

Záróvizsga tételsor

7. Programozás

Ancsin Ádám

Programozás

Egyszerű programozási feladat megoldásának lépései (specifikálás, tervezés, megvalósítás, tesztelés). Az adattípus fogalma (típus-specifikáció, műveletek, reprezentáció, invariáns, implementáció). A visszavezetés módszere. A felsoroló típus specifikációja. Felsorolóra megfogalmazott programozási tételek (összegzés, számlálás, maximum kiválasztás, feltételes maximumkeresés, lineáris keresés, kiválasztás). Nevezetes gyűjtemények (intervallum, tömb, sorozat, halmaz, szekvenciális inputfájl) felsorolói.

1 Egyszerű programozási feladat megoldásának lépései

1.1 Bevezetés

Egy programozási feladat megoldása a kódoláson túl jó néhány tevékenységet tartalmaz. Az első teendő a feladat pontos meghatározása, a specifikáció. Ez a feladat szöveges és formalizált, matematikai leírásán (a specifikáció ún. szűkebb értelmezésén) túl tartalmazza a megoldással szemben támasztott követelményeket, környezeti igényeket is (ami a specifikáció ún. tágabb értelmezése).

A specifikáció alapján meg lehet tervezni a programot, elkészülhet a megoldás algoritmus és az algoritmus által használt adatok leírása. Az algoritmus és az adatszerkezet finomítása egymással párhuzamosan halad, egészen addig a szintig, amelyet a programozó ismeretei alapján már könnyen, hibamentesen képes kódolni. Gyakran előfordul, hogy a tervezés során derül fény a specifikáció hiányosságaira, így itt visszalépésekre számíthatunk.

Az algoritmusírás után következhet a kódolás. Ha a feladat kitűzője nem rögzítette, akkor ez előtt választhatunk a megoldáshoz programozási nyelvet. A kódolás eredménye a programozási nyelven leírt program.

A program első változatban általában sohasem hibátlan, a helyességéről csak akkor beszélhetünk, ha meggyőződünk róla. A helyesség vizsgálatának egyik lehetséges módszere a tesztelés. Ennek során próbaadatokkal próbáljuk ki a programot, s az ezekre adott eredményből következtetünk a helyességre. (Ne legyenek illúzióink afelől, hogy teszteléssel eldönthető egy program helyessége. Hisz hogy valójában helyes-e a program – sajnos – nem következik abból, hogy nem találtunk hibát.)

Ha a tesztelés során hibajelenséggel találkozunk, akkor következhet a hibakeresés, a hibajelenséget okozó utasítás megtalálása, majd pedig a hibajavítás. A hiba kijavítása több fázisba is visszanyúlhat. Elképzelhető, hogy kódolási hibát kell javítanunk, de az is lehet, hogy a hibát már a tervezésnél követtük el. Javítás után újra tesztelni kell, hiszen – legyünk őszinték magunkhoz! – nem kizárt, hogy hibásan javítunk, illetőleg – enyhe optimizmussal állítjuk: – a javítás újabb hibákat fed fel, ...

E folyamat végeredménye a helyes program. Ezzel azonban még korántsem fejeződik be a programkészítés. Most következnek a minőségi követelmények. Egyrészt a hatékonyságot kell vizsgálnunk (végrehajtási idő, helyfoglalás), másrészt a kényelmes használhatóságot. Itt újra visszaléphetünk a kódolási, illetve a tervezési fázisba is. Ezzel elérkeztünk a jó programhoz.

1.2 Specifikáció

A programkészítés menetének első lépése a feladat meghatározása, precíz "újrafogalmazása". Milyen is legyen, mit várjunk el tőle? Nézzünk meg néhány – jónak tűnő – követelményt egyelőre címszavakban! (A továbbiakban a specifikáció szűkebb értelmezéséről lesz szó.) A specifikáció legyen:

- helyes, egyértelmű, pontos, teljes
- rövid, tömör, ami legegyszerűbben úgy érhető el, hogy ismert formalizmusokra építjük

- szemléletes, érthető (amit időnként nehezít a formalizáltság)

A specifikáció első közelítésben lehetne a feladatok szövege. Ez azonban több problémát vethet fel:

- mi alapján adjuk meg a megoldást
- mit is kell pontosan megadni?

Például az a feladat, hogy adjuk meg N ember közül a legmagasabbat. A legmagasabb ember megadása mit jelent? Adjuk meg a sorszámát, vagy a nevét, vagy a személyi számát, vagy a magasságát, esetleg ezek közül mindegyiket? Tanulásgként megállapíthatjuk, hogy a specifikációnak tartalmaznia kell a bemenő és a kimenő adatok leírását.

Bemenet:

N : az emberek száma,
 A : a magasságukat tartalmazó sorozat.

Kimenet:

MAX : a legmagasabb ember sorszám.

Tudjuk-e, hogy a bemenő, illetve a kimenő változók milyen értéket vehetnek fel? Például az emberek magasságát milyen mértékegységben kell megadni? Az eredményül kapott sorszám milyen érték lehet: 1-től sorszámozunk, vagy 0-tól? Megállapíthatjuk tehát, hogy a specifikációban a bemeneti és a kimeneti változók értékalmazát is meg kell adnunk.

Bemenet:

N : az emberek száma, természetes szám;
 A : a magasságukat tartalmazó sorozat, egész számok, amelyek a magasságot centiméterben fejezik ki (a sorozatot 1-től N -ig indexeljük).

Kimenet:

MAX : a legmagasabb ember sorszám, 1 és N közötti természetes szám.

Most már a bemenő és a kimenő változók értékalmazát pontosan meghatároztuk, csupán az a probléma, hogy a feladatban használt fogalmakat és az eredmények kiszámítási szabályát nem definiáltuk. A specifikációnak tehát tartalmaznia kell a feladatban használt fogalmak definícióját, valamint az eredmény kiszámítási szabályát. Itt lehetne megadni a bemenő adatokra vonatkozó összefüggéseket is. A bemenő, illetve a kimenő adatokra kirótt feltételeket nevezzük előfeltételnek, illetve utófeltételnek. Az előfeltétel nagyon sokszor egy azonosan igaz állítás, azaz a bemenő adatok értékalmazát semmilyen "külön" feltétellel nem szorítjuk meg.

Bemenet:

N : az emberek száma, természetes szám,
 A : a magasságukat tartalmazó sorozat, egész számok,
 amelyek a magasságot centiméterben tartalmazzák (a sorozatot 1-től N -ig indexeljük).

Kimenet:

MAX : a legmagasabb ember sorszám, 1 és N közötti természetes szám.

Elofeltétel:

$A[i]$ -k pozitívak.

Utófeltétel:

MAX olyan 1 és N közötti szám, amelyre $A[MAX]$ nagyobb vagy egyenlo,
 mint a sorozat bármely eleme (az 1. és az N . között).

Újabb probléma merülhet fel bármelyik feladattal kapcsolatban: az eddigiek alapján a "várttól" lényegesen különböző – nyugodtan állíthatjuk: "banális" –, az elő- és utófeltételnek megfelelő megoldást is tudunk készíteni.

Itt persze arról a hallgatólágos (tehát még meg nem fogalmazott, ki nem mondott) feltételezésről van szó, hogy a bemeneti változók értéke nem változik meg. Ez sajnos nem feltétlenül igaz. A probléma megoldására kétféle utat követhetünk (a későbbiekben mindkettőt alkalmazni fogjuk):

- az utófeltételbe automatikusan beleértjük, hogy "és a bemeneti változók értéke nem változik meg", s külön kiemeljük, ha mégsem így van;
- az elő- és az utófeltételt a program paramétereire fogalmazzuk meg, amelyeket formailag megkülönböztetünk a program változóitól, és emiatt nem a paraméterek fognak változni, hanem a programbeli változók (ebben az esetben természetesen az elő- és az utófeltételben meg kell fogalmazni a paraméterek és a megfelelő programbeli változók értékének azonosságát).

A második megoldásból az következik, hogy meg kell különböztetnünk egymástól a feladat és a program elő-, illetve utófeltételét! Ez hosszadalmasabbá – bár precízebbé – teszi a feladat megfogalmazását, emiatt ritkábban fogjuk alkalmazni.

Előfordulhat, hogy a feladat megfogalmazása alapján nem lehet egyértelműen meghatározni az eredményt, ugyanis az utófeltételnek megfelelő több megoldás is létezik. Ez a jelenség a feladat ún. nemdeterminisztikussága. Ehhez a nemdeterminisztikus feladathoz tehát determinisztikus programot kell írunk, aminek az utófeltétele már nem engedheti meg a nem egyértelműséget, a nemdeterminisztikusságot. E probléma miatt tehát mindenképpen meg kell különböztetnünk egymástól a feladat és a program elő-, illetve utófeltételét!

Bemenet:

N : az emberek száma, természetes szám,
 A : a magasságukat tartalmazó sorozat, egész számok,
 amelyek a magasságot centiméterben tartalmazzák (a sorozatot 1-től N-ig indexeljük).

Kimenet:

MAX : a legmagasabb ember sorszáma, 1 és N közötti természetes szám.

Elofeltétel:

A[i]-k pozitívak.

Utófeltétel:

MAX olyan 1 és N közötti szám, amelyre A[MAX] nagyobb vagy egyenlo,
 mint a sorozat bármely eleme (az 1. és az N. között).

Program utófeltétel:

MAX olyan 1 és N közötti szám, amelyre A[MAX] nagyobb vagy egyenlo,
 mint a sorozat bármely eleme (az 1. és az N. között) és elotte
 nincs vele egyenlo.

Megállapíthatjuk ebből, hogy a program utófeltétele lehet szigorúbb, mint a feladaté, emellett az előfeltétele pedig lehet gyengébb.

Visszatekintve a specifikáció eddig "bejárt pályájára" egy szemléletes modellje körvonalazódik a feladatmegoldásnak. Nevezetesen: nyugodtan mondhatjuk azt, hogy a feladatot megoldó program egy olyan automatát határoz meg, amelynek pillanatnyi állapota a feladat paraméterei (a program változói) által "kifeszített" halmaz egy eleme. (E halmaz annyi dimenziós, ahány paraméterváltozója van a programnak; minden dimenzió egyik változó érték-halmaza. Tehát egy konkrét időpillanatban e "gép" állapota: a változóinak abban a pillanatban érvényes értékeinek együttese.) Ezt a halmazt nevezzük a program állapotterének. Amikor megfogalmazzuk az előfeltételt, akkor tulajdonképpen kihasználjuk ebből az állapottérből azt a részt (azt az altért), amelyből indítva elvárhatjuk az automatánktól (amit a megoldó program vezérel), hogy a helyes eredményt előállítja egy végállapotában. A végállapotot jelöltük ki az utófeltétellel.

Ezt a modellt elfogadva adódik még egy további megoldásra váró kérdés. Akkor ugyanis, amikor a programot írjuk, lépésről lépésre a részeredmények tárolására újabb és újabb változókat vezetünk be. Fölvetődik a kérdés: hogyan egyeztethető össze az imént elképzelt modellel? A válasz egyszerű: minden egyes újabb változó egy újabb dimenziót illeszt az eddig létrejött állapottérhez. Tehát a programozás folyamata – leegyszerűsítve a dolgot – nem áll másból, mint annak pontosításából, hogy hogyan is nézzen ki a megoldó automata állapottere (és persze: hogyan kell az egyik állapotból a másik állapotba jutnia). A feladatban szereplő paraméterek meghatározták "embrionális" állapotteret hívhatjuk paraméterternek, ami csak altere a program valódi állapotterének. Ez is azt sugallja, hogy a feladat előfeltétele gyengébb (azaz az általa kijelölt állapothalmaz) lehet, mint a program előfeltétele.

Foglaljuk most össze, hogy melyek a specifikáció részei! Ezek az eddigiek, valamint a programra vonatkozó további megkötések lesznek.

1. A feladat specifikálása

- a feladat szövege,
- a bemenő és a kimenő adatok elnevezése, értékalmazának leírása,
- a feladat szövegében használt fogalmak definíciói (a fogalmak fölhasználásával),
- a bemenő adatokra felírt előfeltétel (a fogalmak fölhasználásával),
- a kimenő adatokra felírt utófeltétel.

2. A program specifikálása

- a bemenő és a kimenő adatok elnevezése, értékalmazának leírása,
- (a feladat elő-, illetve utófeltételétől esetleg különböző) program elő- és utófeltétel,
- a feladat megfogalmazásában használt fogalmak definíciói.

Ezek az absztrakt specifikáció elemei. Az alábbiak másodlagos, mondhatjuk: technikai specifikáció részei:

- a program környezetének leírása (számítógép, memória- és perifériaigény, programozási nyelv, szükséges fájlok stb.),
- a programmal szembeni egyéb követelmények (minőség, hatékonyság, hordozhatóság stb.).

A technikai specifikáció nélküli leírást a program szűkebb specifikációjának nevezik.

Progos specifikáció:

$$A = (N : \mathbb{N}, A : \mathbb{N}^{1..N})$$

$$Ef = (\forall i \in 1..N : A_i > 0)$$

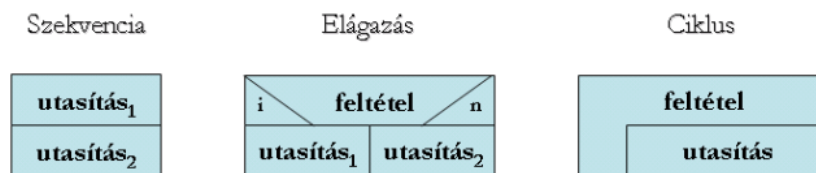
$$Uf = (Ef \wedge \forall i \in 1..N : A_{MAX} \geq A_i \wedge \forall j \in 1..MAX - 1 : A_i < A_{MAX})$$

1.3 Tervezés

A tervezés során algoritmusleíró eszközöket használunk, amelynek célja a feladatok megoldásának leírása programozási nyelvtől független nyelven. A programozási nyelvek ugyanis szigorú szintaxisúak, a tervezés szempontjából lényegtelen sallangokat tartalmaznak. A programozási nyelven történő tervezés esetén nehezzé válhat a program átírása más nyelvre, más gépre.

Többféle algoritmusleíró eszköz is létezik, mi tanulmányaink során a struktogramot alkalmaztuk.

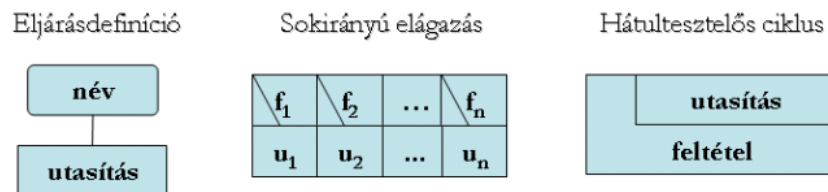
A struktogram a programgráfot élek nélkül ábrázolja. Így egyetlen egy alapelem marad, a téglalap. Ezzel az alapelemmel építhetjük fel a szokásos strukturált alapszerkezeteket (és csak azokat).



ábra 1: A struktogram összetett alapszerkezetei.

Szekvenciánál a téglalapok egymás alatti sorrendje dönti el a végrehajtás sorrendjét. Az elágazásfeltétel igaz értéke esetén az *i* betűvel jelölt bal oldali téglalap utasítását kell végrehajtani, hamis értéke esetén pedig az *n* betűvel jelölt jobb oldali téglalapét. Ha az elágazás valamelyik ága üres, akkor a neki megfelelő téglalap is üres marad. A ciklus előltesztelő, azaz a benne levő utasítást mindaddig végre kell hajtani, amíg a feltétel igaz.

Az utasítások helyén lehet egyetlen elemi utasítás, lehet a három algoritmikus szerkezet valamelyike, és lehet egy eljáráshívás. Ezt a leíróeszközt még többféle elemmel szokták bővíteni: az eljárásdefinícióval, a sokirányú elágazással, illetve a hátultesztelő ciklussal.



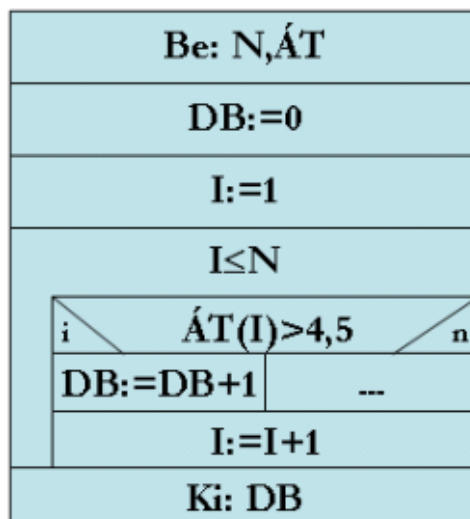
ábra 2: A struktogram további összetett alapszerkezetei.

Sokirányú elágazásnál azt az ágat kell végrehajtani, amelynek igaz értékű a feltétele (közülük minden esetben pontosan egy teljesülhet).

A lokális adatokat az eljárások téglalapjai mellett, az eljárásnév után sorolhatjuk fel.

Nézzük meg ezzel az eszközzel leírva a következő példát!

Feladat: N tanuló év végi átlagának ismeretében adjuk meg a jeles átlagú tanulók számát!



ábra 3: A példafeladat megoldása struktogrammal.

1.4 Megvalósítás

A.k.a. kódolás.

1.5 Tesztelés

A tesztelés célja, hogy minél több hibát megtaláljunk a programban. Ahhoz, hogy az összes hibát fölfedezzük, kézenfekvőnek tűnik a programot kipróbálni az összes lehetséges bemenő adattal. Ez azonban sajnos nem lehetséges.

Példaként tekintünk a következő - pszeudokóddal megadott - egyszerű programot:

```

Program:
  Változó A,B:Egész
  Be: A,B
  Ki: A/B
Program vége.

```

Mivel 2^{16} különböző értékű egész számot tudunk tárolni, ezért az összes lehetőség 2^{32} , aminek a leírásához már 9 számjegyre van szükség. Ez rengeteg időt venne igénybe, így nem is járható út.

Ha ezt a programot olyan bemenő adatokkal próbáljuk ki, amelyben $A=0$ vagy $B=1$, akkor a program helyesen működik, a hibát nem tudjuk felfedezni. Ezután azt gondolhatnánk, hogy reménytelen

helyzetbe kerültünk: hiszen minden lehetséges adattal nem tudjuk kipróbálni a programot; ha pedig kevesebbel próbáljuk ki, akkor lehet, hogy nem vesszük észre a hibákat. A helyzet azért nem ennyire rossz: célunk csak az lehet, hogy a tesztelést olyan módszerrel hajtsuk végre, amellyel a próbák száma erősen lecsökkenthető.

Tesztesetnek a be- és kimeneti adatok és feltételek együttes megadását nevezzük. Akkor tudunk a tesztelés eredményeiről bármit is mondani, ha van elképzelésünk arról, hogy adott bemenő adatra milyen eredményt várunk.

Fogalmazzuk meg a tesztelés alapelveit:

- A jó teszteset az, ami nagy valószínűséggel egy még felfedetlen hibát mutat ki a programban. Például két szám legnagyobb közös osztóját számoló programot az [5,5] adatpár után a [6,6]-tal teljesen felesleges kipróbálni (ugyanis igencsak rafinált, valószínűtlen elírás esetén viselkedhet a program [6,6]-ra másként, mint [5,5]-re).
- A teszteset nemcsak bemenő adatokból, hanem a hozzájuk tartozó eredményekből is áll. Egyébként nem tudnánk a kapott eredmény helyes vagy hibás voltáról beszélni. A későbbi felhasználás miatt célszerű a teszteseteket is leírni a fejlesztői dokumentációban vagy egy önálló tesztelési jegyzőkönyvben.
- A meg nem ismételhető tesztesetek kerülendők, feleslegesen megnövelik a program-tesztelés költségeit, idejét. Nem is beszélve arról a bosszúságról, amikor a programunk egy hibás futását nem tudjuk megismételni, és így a hiba is felfedetlen marad.
- Teszteseteket mind az érvénytelen, mind az érvényes adatokra kell készíteni.
- Minden tesztesetből a lehető legtöbb információt "ki kell bányászni", azaz minden teszteset eredményét alaposan végig kell vizsgálni. Ezzel jelentősen csökkenthető a szükséges próbák száma.
- Egy próba eredményeinek vizsgálata során egyaránt fontos megállapítani, hogy miért nem valósít meg a program valamilyen funkciót, amit elvárunk tőle, illetve hogy miért végez olyan tevékenységeket is, amelyeket nem feltételeztünk róla.
- A program tesztelését csak a program írójától különböző személy képes hatékonyan elvégezni. Ennek oka, hogy a tesztelés nem "jóindulatú" tevékenység, saját munkájának vizsgálatához mindenki úgy áll hozzá, hogy önkéntelenül jónak feltételezi.

A programtesztelés módszereit két csoportba oszthatjuk aszerint, hogy a tesztelés során végrehajtjuk-e a programot, vagy nem. Ha csak a program kódját vizsgáljuk, akkor statikus (erről nem esik több szó), ha a programot végre is hajtjuk a tesztelés során, akkor dinamikus tesztelésről beszélünk.

Dinamikus tesztelési módszerek

A dinamikus tesztelési módszerek alapelve az, hogy a programot működés közben vizsgáljuk. Teszteseteket kétféle módon tudunk választani. Egy lehetőség az ún. feketedoboz-módszer, más néven adatvezérelt tesztelés. E módszer alkalmazásakor a tesztelő nem veszi figyelembe a program belső szerkezetét, pontosabban nem azt tekinti elsődleges szempontnak, hanem a teszteseteket a feladat meghatározás alapján választja meg.

A cél természetesen a lehető leghatékonyabb tesztelés elvégzése, azaz az összes hiba megtalálása a programban. Ez ugyan elvileg lehetséges, kimerítő bemenet tesztelést kell végrehajtani, a programot ki kell próbálni az összes lehetséges bemenő adatra. Ezzel a módszerrel azonban, mint korábban láttuk, mennyiségi akadályba ütközhetünk.

Egy másik lehetőség a fehérdoboz-módszer (logika vezérelt tesztelés). Ebben a módszerben a tesztesetek megválasztásánál lehetőség van a program belső szerkezetének figyelembevételére is.

A cél a program minél alaposabb tesztelése, erre jó módszer a kimerítő út tesztelés. Ez azt jelenti, hogy a programban az összes lehetséges utat végigjárjuk, azaz annyi tesztesetet hozunk létre, hogy ezt elérhessük vele. Az a probléma, hogy még viszonylag kis programok esetén is igen nagy lehet a tesztelési utak száma. Gondoljunk a ciklusokra! Sőt ezzel a módszerrel a hiányzó utakat nem lehet felderíteni.

Mivel sem a fehérdoboz-módszerrel, sem a feketedoboz-módszerrel nem lehetséges a kimerítő tesztelés, el kell fogadnunk, hogy nem tudjuk egyetlen program hibamentességét sem szavatolni. A további cél

ezek után az összes lehetséges tesztet halmazából a lehető leghatékonyabb tesztet-csoport kiválasztása lehet.

A tesztelés hatékonyságát kétféle jellemző határozza meg: a tesztelés költsége és a felfedett hibák aránya. A leghatékonyabb tesztet-csoport tehát minimális költséggel maximális számú hibát fed fel.

A feketedoboz- és fehérdoboz-teszteken kívül még érdemes megemlíteni olyan speciális teszteket, amikor nem a helyesség belátása a cél. Ilyen pl. a stresszteszt (nagy adatmennyiséget hogyan bír kezelni a program, jól skálázódik-e) vagy a hatékonysági teszt (végrehajtási idő tesztelése).

2 Az adattípus fogalma

2.1 Alapfogalmak, jelölések

- A^* az A -beli véges sorozatok halmazát, A^∞ az A -beli végtelen sorozatok halmazát jelöli. A kettő uniója $A^{**} = A^* \cup A^\infty$ pedig az A -beli véges vagy végtelen sorozatok halmazát jelenti.
- Legyen $R \subseteq A \times \mathbb{L}$ egy logikai reláció. Ekkor az R igazsághalmaza $\lceil R \rceil ::= R^{-1}(\{igaz\})$
- Legyen I egy véges halmaz és legyenek $A_i, i \in I$ tetszőleg véges vagy megszámlálható, nem üres halmazok. Ekkor az $A = \prod_{i \in I} A_i$ halmazt állapottérnek, az A_i halmazokat pedig típusérték-halmazoknak nevezzük.
- Feladat: feladatnak nevezünk egy $F \subseteq A \times A$ relációt.
A feladat fenti definíciója természetes módon adódik abból, hogy a feladatot egy leképezésnek tekintjük az állapottérre, és az állapottér minden pontjára megmondjuk, hova kell belőle eljutni, ha egyáltalán el kell jutni belőle valahova.
- Program:
Programnak nevezzük az $S \subseteq A \times A^{**}$ relációt, ha
 1. $\mathcal{D}_S = A$ (az állapottér minden pontjához rendel valamit, azaz a program minden pontban csinál valamit)
 2. $\forall \alpha \in \mathcal{R}_S : \alpha = red(\alpha)$ (az állapot megváltozik, vagy ha mégsem, az az abnormalis működés jele)
 3. $\forall a \in A : \forall \alpha \in S(A) : |\alpha| \neq 0 \text{ és } \alpha_1 = a$

A fenti definícióval a "működés" fogalmát akarjuk absztrakt módon megfogalmazni.

2.2 Típuszspecifikáció

Először bevezetünk egy olyan fogalmat, amelyet arra használhatunk, hogy pontosan leírjuk a követelményeinket egy típusérték-halmazzal és a rajta végezhető műveletekkel szemben.

A $\mathcal{T}_S = (H, I_S, \mathbb{F})$ hármast típuszspecifikációnak nevezzük, ha teljesülnek rá a következő feltételek:

1. H az alaphalmaz,
2. $I_S : H \rightarrow \mathbb{L}$ a specifikációs invariáns,
3. $T_{\mathcal{T}} = \{(\mathcal{T}, x) | x \in \lceil I_S \rceil\}$ a típusérték-halmaz,
4. $\mathbb{F} = \{F_1, F_2, \dots, F_n\}$ a típusműveletek specifikációja, ahol
 $\forall i \in [1..n] : F_i \subseteq A_i \times A_i, A_i = A_{i_1} \times \dots \times A_{i_{n_i}}$ úgy,
 hogy $\exists j \in [1..n_i] : A_{i_j} = T_{\mathcal{T}}$

Az alaphalmaz és az invariáns tulajdonság segítségével azt fogalmazzuk meg, hogy mi az a halmaz, $T_{\mathcal{T}}$, amelynek elemeivel foglalkozni akarunk, míg a feladatok halmazával azt írjuk le, hogy ezekkel az elemekkel milyen műveletek végezhetők el.

Az állapottér definíciójában szereplő típusérték-halmazok mind ilyen típuszspecifikációban vannak definiálva. Az állapottér egy komponensét egy program csak a típusműveleteken keresztül változtathatja meg.

2.3 Típus

Vizsgáljuk meg, hogy a típusspecifikációban leírt követelményeket hogyan valósítjuk meg.

A $\mathcal{T} = (\rho, I, \mathbb{S})$ hármast típusnak nevezzük, ha

1. $\rho \subseteq E^* \times T$ a reprezentációs függvény (reláció),
T a típusértékhalmoz,
E az elemi típusértékhalmoz
2. $I : E^* \rightarrow \mathbb{L}$ típusinvariáns
3. $\mathbb{S} = \{S_1, S_2, \dots, S_m\}$, ahol
 $\forall i \in [1..m] : S_i \subseteq B_i \times B_i^{**}$ program, $B_i = B_{i_1} \times \dots \times B_{i_{m_i}}$ úgy,
hogy $\exists j \in [1..m_i] : B_{i_j} = E^*$ és $\nexists j \in [1..m_i] : B_{i_j} = T$

A típus első két komponense az absztrakt típusértékek reprezentációját írja le, míg a programhalmoz a típusműveletek implementációját tartalmazza. Az elemi típusértékhalmoz lehet egy tetszőleges másik típus típusértékhalmoz vagy egy, valamilyen módon definiált legfeljebb megszámlálható halmoz.

2.4 Invariáns

Az invariáns lényege, hogy ezt a tulajdonságot soha nem sérthetjük meg. Például halmoz típus esetén nem szabad, hogy megsérüljön az az invariáns tulajdonság, hogy egy halmozban egy elem csak egyszer fordulhat elő.

2.5 Reprezentáció

Azt, hogy egy típust milyen típusok segítségével, milyen módszerrel, stb., valósítottunk meg, reprezentációnak nevezzük. Például egy verem típust meg lehet valósítani tömb segítségével, de láncolt listával is.

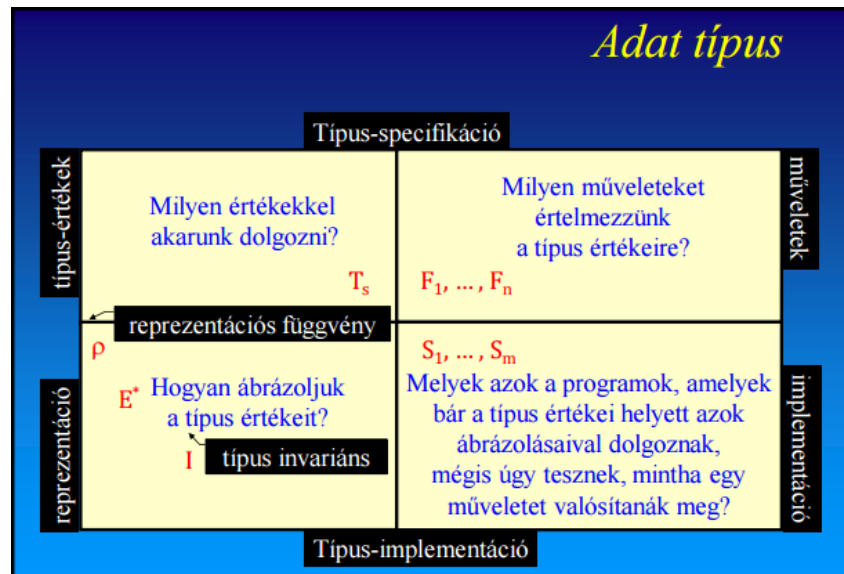
A reprezentáció a típusspecifikáció típusértékhalmozának leképezése a konkrét típusban, amit a reprezentációs függvény ad meg.

2.6 Implementáció

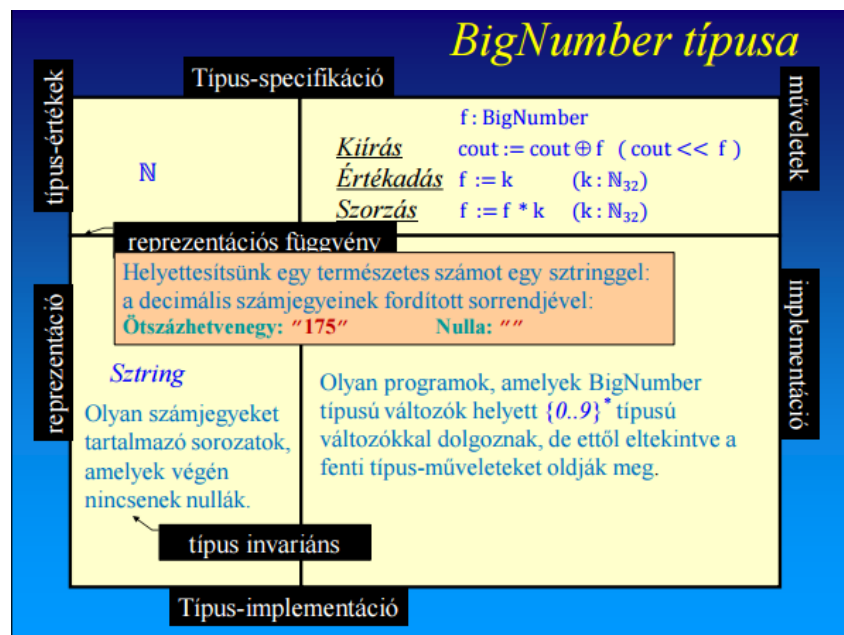
Az implementáció a típusspecifikáció típusműveleteinek megvalósítása a konkrét típus programhalmozánál.

Az implementáció során a típus megvalósításakor a típusértékhalmoz megadását követően definiálni kell a típusműveleteket. Ahogyan a modellben is, a gyakorlatban is az állapottér változásait a program csak a típusműveleteken keresztül végezheti el.

2.7 Emészthetőbb módon



ábra 4: Adattípus



ábra 5: BigNumber példa

3 A visszavezetés módszere

A programozási feladatok megoldásához különböző programozási mintákat, ún. programozási tételeket használunk fel, ezekre vezetjük vissza a megoldást.

Lépései:

1. Megsejtjük a feladatot megoldó programozási tételt.
2. Specifikáljuk a feladatot a programozási tétel jelöléseivel.
3. Megadjuk a programozási tétel és a feladat közötti eltéréseket:

- intervallum határok: konkrét érték vagy kifejezés (pl. $[1..\frac{n}{2}]$), a típusuk a \mathbb{Z} helyett lehet annak valamely része (pl. \mathbb{N})
 - $\beta : [m..n] \rightarrow \mathbb{L}$ és/vagy $f : [m..n] \rightarrow H$ konkrét megfelelői
 - a H megfelelője a szükséges művelettel
 - $(H, >)$ helyett pl. $(\mathbb{Z}, >)$ vagy $(\mathbb{Z}, <)$
 - $(H, +)$ helyett pl. $(\mathbb{Z}, +)$ vagy $(\mathbb{R}, *)$
 - a változók átnevezése
4. A különbségek figyelembe vételével a tétel algoritmusából elkészítjük a konkrét feladatot megoldó algoritmust.

4 Felsoroló, a felsoroló típus specifikációja

A gyűjtemény (tároló, kollekció, iterált) egy olyan adat (objektum), amely valamilyen elemek tárolására alkalmas.

- Ilyenek az összetett szerkezetű, de különösen az iterált szerkezetű típusok értékei: halmaz, sorozat (verem, sor, fájl), fa, gráf
- De vannak úgynevezett virtuális gyűjtemények is: pl. egész számok egy intervallumának elemei, vagy egy természetes szám prím-osztói

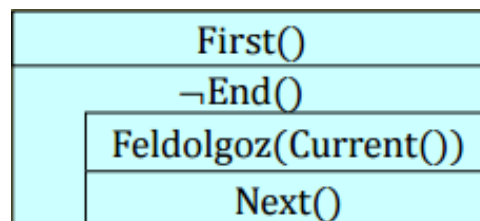
Egy gyűjtemény feldolgozásán a benne levő elemek feldolgozását értjük.

- Keressük a halmaz legnagyobb elemét!
- Hány negatív szám van egy számsorozatban?
- Válogassuk ki egy fa leveleiben elhelyezett értékeket!
- Járjuk be az $[m .. n]$ intervallum minden második elemét visszafelé!
- Adjuk össze az n természetes szám prím-osztóit!

A feldolgozni kívánt elemek felsorolását (bejárását) az alábbi műveletekkel szabványosítjuk:

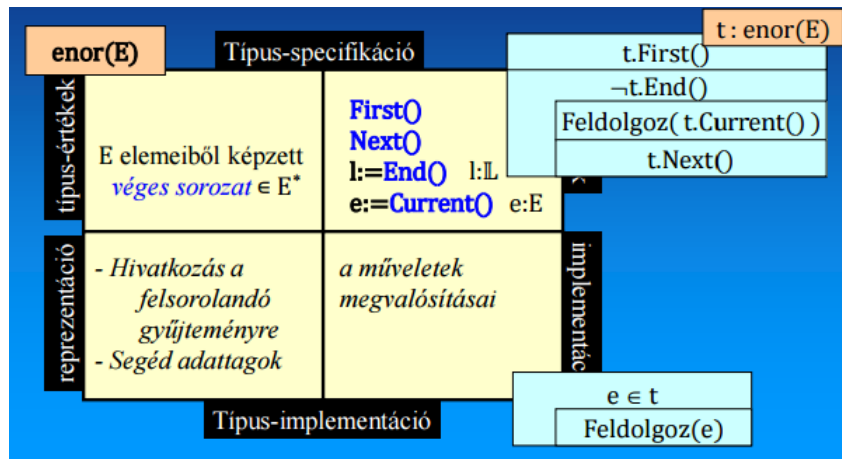
- `First()` : Rááll a felsorolás első elemére, azaz elkezd a felsorolást
- `Next()` : Rááll az elkezdett felsorolás soron következő elemére
- `End()` : Mutatja, ha a felsorolás végére értünk
- `Current()` : Visszaadja a felsorolás aktuális elemét

Egy felsorolásnak különböző állapotai vannak (indulásra kész, folyamatban van, befejeződött), és a műveletek csak bizonyos állapotokban értelmezhetők (máshol a hatásuk nem definiált). A feldolgozó algoritmus garantálja, hogy a felsoroló műveletek mindig megfelelő állapotban kerüljenek végrehajtásra.



ábra 6: A felsorolás algoritmus

A felsorolást sohasem a felsorolni kívánt gyűjtemény, hanem egy külön felsoroló objektum végzi.



ábra 7: A felsoroló objektum és típusa

5 Felsorolóra megfogalmazott programozási tételek

Programozási tételek felsorolókra

Összegzés

Feladat: Adott egy E -beli elemeket felsoroló t objektum és egy $f:E \rightarrow H$ függvény. A H halmazon értelmezzük az összeadás asszociatív, baloldali nullelemes műveletét. Határozzuk meg a függvénynek a t elemeihez rendelt értékeinek összegét! (Üres felsorolás esetén az összeg értéke definíció szerint a nullelem: 0).

Specifikáció:

$$\begin{aligned} A &= (t: \text{enor}(E), s: H) \\ Ef &= (t=t') \\ Uf &= (s = \sum_{e \in t'} f(e)) \end{aligned}$$

Algoritmus:

$s := 0$ $t.First()$		
$\neg t.End()$		
<table> <tr> <td>$s := s + f(t.Current())$</td></tr> <tr> <td>$t.Next()$</td></tr> </table>	$s := s + f(t.Current())$	$t.Next()$
$s := s + f(t.Current())$		
$t.Next()$		

Számlálás

Feladat: Adott egy E -beli elemeket felsoroló t objektum és egy $\beta:E \rightarrow \mathbb{L}$ feltétel. A felsoroló objektum hány elemére teljesül a feltétel?

Specifikáció:

$$\begin{aligned} A &= (t: \text{enor}(E), c: \mathbb{N}) \\ Ef &= (t=t') \\ Uf &= (c = \sum_{\substack{e \in t' \\ \beta(e)}} 1) \end{aligned}$$

Algoritmus:

$c:=0$ $t.First()$			
$\neg t.End()$			
<table> <tr> <td>$\beta(t.Current())$</td></tr> <tr> <td>$c:=c+1$</td></tr> <tr> <td>$SKIP$</td></tr> </table>	$\beta(t.Current())$	$c:=c+1$	$SKIP$
$\beta(t.Current())$			
$c:=c+1$			
$SKIP$			
$t.Next()$			

Maximum kiválasztás

Feladat: Adott egy E -beli elemeket felsoroló t objektum és egy $f:E \rightarrow H$ függvény. A H halmazon definiáltunk egy teljes rendezési relációt. Feltesszük, hogy t nem üres. Hol veszi fel az f függvény a t elemein a maximális értékét?

Specifikáció:

$$\begin{aligned} A &= (t: \text{enor}(E), max: H, elem: E) \\ Ef &= (t=t' \wedge |t| > 0) \\ Uf &= ((max, elem) = \max_{e \in t'} f(e)) \end{aligned}$$

Algoritmus:

$t.First()$			
$max, elem := f(t.Current()), t.Current()$			
$t.Next()$			
$\neg t.End()$			
<table> <tr> <td>$f(t.Current()) > max$</td></tr> <tr> <td>$max, elem := f(t.Current()), t.Current()$</td></tr> <tr> <td>$SKIP$</td></tr> </table>	$f(t.Current()) > max$	$max, elem := f(t.Current()), t.Current()$	$SKIP$
$f(t.Current()) > max$			
$max, elem := f(t.Current()), t.Current()$			
$SKIP$			
$t.Next()$			

Kiválasztás

Feladat: Adott egy E -beli elemeket felsoroló t objektum és egy $\beta:E \rightarrow \mathbb{L}$ feltétel. Keressük a t bejárása során az első olyan elemi értéket, amely kielégíti a $\beta:E \rightarrow \mathbb{L}$ feltételt, ha tudjuk, hogy biztosan van ilyen.

Specifikáció:

$$\begin{aligned} A &= (t.enor(E), elem:E) \\ Ef &= (t=t' \wedge \exists i \in [1..|t|]: \beta(t_i)) \\ Uf &= ((elem, t) = \underset{elem \in t'}{\mathbf{select}} \beta(elem)) \end{aligned}$$

Algoritmus:

$t.First()$
$\neg \beta(t.Current())$
$t.Next()$
$elem := t.Current()$

Lineáris keresés

Feladat: Adott egy E -beli elemeket felsoroló t objektum és egy $\beta:E \rightarrow \mathbb{L}$ feltétel. Keressük a t bejárása során az első olyan elemi értéket, amely kielégíti a $\beta:E \rightarrow \mathbb{L}$ feltételt.

Specifikáció:

$$\begin{aligned} A &= (t.enor(E), l:\mathbb{L}, elem:E) \\ Ef &= (t=t') \\ Uf &= ((l, elem, t) = \underset{e \in t'}{\mathbf{search}} \beta(e)) \end{aligned}$$

Algoritmus:

$l := \text{hamis}; t.First()$
$\neg l \wedge \neg t.End()$
$elem := t.Current()$
$l := \beta(elem)$
$t.Next()$

Feltételes maximumkeresés

Feladat: Adott egy E -beli elemeket felsoroló t objektum, egy $\beta:E \rightarrow \mathbb{L}$ feltétel és egy $f:E \rightarrow H$ függvény. A H halmazon definiáltunk egy teljes rendezési relációt. Határozzuk meg t azon elemeihez rendelt f szerinti értékek között a legnagyobbat, amelyek kielégítik a β feltételt.

Specifikáció:

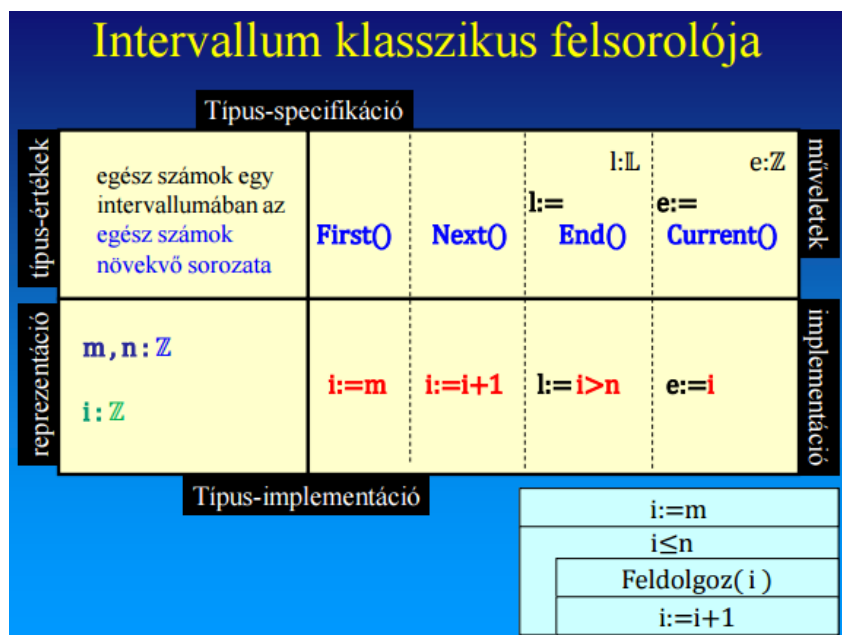
$$\begin{aligned} A &= (t.enor(E), l:\mathbb{L}, max:H, elem:E) \\ Ef &= (t=t') \\ Uf &= ((l, max, elem) = \underset{\substack{e \in t' \\ \beta(e)}}{\mathbf{max}} f(e)) \end{aligned}$$

Algoritmus:

$l := hamis; t.First()$			
$\neg t.End()$			
$\neg \beta(t.Current())$	$\beta(t.Current()) \wedge l$		$\beta(t.Current()) \wedge \neg l$
SKIP	$f(t.Current()) > max$		$l, max, elem :=$ $igaz, f(t.Current()), t.Current()$
	$max, elem :=$ $f(t.Current()), t.Current()$	SKIP	
$t.Next()$			

6 Nevezetes gyűjtemények felsorolói

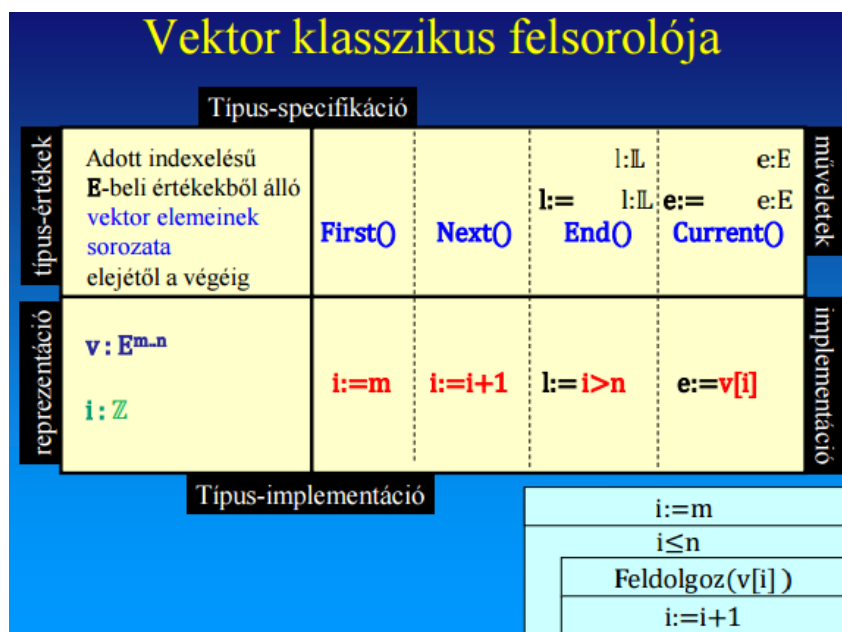
6.1 Intervallum



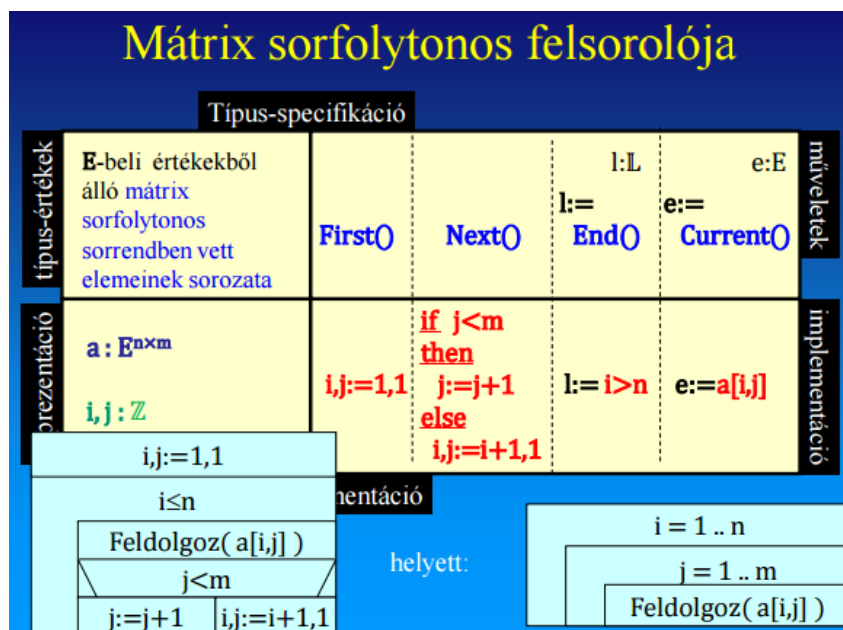
ábra 8: Intervallum felsorolója

6.2 Tömb

Itt két különböző tömbtípus felsorolóját mutatjuk be: az egydimenziós (vektor) és a kétdimenziós tömböt (mátrix).



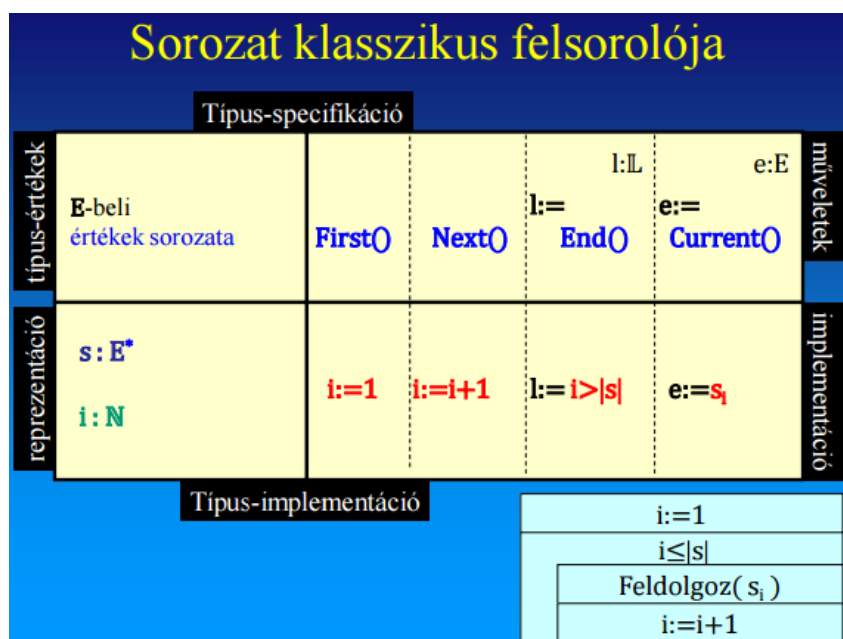
ábra 9: Vektor felsorolója



ábra 10: Mátrix sorfolytonos felsorolója

Megjegyzés: a felsorolás történhet másképpen is, például vektor esetén végezhetjük a felsorolást visszafelé, a tömb végétől kezdve, vagy mátrixnál alkalmazhatunk pl. oszlopfolytonos bejárást.

6.3 Sorozat



ábra 11: Sorozat felsorolója

6.4 Halmaz

Halmaz felsorolója						
Típus-specifikáció						
tipus-értékek	halmaz E -beli elemeinek sorozata	First()	Next()	$l:\mathbb{L}$ l:= End()	$e:\mathbb{E}$ e:= Current()	műveletek
reprezentáció	h : set(E)	—	<i>$h := h - \{mem(h)\}$</i>	<i>$l := h = \emptyset$</i>	<i>$e := mem(h)$</i>	implementáció
Típus-implementáció						
<div>—</div> <div>$h \neq \emptyset$</div> <div>Feldolgoz(mem(h))</div> <div>$h := h - \{mem(h)\}$</div>						

ábra 12: Halmaz felsorolója

6.5 Szekvenciális inputfájl

Szekvenciális inputfájl felsorolója						
Típus-specifikáció						
tipus-értékek	szekvenciális inputfájl E-beli elemeknek sorozata	First()	Next()	$l:\mathbb{L}$ $l:=$ End() $e:\mathbb{E}$ $e:=$ Current()	műveletek	
reprezentáció	f : infile(E) df : E sf : Status	sf,df,f:read	sf,df,f:read	$l:=sf=abnorm$	$e:=df$	implementáció
Típus-implementáció						
<div>sf,df,f:read</div> <div>sf=norm</div> <div>Feldolgoz(df)</div> <div>sf,df,f:read</div>						

ábra 13: Szekvenciális inputfájl felsorolója