk az x', x_3, x_2 hármasra. Az x' pontot az előzőekből geometriai transzformációkkal származtatjuk, felhasználva az x_2x_3 szakasz $x = (x_2 + x_3)/2$ felezéspontját:

$$x' = x_1 + \alpha(x - x_1) \quad (\alpha \in \mathbb{R}).$$

Az alábbi ábrák szemléltetik az algoritmusban használt transzformációkat. Látható, hogy $\alpha = 2$ esetén x' éppen az x_1 pont x -re vonatkozó középpontos tükrözése (T_1). Továbbá $\alpha > 2$ az eredeti háromszög tükrözése + nyújtása (T_2), az $1 < \alpha < 2$ pedig tükrözéses + zsugorításnak felel meg (T_3). A $-1 < \alpha < 0$ paraméterrel egyszerű zsugorítás adódik. Végül az 5. transzformáció (T_5) az x_3 pontból történő kicsinyítésnek feleltethető meg. Az x_1 képe ezekben a transzformációkban és a hozzá tartozó függvényértékek a következő alakban adóttak:

$$x' := x_{3+i} = T_i(x_1) \quad (i = 1, 2, 3, 4), \quad y_j = f(x_j) \quad (j = 1, 2, \dots, 7).$$

Azt, hogy mikor melyik transzformáció használandó, a Függelékben, illetve a Fejlesztői dokumentáció Nelder-Mead algoritmus implementációjával foglalkozó fejezetben található folyamatábrából látható. Az említett műveleteket a 1.4 ábra szemlélteti.



(a) Tükrözés ($T_1 : \alpha = 2$). (b) T-Nyújtás ($T_2 : \alpha = 2.5$). (c) T-Összehúzás ($T_3 : \alpha = 1.5$).



(d) Összehúzás ($T_4 : -1 < \alpha < 0$). (e) Kicsinyítés x_3 -ból (T_5).

1.4. ábra. A Nelder – Mead szimplex transzformációi.

Megjegyezendő, hogy a **Nelder – Mead** szimplex módszer egy determinisztikus algoritmus. Az algoritmus gyors, hiszen minden lépésben csak néhány függvénykiértékelést kell végezni. Továbbá, egyes módszerek, például a gradiens módszerrel ellentétben az olyan patológikus függvények optimumát is képes gyorsan megtalálni, mint amilyen a Rosenbrock függvény.

1.5. Kvadratúra formulák

Mivel a **Nelder – Mead** algoritmus kizárólag a függvényértékekre támaszkodik, a hibafüggvény értékeinek kiszámításához elegendő az Hermite-függvényeket valamilyen felosztás pontjaiban egyszer meghatározni. Ez implementációs szempontból is fontos, hiszen nem kell minden (λ, α) paraméterhez kiszámolni az ettől függő, rekurzióval adott Hermite-féle függvényrendszer tagjait. Ehelyett elég az eredeti diszkrét adatsozortat dilatálni, illetve eltolni, ami lényegesen kevesebb számítást igényel. Továbbá, az említett felosztás pontjainak valamely Hermite-függvény zérushelyeit választva, a hibafüggvényben szereplő integrálok kiszámításához a [] dolgozatban használt eljáráshoz hasonlóan kvadratúra formulát is alkalmazhatunk. Ennek előnye, hogy az alappontokban a módszer interpolál, így itt lehetséges a jel mintáinak pontos rekonstrukciója. Ugyanakkor, a kapott approximáció is pontosabb, amit a []-ben közölt numerikus tesztek is alátámasztanak.

Ahogy ez a [] dolgozatban látható, további optimalizációs algoritmusok is alkalmazhatóak a probléma megoldásához. Egy ezek közül a leggyorsabb ereszkedés módszere, melynek az alkalmazásához szükségünk van a függvény parciális deriváltjaira. Ezek előállításával ilyen esetben külön kell foglalkozni. Az Hermite-függvények deriváltjaira vonatkozó formulák alapján a parciális deriváltakra a hibafüggvényhez hasonló ellőállítás adható. Ebben az esetben az (1.1) egyenletben szereplő integrálok kiszámításához ekvidisztans felosztása alkalmazandó.

1.6. A tömörítő eljárás jellemzése

A tömörítés kezdetekor az első feladat a teljes EKG mérést szívutésekre bontása. Ezt követően az egyes szívutések a tömörítő eljárás bemeneti paramétereként válnak értelmezhetővé. Inicializálni kell továbbá a tömörítő függvények által visszaadott, az aktuális szívutésre vonatkozó Fourier-együtthatókat, az approximáció hibáját, illetve az optimalizációs eljárások által meghatározott dilatációs és transzlációs paramétereket.

A tömörítés előkészítése nem ér véget a jel szívutésekre történő felbontásakor. A szívutéseket normalizálása is szükséges. Ez azt jelenti, hogy az első és utolsó helyen felvett értékeket összekötő egyenes, és az eredeti EKG különbségét tekinti az eljárás tömörítendő jelnek. Ezt az eljárást az irodalomban az alapvonal eliminálásnak nevezik. Ennek eredményeként a jel tartója a kezdő és a végpont által meghatározott intervallum. Végül, a szívutést normálásra kerül, vagyis az egyes értékeket elosztjuk az abszolút maximummal.

A tömörítés megkezdése előtt inicializálni kell a függvényrendszert, melynek során az egyes bázisfüggvények által felvett értékek egy mátrix soraiba kerülnek:

$$\Phi := [\Phi_n(\alpha_m)]_{0 \leq n < N, 0 \leq m < M}.$$

A $\Phi \in \mathbb{R}^{N \times M}$ mátrix segítségével az $f \in \mathbb{R}^M$ diszkrét jel Fourier-együtthatói könnyen meghatározhatók:

$$c_n := \langle f, \Phi_n \rangle = \frac{1}{M} \Lambda^{-1} \Phi f \quad (0 \leq n < N),$$

ahol $\mathbb{R}^{N \times N} \ni \Lambda = \Phi \Phi^T$ Cristoffel-Darboux számokat tartalmazza. Az előállításban szereplő $\alpha_n \in \mathbb{R}$ ($0 \leq n < N$) számok a ?? fejezetnek megfelelően kétféleképpen határozhatóak meg. Egyrészt a Nelder – Mead algoritmusban a Φ_N függvény gyökeit véve kvadrátúra formulákat definiáltunk. Más optimalizációs algoritmusok, például a gradiens módszer esetén f tartóján egyenletes alappontrendszer alkalmazandó. Figyelmet érdemel, hogy az előbbi esetben a gyökök pontos meghatározása kritikus a feladat szempontjából. A probléma megoldásához a [?] könyv által javasolt numerikus eljárás található az implementációban. Nevezetesen, a H_n Hermite-polinom (??) rekurziójában szereplő együtthatókat egy tridiagonális mátrixba rendezzük. Könnyen belátható, hogy az α_n gyökök megegyeznek ezen tridiagonális mátrix sajátértékeivel.

Hátra van még a megfelelő (\mathbf{a}, λ) paraméterek beállítása. Annak érdekében, hogy a reprezentáció minél adaptívabb legyen, több optimális transzláció, illetve dilatáció meghatározása szükséges. Az eredeti $f \in \mathcal{F}$ jelet tehát a következő alakban közelíti a módszer:

$$S_n^{\mathbf{a}, \lambda} f := \sum_{i=1}^N \sum_{k=0}^{n_i} \langle f^{\mathbf{a}_i, \lambda_i}, \Phi_k \rangle \Phi_k \quad (\mathbf{a}_k \in \mathbb{R}, \lambda_k > 0),$$

ahol $\mathbf{a} = \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_N$ az alkalmazott transzlációk, $\lambda = \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$ pedig a dilatációk sorozata. Az egyes sorfejtésekhez tartozó együtthatók számát az $\mathbf{n} = n_1, n_2, \dots, n_N$ vektor jelöli. Mivel az EKG jel alapvetően három fő hullámból áll ezért jelen probléma megoldásakor $N = 3$. Továbbá a [?] dolgozat eredményei alapján a QRS komplexumot egy heted, a T hullámot hatod, a P hullámot pedig egy másodfokú ortogonális rendszer segítségével approximálja az eljárás azaz $\mathbf{n} = 7, 6, 2$. Fontos, hogy a legjobb approximáció előállításához a (??) egyenlettel ellentétben már az eredeti függvény $f^{\mathbf{a}_i, \lambda_i}$ transzformáltja használatos. Ez nem jelent megszorítást az eredeti problémára nézve, implementációs szempontból viszont $f^{\mathbf{a}_i, \lambda_i}$ kiszámítása gyorsabb, mint a $\Phi_n^{\mathbf{a}_i, \lambda_i}$ rendszer előállítása.

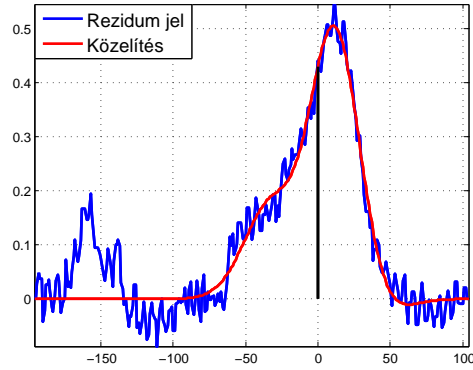
A $(\mathbf{a}_i, \lambda_i)$ paraméter párok optimalizációja egymástól függetlenül történik. Így azonban nem garantált, hogy az algoritmus a P, QRS, T hullámokat külön-külön approximálja. A problémát az irodalomban jól ismert ún. Matching Pursuit (MP) konstrukció [?] alkalmazásával oldja meg a módszer. Ez egy mohó algoritmus, mely minden lépésben a (??) egyenletben definiált $F_n(\mathbf{a}_i, \lambda_i)$ függvény maximalizálására törekszik. Az iteráció i . lépése a következő alakban írható fel:

$$s^{(i)} = s^{(i-1)} + S_{n_i}^{\mathbf{a}_i, \lambda_i} R^{(i-1)} \quad (1 \leq i \leq N), \quad (1.7)$$

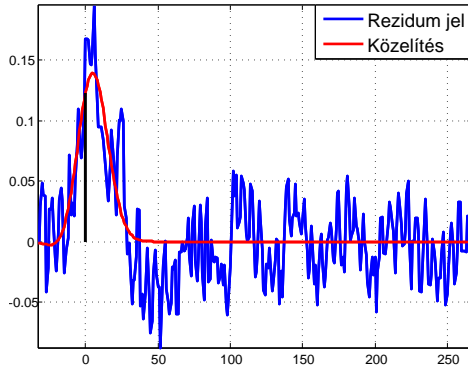
ahol $R^{(i)} = f - s^{(i)}$ a rezidum függvényt jelöli. Röviden tehát az $s^{(0)} = 0$, $R^{(0)} = f$ inicializálás után, az eljárás az i . lépésében megkeresi az $R^{(i-1)}$ függvény ℓ^2 norma szerinti legjobb közelítését, amit ki is von az említett rezidum vektorból. Ezt N iteráción keresztül ismétli az aktuális $R^{(i)}$ függvényre. Az MP módszer egy gyors algoritmus, mellyel megkonstruálható az $f \in \mathcal{F}$ jel ritka reprezentációja. Emellett lehetséges az EKG szívtütséinek automatikus szeparációja is, hiszen a jel különböző részeit eltérő ortogonális rendszerek segítségével közelítjük. Figyelmet érdemel, hogy az eredeti [?] módszerben ezt a lépést egy külön szegmentáló algoritmus végezte. Így a közelítés pontossága erősen függött a szegmentálás eredményétől (ld. ?? fejezet). A kifejlesztett eljárásnál azonban ez a probléma nem áll fenn még zajos jelek esetén sem. A dolgozatban bemutatott módszer iterációs lépéseit, az $R^{(i)}$ rezidum függvények alakulását, illetve a szeparált EKG jelet az 1.5 ábra szemlélteti. Jól látható az is, hogy a fekete vonallal jelölt optimális transláció általában nem az abszolút maximum helyén található. Ez indokolja, hogy a λ_i dilatáció mellett az α_i paraméter optimalizációjára is szükség van. Mivel ez utóbbi a kiindulásként használt [?] dolgozatból hiányzik, ezért a pontosság és tömörítési arány jelentős javulása várható el tőle.



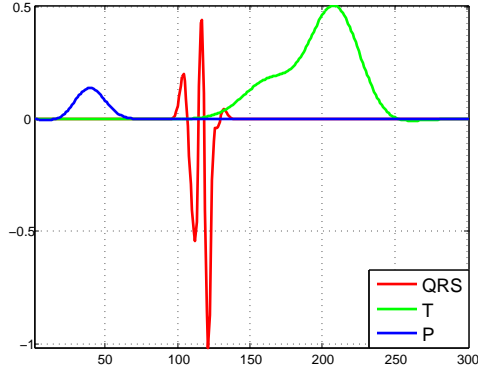
(a) A QRS approximációja.



(b) A T hullám approximációja.



(c) A P hullám approximációja.



(d) Szeparált szívtűtés.

1.5. ábra. Az MP algoritmus lépései.

2. fejezet

Felhasználói dokumentáció

3. fejezet

Fejlesztői dokumentáció

Ebben a fejezetben található a Bevezetés-ben bemutatott eljárás implementációjának pontos (modul szintű) leírása, valamint az alkalmazott tesztek jellemzése illetve ezek eredményei. A tesztelés eredményeit a tapasztalok összegzése és néhány lehetséges jövőbeli fejlesztés jellemzése követi.

A fejlesztői dokumentáció első részében a tömörítési módszer implementációjának leírása található. Ez az alfejezet két fő részre tagolható: a webes felhasználói felület és az ehhez felhasznált könyvtárakat leíró, valamint a háttérben a konkrét tömörítést elvégző `c++` program modulonkénti jellemzését. Mivel a webes felület megvalósítása rövid, és specializált scriptek összessége, ezért ezek jellemzését minden esetben egyedi módon érdemes kezelni. Ellentétben ezzel a szemlélettel, a `c++` program nagyban épít a nyelv által támogatott objektum orientált megközelítésre. Ez lehetővé teszi és indokolja is egyben, hogy az implementációt jellemző dokumentáció is hasonlóan jól strukturált legyen. Az egyes modulok dokumentációja ugyanazon három szempont szerint közelíti meg a jellemzésüket: a modul feladatának, a modul interfészének (hogyan és mely egyéb modulokhoz kapcsolódik), valamint a modult felépítő osztályok implementációjának pontos megfogalmazása. A modulok leírásánál találhatóak továbbá a szemléltetést segítő UML és egyéb hasznos diagrammok.

A teszteléssel foglalkozó alfejezet szintén több részre tagolható. Az első alfejezetben található a webes felhasználói felület funkcióinak tesztelési terve, illetve az egyes tesztek eredményeinek leírása. Ezt követi a `c++` program moduljainak részletes tesztelési terve. A modulok tesztelését minden esetben egy külön tesztfájl végezte. Ennek leírása, az eredmények értékelése, illetve a tesztállomány elérési útja szintén megtalálható az alfejezetben. A tesztelés alfejezet utolsó része a bemutatott tömörítési eljárást hivatott tesztelni. Ez több szempont alapján, egyéb EKG tömörítő módszerekkel történő összehasonlítás útján valósul meg. A tesztek eredményeinek jellemzését az egyes elfajuló, különleges esetek közelebbi vizsgálata, majd egy rövid kitekintés követi.

3.1. A felhasználói felület implementációja

3.2. A tömörítő eljárás implementációja

A felhasználói dokumentáció bevezetésében leírtakkal összhangban, a tömörítő eljárás implementációjával foglalkozó fejezet minden pontja három részre tagolható. Minden alfejezet az aktuális modul feladatának pontos megfogalmazásával kezdődik. Ezt követi a modul interfészének definiálása, melynek segítségével átlátható a modul kapcsolata a program többi részével. Végül a modult alkotó osztályok és strukturák fő metódusainak, illetve adattagjainak leírása következik. A program robosztussága indokolja, hogy minden egyes metódus és függvény ne kerüljön itt jellemzésre, azonban a program forráskódjában minden metódus előtt megtalálható annak rövid jellemzése, elvárt bemenete, és esetleges visszaadott értékének típusa. Az egyes modulok dokumentációja tartalmazza ezen kívül az ezeket leíró UML, és egyéb diagrammokat. Az egyes modulok implementációja külön .h, és .cpp kiterjesztésű állományokban található, ezért az egyes alfejezetek címei megegyeznek ezen állományok elnevezésével. A fejezet utolsó alfejezete leírást biztosít az implementáció által felhasznált külső könyvtárakhoz, illetve indokolja ezek választását.

3.2.1. A SigPrep modul implementációja

Az implementációt tartalmazó mappaszerkezet gyökerét /-vel jelölve, a SigPrep modult az /src/headers/SigPrep.h, illetve az /src/SigPrep.cpp állományok implementálják.

A modul feladata, hogy absztrakt módszert biztosítson a bemeneti jelek kezeléséhez. Mivel az eljárás EKG jelek tömörítésével foglalkozik, illetve speciálisan az MIT-BIH adatbázisban megtalálható egyedi formátumú jelek feldolgozásával, ezért egy általános jel kezelő modul implementációja nem volt szükséges a módszer megvalósításához. Annak érdekében azonban, hogy a bemutatott jel tömörítő eljárást jövőbeli vizsgálódások során könnyen ki lehessen próbálni egyéb jel típusokon, fontos hogy az ehhez szükséges metódusok absztrakt módon legyenek definiálva. A SigPrep modul feladata tehát, hogy definiálja azokat az egységes metódusokat amelyek elengedhetetlenek a bemeneti jelek programon belül történő kezeléséhez. Ezen kezelési módszerek pontos megvalósítását a /src/headers/SigPrep.h állományban található SigPrep osztályból származtatott osztályok írják le.

3.2.2. Az EcgSigPrep modul implementációja

3.2.3. Az OrtFunSys modul implementációja

Az implementációt tartalmazó mappaszerkezet gyökerét /-vel jelölve, az OrtFunSys modult az /src/headers/OrtFunSys.h, illetve az /src/OrtFunSys.cpp állományok implementálják.

A modul feladata, hogy definiálja azokat a konténereket illetve absztrakt metódusokat amelyek segítségével megadható egy a program által felhasználható függvényrendszer. A Bevezetés fejezetben leírt eljárás speciálisan az ott bemutatott Hermite függvényrendszert alkalmazza az EKG jelek tömörítéséhez. A bemutatott algoritmusokat azonban további, különböző tulajdonságú ortogonális (vagy akár csak lineárisan független) függvényrendszerek segítségével is érdemes lehet kipróbálni. Annak érdekében, hogy ez könnyedén implementálható legyen, fontos hogy az egyes függvényrendszereket kezelő metódusok absztrak módon legyenek definiálva. Az OrtFunSys modul feladata tehát, hogy megadja azokat az adatszerkezeteket és absztrakt metódusokat, amelyek segítségével a program képes függvényrendszerek kezelésére. Az egyes függvényrendszerek, például az Hermite függvények pontos implementációja a `/src/headers/OrtFunSys.h` állományban definiált OrtFunSys osztályból származtatott osztályokban található.

A modul az absztrakt OrtFunSys osztályból áll, amely tartalmaz úgynevezett pure virtual (tisztán virtuális) függvényeket. Ennek következtében az osztály által definiált típusból objektumokat példányosítani nem lehet. A példányosítható objektumok hiányában az OrtFunSys modulhoz nem határozható meg konkrét interfész, melynek segítségével az OrtFunSys típusú objektumok szolgáltatásokat nyújthatnának a program többi részének. Megjegyezendő azonban, hogy az OrtFunSys osztályból származtatott osztályok objektumainak szolgáltatásait az OrtCompressor modul használja fel.

A modult alkotó OrtFunSys osztály definíciója a `/src/headers/OrtFunSys.h` állományban található. A bemutatott tömörítő eljárás egyik legköltségesebb művelete a felhasznált függvényrendszer értékeinek kiszámítása. Mivel a függvényértékek meghatározása bármely függvényrendszer esetében szükséges, ezért a kiszámított értékek tárolásának logikáját illetve a felhasznált adatszerkezeteket az OrtFunSys osztály határozza meg. Egyes függvényrendszerek (például az Hermite függvényrendszer) tulajdonságai lehetővé teszik, hogy a rendszert jellemző paraméterek (Hermite rendszer esetében a dilatáció illetve a transláció) közvetlenül a jelben történő változtatását. Ilyen esetben a tömörítő eljárás során elegendő a felhasznált függvényrendszer értékeinek egyszeri meghatározása, hiszen a közelítést optimalizáló algoritmusok a rendszer paramétereit közvetlenül a bemeneti jelre alkalmazhatják. Ennek következményeként az OrtFunSys osztály a függvényrendszer értékeit a heap-en, dinamikus memóriában tárolja.

Az osztály négy protected hozzáférhetőségű adattaggal rendelkezik. A `rootNum` egész típusú adattag határozza meg a legmagasabb fokszerű függvény zérushelyeinek számát. Ezen zérushelyek kiszámítása fontos az 1.5 fejezetben bemutatott kvadratúra alkalmazásához. Ugyanez az adattag határozza meg az alkalmazott függvényrendszer fokszerűségét is. Az adattag elnevezése elfogadható, mivel egy n -ed fokú polinomnak amely egy ortogonális polinomrendszer tagja, pontosan n darab különböző és valós gyöke létezik.

Az osztály további három adattagja `Eigen::MatrixXd*` típusú, azaz nem rögzített méretű mátrixokra mutató pointer típusú. Az általuk mutatott mátrixokat a tömörítésért felelős modulok (Compressor, OrtCompressor) modulok többször hasz-

nálják fel, azonban értéküket elegendő szívütésenként egyszer kiszámolni. A `domain` pointer által mutatott mátrixba kerül az alkalmazott függvényrendszer felhasznált értelmezési tartománya, a `bigSys` és a `lambda` pointerok által mutatott mátrixok pedig magát a függvényrendszert, illetve a kvadratúra formula alkalmazásához szükséges Cristoffel-Darboux számokat tartalmazzák. Az osztály nem rendelkezik `protected` hozzáférhetőségű függvényekkel, illetve publikus adattagokkal.

Az `OrtFunSys` osztály a konstruktorán, és virtuális destruktora kívül kizárólag tisztán virtuális (pure virtual) függvényekkel rendelkezik. Ezek azokat a funkciókat határozzák meg, melyek implementálására minden függvényrendszert megvalósító osztály kötelezve van. A legfontosabb ilyen függvény a konstans `Eigen::MatrixXd` értéket visszaadó `OrtSysGen`. Az `OrtFunSys` osztályból származtatott osztályok esetén az `OrtSysGen` hivatott az általa implementált konkrét függvényrendszer generálására. A további tisztán virtuális függvények biztonságos elérési (getter) felület biztosítanak az egyes `protected` elérhetőségű adattagokhoz.

A konstruktor, illetve a virtuális destruktora implementációi a `/src/OrtFunSys.cpp` állományban találhatók. A konstruktornak egy egész típusú paramétere van amely a függvényrendszer fokszáma. Az `OrtFunSys` osztály konstruktora lefoglal a dinamikus memóriában két $N \times N$, illetve egy $1 \times N$ dimenziós mátrixnak szükséges helyet, melyek címei lesznek a `bigSys`, `lambda` és `domain` pointerok értékei. A konstruktor pointerok által mutatott mátrixok minden elemét nullára inicializálja. Az osztály destruktora felszabadítja a lefoglalt memóriaterületeket.

3.2.4. A Hermite modul implementációja

Az implementációt tartalmazó mappaszerkezet gyökerét `/`-vel jelölve, az Hermite modult az `/src/headers/Hermite.h`, illetve az `/src/Hermite.cpp` állományok implementálják.

Az Hermite modul feladata, hogy meghatározza a tömörítő eljárás által felhasznált Hermite függvényeket, illetve a felhasználásukhoz szükséges egyéb értékeket. Az Hermite modul a `/src/headers/Hermite.h` állományban található Hermite osztályból áll. Az Hermite osztály felelős az Hermite függvények értékeinek kiszámításáért. További feladata, hogy kiszámítsa az 1.5-ben alkalmazott kvadratúra formulához szükséges Cristoffel-Darboux számokat, valamint implementálja a `protected` elérhetőségű adattagjaihoz biztonságos getter metódusokat.

Az Hermite modul interfésze két részre bontható. Az Hermite osztály bemenetét a tömöríteni kívánt jel méréseinek száma jelenti. Ez az információ az `EcgSigPrep` modul által ismert, és biztosított. Az Hermite osztályból létrehozott objektum adattagként a `MatchingPursuit` modul ugyanilyen nevű osztályában található. Szolgáltatásait a `Matching Pursuit` modulon kívül az `OrtCompressor` modul veszi igénybe, amely a jel a függvényrendszer által kifeszített altérre vett ortogonális projekcióját hivatott kiszámítani.

Az Hermite osztály kizárólag az `OrtFunSys` osztálytól megörökölt négy `protected` hozzáférhetőségű adattaggal rendelkezik. Az osztály definiál három `protected` hozzáférhetőségű függvényt, melyeket a konstruktorában hív meg. Ezek a függvények fele-

lősek az Hermite függvényrendszer, és a kapcsolódó értékek (értelmezési tartomány felhasznált pontjai, Cristoffel-Darboux számok) kiszámításáért. Az első Hermite osztály által felhasznált protected hozzáférhetőségű függvény a `void` értéket visszaadó `ortfunsysroots`. A függvény egy a `[?]`-ben található eljárást implementál, amely képes meghatározni magas fokszámú ortogonális polinomok zérushelyeit. Az algoritmus első részében egy Jacobi mátrix konstrukciójára kerül sor. Az algoritmus úgy építi fel a mátrixot, hogy a konstrukció végén annak sajátértékei pont egy n -ed fokú Hermite függvény zérushelyei lesznek. A sajátértékek meghatározását az `Eigen` könyvtárban található `Eigen::SelfAdjointEigenSolver<Eigen::MatrixXd>` típusú objektum végzi. A kiszámított sajátértékeket a függvény értékül adja a `domain` `OrtFunSys` osztályból megörökölt pointer által mutatott mátrixnak. Az hogy pontosan milyen fokszámú Hermite függvény gyökeit számolja ki a függvény, megegyezik a `rootNum` adattag értékével.

Az `ortfunsysgen` protected hozzáférhetőségű `void` értéket visszaadó függvény felel a tömörítéshez felhasznált Hermite rendszer kiszámításáért. Az egyes Hermite függvényeket a `domain` pointer által mutatott mátrix elemeiben számítja ki, és egy `PHI` azonosítójú, `Eigen::ArrayXXd` típusú többdimenziós, `double` típusú elemeket tartalmazó tömb soraiban tárolja. A függvény a `??` fejezetben bemutatott rekurziós formulát implementálja. Miután az összes (0 fokútól `rootNum - 1` fokúig) Hermite függvény kiszámításra került, a metódus normalizálja a `PHI` tömböt. Ez a tömb összes elemének $\Pi^{(-1/4)}$ -el való megszorzásával történik. A normalizálást követően, a `PHI` objektumot `Eigen::MatrixXd` típusúvá konvertálja a metódus, és az így kapott mátrixot értékül adja a `bigSys` pointer által mutatott mátrixnak.

Az `ortfunsyslamb` protected hozzáférhetőségű függvény feladata a kiszámított Hermite rendszerhez tartozó Cristoffel-Darboux számok megadása. Szerencsére a `[?]` alapján ez könnyen kiszámítható. A megoldást, amely az Hermite rendszert tartalmazó `bigSys` pointer által mutatott mátrix saját maga transzponáltjával vett szorzata, a `lambda` pointer által mutatott mátrix kapja értékül.

A konstruktoron és a destruktoron kívül, az Hermite osztály publikus függvényei az `OrtFunSys` osztály által megadott tisztán virtuális függvényeket implementálják. A `getortfunlamb`, `getortfunsys`, és a `getortfunroots` getter metódusok rendre a `lambda`, `bigSys` illetve a `domain` pointerok konstans változatait adják vissza.

Az `const Eigen::MatrixXd` értéket visszaadó, `OrtSysGen` publikus függvény az Hermite függvényrendszer generálására képes megadott pontok felett. Erre a függvényre a tömörített jel helyreállítása során van szüksége az `OrtCompressor` modulnak. A függvény az `ortfunsysgen` függvény működésével azonos módon működik, viszont a `rootNum` és `domain` paraméterek szerepét a bemeneti `Eigen::ArrayXd` itt referencia szerint van, csak valamilyen ezzel nem fordul a latex? x és int deg paraméterek veszik át.

3.2.5. A Compressor modul implementációja

Az implementációt tartalmazó mappaszerkezet gyökerét `/-`vel jelölve, a `Compressor` modult az `/src/headers/Compressor.h` állomány implementálja.

A Compressor modul feladata, hogy meghatározza azokat a metódusokat amelyek egy mátrix formában megadott jel tömörítéséhez szükségesek. Azok az osztályok amelyek egy konkrét jel tömörítését valósítják meg, (jelen implementáció szerint ez csak az OrtCompressor osztály) mind a Compressor modulban definiált Compressor osztályból vannak származtatva. A Compressor modul feladata továbbá, hogy **struct**-ok formájában definiálja azokat az adatszerkezeteket, amelyek segítségével a tömörített jel tárolásra kerül. A modul célja tehát, hogy megnevezze azokat a funkciókat amelyekkel minden jeltömörítő osztálynak rendelkeznie kell, illetve adatszerkezeteket biztosítson a tömörített jel tárolásához. Ez lehetőséget ad arra, hogy a dolgozatban bemutatott ortogonális függvényrendszereken alapuló tömörítési eljárás mellett egyéb tömörítő algoritmusokat (pl. Huffman kód) is alkalmazhasson a jövőben a program.

A modul nem használ szolgáltatásokat egyéb moduloktól. Mivel a Compressor osztály tisztán virtuális függvényeket tartalmaz, ezért példányosítani nem lehet. Ennek következtében Compressor típusú objektumok nem szerepelnek más modulokban, azonban az ebből származtatott OrtCompressor osztályból példányosított objektumok felelnek az egyes ortogonális projekciók kiszámításáért a Matching Pursuit modulban. Szintén a Matching Pursuit modul használja fel szolgáltatásként a Compressor modulban definiált **struct**-okat, hiszen az ezekből alkotott láncolt listában tárolja az egymást követő, már tömörített szívűtés-szegmenseket.

A modul két **struct**-ból, és egy osztályból áll. A Compressor osztály nem tartalmaz protected elérhetőségű függvényeket, illetve adattagokat. Az osztály két tisztán virtuális publikus függvényt deklarál, melyek implementálása minden jeltömörítő osztálytól (az általa felhasznált algoritmustól függetlenül) elvárható. Az első a **compressBeat** függvény, amely egy **Eigen::MatrixXd** referenciát kap bemenetül, és a tömörítés elvégzése a feladata. A második függvény pedig a **decompress**, amely egy tömörített struktúrára mutató pointert kap bemenetül, és a helyreállított jelet hivatott mátrix formában visszaadni.

Mivel a jelenlegi implementáció kizárólag a dolgozatban bemutatott tömörítési eljárást valósítja meg, ezért összesen két olyan adatszerkezet definícióját tartalmazza a modul, amelyek képesek az egyes tömörített jelrészletek tárolására. Az első ilyen adatszerkezetet a **Compressed** struktúra definiálja. Két adattaggal rendelkezik: egy a következő tömörített jelrészletre mutató pointerrel, és egy **Eigen::MatrixXd** típusú, **compressedsig** azonosítóval ellátott konténerrel, amelyben a tömörítés eredménye található. A második, az **OrtCompressed** struktúra által definiált adatszerkezet azokat a szívűtés szegmenseket hivatott tárolni, amelyek Hermite függvények segítségével kerültek tömörítésre. Ez az adatszerkezet a **Compressed** struktúrából lett származtatva, ám az előbb említett adattagok kiegészülnek a **double** típusú **dilat** illetve **trans** adattagokkal. Ezek hivatottak tárolni az egyes szívűtés szegmensekhez meghatározott optimális dilatációs és transzlációs ?? értékeket.

3.2.6. Az OrtCompressor modul implementációja

Az implementációt tartalmazó mappaszerkezet gyökerét **/-**vel jelölve, az OrtCompressor modult az **/src/headers/OrtCompressor.h**, és a **/src/OrtCompressor.cpp**

állományok implementálják. Az OrtCompressor modul feladata, hogy megvalósítsa azokat a függvényeket és eljárásokat, amelyek képesek kiszámítani egy mátrix alakban megadott bementi jel, egy Hermite függvényrendszer által kifeszített altérre vett ortogonális projekcióját. Az OrtCompressor modul felel továbbá a jelet helyreállító `decompress`, valamint a tömörítés minőségét jellemző különböző hiba függvények implementációjáért is.

Az OrtCompressor modul, amely az OrtCompressor osztályból áll, igénybe veszi az OrtFunSys, és az ebből származtatott Hermite modulok által nyújtott szolgáltatásokat. A program által, az adott szívűtés tömörítéséhez kiszámított ortogonális függvényrendszer elemeit, valamint az ehhez kapcsolódó kvadratúra formulához szükséges számokat egy OrtFunSys típusú objektumra mutató pointeren keresztül éri el. Az osztály adattagjai között szerepel továbbá egy `Eigen::MatrixXd` típusú objektumra mutató pointer. Az osztályból származtatott objektumok, ennek a pointernek a segítségével képesek a jel helyreállításához szükséges Hermite függvényrendszerek elérésére. Az OrtCompressor osztály szolgáltatásait a MatchingPursuit modul veszi igénybe a közelítés optimalizálásának időtartama alatt, illetve az optimális dilataciós és transzlációs paraméterek megtalálása után, az utolsó tömörítéskor.

Az osztály konstruktora két paramétert vár bemenetnek. Az első egy OrtFunSys típusú objektum referenciája, amelyen keresztül elérhető az összes kiszámított Hermite függvény. A második paraméter az egész típusú `dim`, amely a tömörítéshez felhasználandó Hermite függvények számát adja meg. A konstruktor először helyet foglal a `Herm_sys` adattag által mutatott mátrixnak a dinamikus memóriában. Ezt követően, a konstruktor átmásolja a felhasználni kívánt első `dim` Hermite függvényt az OrtFunSys objektum által kiszámított mátrixból a `protected` hozzáférhetőségű `Herm_Sys` adattag által mutatott mátrixba. Az OrtCompressor osztály destruktora felszabadítja az `Herm_Sys` adattag által mutatott memória területet.

Az osztály négy publikus függvénnyel rendelkezik. Az első ezek közül az `OrtCompressed*` értéket visszaadó `rtCompressor::compressBeat`. A függvény bemeneti paramétere `Eigen::MatrixXd` referencia, melyet a `signal` azonosító jelöl. A függvény feladata, hogy kiszámítsa a `signal`-hoz rendelt Fourier-együtthatókat. A függvény először a dinamikus memóriában helyet foglal egy `OrtCompressed` típusú objektumnak, majd a ?? fejezetben található formula kerül alkalmazásra az együtthatók kiszámításához. A kiszámított Fourier együtthatók az `OrtCompressed` objektum `compressed_sig` adattagjában kerülnek eltárolásra. A transzlációs illetve dilataciós együtthatók kiszámítása nem a `OrtCompressor::compressBeat` feladata, ezek a bementül kapott jelre (`sig`), már alkalmazásra kerültek. A függvény által visszaadott `OrtCompressed` típusú objektumra mutató pointer felszabadítása a hívó metódus felelőssége.

A `OrtCompressor::decompress` függvény feladata, hogy egy `OrtCompressed` típusú objektumot felhasználva, helyreállítsa az eredeti jelet. Bemeneti paraméterként a függvény egy `OrtCompressed` típusú objektumra mutató pointert vár. A függvény egy `ArrayXd` típusú, `x` azonosítójú konténerbe tárolja a jel helyreállításához szükséges alappontokat. Az alappontok meghatározásához először egy egész értéket rendel a bementen szereplő transzlációs paraméterhez. $N/2$ -vel jelölve az eredeti jelben szereplő pontok számának felét, az `OrtCompressor::decompress` függvény a $[-N/2,$

$N/2$ intervallum N elemű egyenletes felosztását adja először értékül \mathbf{x} -nek. Ezt követően a függvény \mathbf{x} minden értékét a bemeneti paraméterben szereplő dilatációval megszorozza (az intervallum összehúzósa), valamint minden értékéből az egész értékű transzlációt kivonja (az intervallum eltolása). Ezt követően az `OrtCompressor` osztály `big_ort_sys` adattagján keresztül elérhető `OrtSysGen` függvény segítségével, az `OrtCompressor::decompress` egy dilatált, és eltolt Hermite függvényrendszert generál az \mathbf{x} -ben található pontok fölé. A függvény visszatérési értéke a kiszámított Hermite függvényrendszer és a bemeneti paraméterben található Fourier együtthatók szorzatának a transzponáltja, ami éppen az tömörített jel helyreállított alakja.

A fejezet elején láttunk alapján `OrtCompressor` osztály felelőssége a tömörítés hibájának a meghatározása is. Ahhoz hogy ennek eleget tegyen az `OrtCompressor` osztály a túlterhelt `getPRD` függvényt használja. Mindkét implementáció a közelítés hibájának egy százalékos alakját adja meg, ám az egyik implementáció egy addicionális `string` típusú paramétert is kap, amely egy kimeneti fájl nevét tartalmazza, és amelybe beleírja az általa kiszámított hibát. Erre a felhasználói felületen elérhető animáció megjelenítésekor van szükség azért, hogy a hibát a tömörítés minden szakaszában kiolvashassa a felhasználó. A `getPRD` függvény mindkét implementációja bemenetként kap egy `Eigen::MatrixXd` típusú, `signal` azonosítóval ellátott referenciát, valamint egy `OrtCompressed` típusú objektumra mutató pointert. Első lépésként az utóbbi segítségével a függvény helyreállítja a jelet. Ezt követően az `OrtCompressed::getPRD` mindkét implementációja kiszámítja a helyreállított közelítés és az eredeti jel különbségét, továbbá az eredeti jel minden értékének és átlagos értékének a különbségét. Az így kapott vektorok kettes normáinak hányadosával, az úgy nevezett PRD-vel tér vissza. A PRD hiba részletesebb ismertetése a ?? fejezetben található.

3.2.7. Az Optimizer modul implementációja

Az implementációt tartalmazó mappaszerkezet gyökerét `/-`-vel jelölve, a `NelderMead` modult az `/src/headers/Optimizer.h` állomány implementálja.

Az `Optimizer` modul feladata, hogy definiálja az egyes optimalizáló algoritmusok által kötelezően implementálandó metódusokat. Ezen kívül a modul felelőssége, hogy pontos meghatározását adja azoknak a matematikai értelemben vett függvényeknek az osztályát amelyekben szélső érték keresést (optimalizációt) képes elvégezni a program. Mindent egybevetve az `Optimizer` modul feladata, hogy egy általános felépítést határozzon meg különböző optimalizációs eljárásokat implementáló osztályokhoz.

Az `Optimizer` modul más modulok szolgáltatásait nem veszi igénybe. Emiatt a modult felhasználó optimalizációs algoritmusok, (a jelenlegi programcsomagban a `NelderMead` modul által implementált optimalizációs eljárás), egy teljesen külön programban is felhasználható. Az `Optimizer` modul fő szolgáltatása, hogy általános interfészt biztosítson az egyes szélső érték keresésekhez. Nevezetesen a következő feltételeket határozza meg a szélső érték keresést implementáló modullal, illetve a függvénnyel szemben amelynek a szélső értékét meg szeretné határozni. A konkrét optimalizációt implementáló modul egy `std::function<double (Coord &)>`, típusú, valós értéket

visszaadó és n dimenziós valós koordinátákon értelmezett függvényt vár bemenetként. Az egyes modulok ennek a bemeneti függvénynek a szélső értékeit hivatottak meghatározni. A bemeneti függvényekkel szemben az egyetlen jelenlegi elvárás, hogy $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ alakúak legyenek. Egy lehetséges jövőbeli fejlesztése a programcsomagnak, hogy a megengedett függvények osztály, a komplex számokon értelmezett, illetve komplex értékű függvényekre is kiterjedjen.

Az előzőekben szemléltetett szolgáltatásokat az Optimizer modul két osztály implementációjával valósítja meg. Az első ezek közül a `Coord` osztály, amely a bemeneti függvények értelmezési tartományát hivatott implementálni. Annak érdekében, hogy az optimalizációs algoritmusokat ne kizárólag a dolgozatban bemutatott feladatra lehessen alkalmazni, szükséges volt egy általános koordináta típus bevezetése. Annak érdekében, hogy minél jobban újrahasznosítható legyen, az Optimizer modul nem használ a standard library-n kívül található metódusokat, illetve adatszerkezeteket. Ennek megfelelően a `Coord` osztály az `std::vector<double>` konténerből lett származtatva. Az osztályhoz két konstruktorral rendelkezik. Amennyiben egy `Coord` típusú objektum paraméterek nélkül kerül példányosításra, az osztály a vektort két eleműnek, vagyis az optimalizálandó függvényt \mathbb{R}^2 -n értelmezettnek tekinti. Amennyiben az objektum konstruktora kap egy egész (`int`) típusú bemeneti paramétert, úgy a vektort ennyi eleműnek fogja újraméretezni. A konstruktorokon kívül az osztály túlterheli a `+`, `-`, `*`, `/` operátorokat, hogy rendre egy n dimenziós valós elemű vektoron értelmezett összeadást, kivonást, skalárral történő szorzást, illetve egy skalárral történő osztást valósítsanak meg.

3.2.8. A NelderMead modul implementációja

Az implementációt tartalmazó mappaszerkezet gyökerét `/-`-vel jelölve, a NelderMead modult az `/src/headers/OrtCompressor.h`, és a `/src/OrtCompressor.cpp` állományok implementálják.

A NelderMead modul feladata, hogy a `??` fejezetben bemutatott Nelder-Mead optimalizációt implementálja. Ez a jelenlegi megvalósításban kizárólag az Hermite függvényrendszerek affin transzformáltjaihoz tartozó optimális dilatációs és translációs paraméterek meghatározására van felhasználva. Az osztály implementációja azonban lehetővé teszi, hogy egyéb optimalizációs feladatok megoldására is könnyen alkalmazható legyen.

A NelderMead modul az Optimizer osztályból származtatott osztályból áll, és igénybe veszi szolgáltatásként az Optimizer modulban definiált `Coord` struktúrát. A NelderMead osztályból példányosított objektumok szolgáltatásait a MatchingPursuit modul veszi igénybe, az aktuális tömörítendő szívűtés szegmenshez tartozó optimális dilatációs és translációs paraméterek megtalálásának érdekében.

A NelderMead modult a NelderMead osztály alkotja, mely rendelkezik az Optimizer osztálytól megörökölt `const unsigned int generations`, illetve a `max_err` adattagokkal. A NelderMead osztály definiál egy további `std::multimap<double, Coord>` típusú, `population` azonosítójú `protected` hozzáférhetőségű adattagot. Ennek az adattagoknak a feladata, hogy az optimalizáció során a mindenkori szimplex

egyes pontjaihoz tartozó aktuális hibát tárolja. Külön indokolta a `std::multimap` konténer alkalmazását, hogy az elemek ebben az asszociatív konténerben automatikusan kulcs szerint kerülnek rendezésre. Ez azt jelenti, hogy az algoritmus minden lépésében (amikor az aktuális szimplex egy régi pontját lecseréli egy új, alacsonyabb hibával rendelkező pontra), az új szimplex pontjainak rendezését nem volt szükséges külön implementálni.

A NelderMead osztály rendelkezik egy `protected` hozzáférhetőségű, `std::vector<std::multimap<double, Coord>::reverse_iterator>` típusú értéket visszaadó `set_pointers` azonosítójú függvénnyel. Az algoritmus által használt szimplex pontjait a `population` adattag tárolja, azonban az elérésük a `set_pointers` függvény által visszaadott `std::vector` konténeren keresztül történik. Ez azért indokolt, mert ezzel a módszerrel a vektor első tagján keresztül elérhető a legkisebb hibájú, utolsó tagján keresztül pedig a legnagyobb hibájú pont, anélkül, hogy a hiba mértékének pontos ismerete szükséges lenne. Ennek eredménye képpen az aktuális szimplex egyes pontjai könnyen elérhetővé, és manipulálhatóvá válnak.

A NelderMead osztály konstruktora először ellenőrzi, hogy a bementként kapott `Coord` típusú objektumokat tartalmazó vektor mérete megegyezik-e hárommal. Ez azért fontos, mert a Nelder-Mead algoritmus egy hárompontú szimplex segítségével végzi az optimalizációt. Ezt követően feltölti a `population` adattagot a bement koordinátaival és "végtelen", pontosabban `std::numeric_limits<double>::max()` hibát rendel az egyes értékekhez. A NelderMead osztály default destruktort használ.

Az osztálynak egyetlen publikus hozzáférhetőségű függvénye van. Ez az `Optimizer` osztálytól megörökölt `Optimize` azonosítójú függvény, amely egy `Coord` típusú objektumot ad vissza. A program jelenleg két dimenziós koordináták (dilatáció, és transláció párok) feldolgozására használja a NelderMead modult, azonban mind a NelderMead osztály, mind a `Coord` struktúra felépítése lehetővé teszi az ennél több dimenziós pontokon történő keresést. A NelderMead osztály `Optimize` függvény implementációja az alábbi, a `??` is megtalálható algoritmus implementációja.

3.2.9. A MatchingPursuit modul implementációja

3.2.10. Felhasznált könyvtárak, és jellemzésük

3.3. A felhasználói felület tesztelése

3.4. A tömörítő eljárás modul szintű tesztelése

3.5. A tömörítő eljárás hatékonyságának tesztelése

3.6. Tapasztalatok és kitekintés

4. fejezet

Függelék