Formális nyelvek és a fordítóprogramok alapjai

2. előadás

Előadó: Nagy Sára,mesteroktató
Algoritmusok és Alkalmazásaik Tanszék

Emlékeztető:

V - ábécé, jelek nem üres véges halmaza;

V* - az adott jelkészlet felett értelmezett összes szó;

$L \subseteq V^*$ - formális nyelv, szavak halmaza.

Nyelv megadása szabályrendszerrel

Definíció: Grammatikának (nyelvtannak) a következő négyest nevezzük:

$G=(N,T,P,S)$

- **N** a nemterminális ábácé,
- **T** a terminálisok ábécéje,
- **P** az átírási szabályok véges halmaza,
- **S** a kezdőszimbólum.

Grammatika: G=(N,T,P,S)

- N és T diszjunkt halmazok, azaz $N \cap T = \emptyset$.
- $S \in N$, kezdőszimbólum.
- A szabályok $p \rightarrow q$ alakúak, ahol $p \in (N \cup T)^*N(N \cup T)^*$, $q \in (N \cup T)^*$ és p jelöli a szabály baloldalát, q a jobboldalát, $\rightarrow$ a két oldalt elválasztó jel.
- A szabályok baloldala kötelezően tartalmaz legalább egy nemterminális szimbólumot.
- $(N \cup T)^*$ elemeit *mondatformá*knak nevezzük.

Grammatika által generált nyelv

Minden olyan szó, amely közvetetten levezethető a kezdőszimbólumból.

$$L(G) := \{\ u \in T^* \mid S \underset{G}{\Rightarrow}^* u\ \}$$

Generatív grammatika (nyelvtan)

Példa:

$G = (\{S\}, \{a,b\}, \{S \rightarrow aSb,\ S \rightarrow ab\}, S)$ egy grammatika.

Ez a grammatika az $L=\{\ a^n b^n \mid n \geq 1\ \}$ nyelvet definiálja.

Levezetés:

$S \underset{G}{\Rightarrow} aSb \underset{G}{\Rightarrow} aaSbb \underset{G}{\Rightarrow} aaaSbbb \underset{G}{\Rightarrow} aaaabbbb$

$S \underset{G}{\Rightarrow}^* a^4b^4$

Grammatika által generált nyelv

Minden olyan szó, amely közvetetten levezethető a kezdőszimbólumból.

$$L(G) := \{ u \in T^* \mid S \underset{G}{\Rightarrow}^* u \}$$

Chomsky féle grammatika típusok

Definició: A G =(N,T,P,S) grammatika i-típusú (i =0,1,2,3), ha P szabályhalmazára teljesülnek a következők:

- **i =0**: Nincs korlátozás.
- **i =1:** P minden szabálya $\mathbf{u_1Au_2} \to \mathbf{u_1vu_2}$ alakú,
  ahol $u_1,u_2,v \in (N\cup T)^*$, $A \in N$, és $v \neq \varepsilon$,

kivéve az $S \to \varepsilon$ alakú szabályt, de ekkor S nem fordul elő egyetlen szabály jobboldalán sem

(Ezt "Korlátozott ε szabály”-nak, röviden: KES szabálynak hívjuk.)

- **i =2**: P minden szabálya $\mathbf{A} \to \mathbf{v}$ alakú, ahol $A \in N$, $v \in (N\cup T)^*$.
- **i =3**: P minden szabálya vagy $\mathbf{A} \to \mathbf{uB}$ vagy $\mathbf{A} \to \mathbf{u}$ alakú,
  ahol $A,B \in N$ és $u \in T^*$.

Nyelvek típusai

Egy L nyelvet i-típusúnak nevezünk ($i \in \{0,1,2,3\}$), ha létezik olyan i-típusú grammatika, ami az L nyelvet generálja.

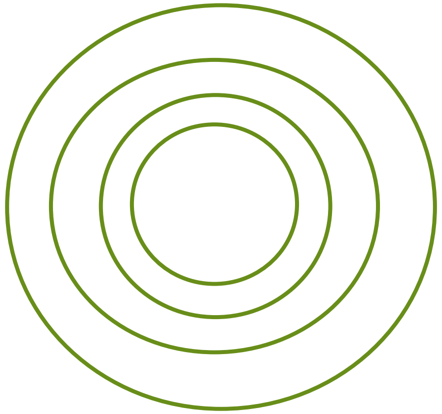
Jelölje $\mathcal{L}_i$ az i-típusú nyelvek halmazát. (Nyelvcsalád.)

Chomsky féle hierarchia

$$\mathcal{L}_3 \subseteq \mathcal{L}_2 \subseteq \mathcal{L}_1 \subseteq \mathcal{L}_0$$

Pontosabban valódi tartalmazás van

$$\mathcal{L}_3 \subset \mathcal{L}_2 \subset \mathcal{L}_1 \subset \mathcal{L}_0$$



Chomsky féle grammatika típusok

Definició: A $G=(N,T,P,S)$ grammatika i-típusú ($i=0,1,2,3$) ,ha P szabályhalmazára teljesülnek a következők:

- **i =0**: Nincs korlátozás.
- **i =1:** P minden szabálya $\mathbf{u_1Au_2 \rightarrow u_1vu_2}$ alakú,
  ahol $u_1,u_2,v \in (N \cup T)^*$, $A \in N$, és $v \neq \varepsilon$,

kivéve az $S \rightarrow \varepsilon$ alakú szabályt, de ekkor S nem fordul elő egyetlen szabály jobboldalán sem (röviden: KES)

- **i =2**: P minden szabálya $\mathbf{A \rightarrow v}$ alakú, ahol $A \in N$, $v \in (N \cup T)^*$.
- **i =3**: P minden szabálya vagy $\mathbf{A \rightarrow uB}$ vagy $\mathbf{A \rightarrow u}$ alakú,
  ahol $A,B \in N$ és $u \in T^*$.

Chomsky féle hierarchia

$$\mathcal{L}_3 \subseteq \mathcal{L}_2 \subseteq \mathcal{L}_1 \subseteq \mathcal{L}_0$$

Azonban

Grammatika típusok.pdf

$$\mathcal{G}_3 \subseteq \mathcal{G}_2 \not\subseteq \mathcal{G}_1 \subseteq \mathcal{G}_0$$

Ha a 2-es típusú szabályoknál is kikötnénk, hogy v≠ε, akkor igaz lenne a tartalmazás, és akkor triviálisan igaz lenne a nyelvcsaládokra is tartalmazás.

Nyelvtani transzformáció

A nyelvtani transzformáció olyan eljárás, amely egy G grammatikából egy másik G' grammatikát készít.

Ekvivalens transzformációról beszélünk, ha minden G grammatikára és az ő G' transzformáltjára igaz, hogy **L(G)=L(G')**.

ε-mentesítés

Tétel:

Minden $G=(N,T,P,S)$ környezetfüggetlen (2-es típusú) grammatikához megkonstruálható egy vele ekvivalens $G'=(N',T,P',S')$ környezetfüggetlen grammatika úgy, hogy P'-ben **nincs $A \rightarrow \varepsilon$** alakú szabály, kivéve, ha $\varepsilon \in L(G)$, mert akkor $S' \rightarrow \varepsilon \in P'$, de ekkor S' nem szerepelhet szabály jobboldalán.

ε-mentesítés

Első lépésben meghatározzuk, hogy mely nemterminálisokból vezethető le az üres szó.

$H := \{ A \in N \mid A \underset{G}{\Rightarrow}^{*} \varepsilon \}$

Ehhez definiáljuk a H_i $(i \geq 1)$ halmazokat:

$H_1 := \{ A \in N \mid \exists A \rightarrow \varepsilon \in P \}$

$H_{i+1} := H_i \cup \{ A \in N \mid \exists A \rightarrow w \in P \text{ és } w \in H_i^{*} \}$

$H_1 \subseteq H_2 \subseteq \ldots \subseteq H_k = H_{k+1}$ $\exists k$ és legyen $H := H_k$.

ε-mentesítés

Ekkor látható,
ha $A \in N$ és $A \underset{G}{\Rightarrow}^* \varepsilon$, akkor, és csak akkor, ha $A \in H$.

Ennek következménye, hogy

$\varepsilon \in L(G)$, akkor, és csak akkor, ha $S \in H$.

ε-mentesítés

Második lépésben átalakítjuk H ismeretében a grammatika szabályait a kellő alakúra.

$S \notin H$ estén:

$A \rightarrow v' \in P'$, akkor, és csak akkor, ha $v' \neq \varepsilon$ és $\exists A \rightarrow v \in P$ úgy,hogy v'-t v-ből úgy kapjuk, hogy elhagyunk nulla vagy több H-beli nemterminálist v-ből.

ε-mentesítés

$S \in H$ estén:

A korábbi szabályokhoz hozzá vesszük még a következő két szabályt:

$S' \rightarrow \varepsilon$ és $S' \rightarrow S$

,ahol $S' \notin N$ a G' grammatika új kezdőszimbóluma.

Megjegyzés: Az átalakítás megőrzi a 2. és 3. típust.

Példa

$L = \{ u \in \{a,b\}^* \mid \ell_a(u) = \ell_b(u) \geq 0 \}$

$G = (\{S\}, \{a,b\}, P, S)$

P: $S \rightarrow \mathbf{aSbS}$

$S \rightarrow \mathbf{bSaS}$

$S \rightarrow \varepsilon$

és $L(G) = L$. (Ezt korábban bizonyítottuk.)

Példa

$L=\{ u \in \{a,b\}^* \mid \ell_a(u)=\ell_b(u) \}$, azaz ugyanannyi „a” és „b” van a szavakban.

$G = (\{S\}, \{a,b\}, P, S)$ $\quad$ $G' = (\{S', S\}, \{a,b\}, P', S')$

P: $S \to aSbS$ $\quad$ P': $S \to aSbS$

$S \to abS$

$S \to aSb$

$S \to ab$

$S \to bSaS$ $\quad$ $S \to bSaS$

$S \to baS$

$S \to bSa$

$S \to ba$

$S \to \varepsilon$ $\quad$ $S' \to \varepsilon$, $S' \to S$

és $L(G)=L(G')$.

Példa

u=abba szó levezetése:

$S \underset{G}{\Rightarrow} aSbS \underset{G}{\Rightarrow} aSbbSaS \underset{G}{\Rightarrow} abbSaS \underset{G}{\Rightarrow} abbaS \underset{G}{\Rightarrow} abba$

$S' \underset{G'}{\Rightarrow} S \underset{G'}{\Rightarrow} abS \underset{G'}{\Rightarrow} abba$

Példa

$G = (\{S,A,B\}, \{a,b\}, P, S)$

P: $S \rightarrow aAS$

$S \rightarrow AaB$

$S \rightarrow AB$

$A \rightarrow BB$

$B \rightarrow bA$

$B \rightarrow \varepsilon$

$H_1 = \{B\}$

$H_2 = H_1 \cup \{A\} = \{A,B\}$

$H_3 = H_2 \cup \{S\} = \{A,B,S\} = N$

$H = H_3$

$G' = (\{S',S,A,B\}, \{a,b\}, P', S')$

P': $S \rightarrow aAS \mid aS \mid aA \mid a$

$S \rightarrow AaB \mid aB \mid Aa \mid a$

$S \rightarrow AB \mid B \mid A$

$A \rightarrow BB \mid B$

$B \rightarrow bA \mid b$

$S' \rightarrow \varepsilon$

$S' \rightarrow S$

Emlékeztető

Reguláris műveletek:

- **unió**
- **konkatenáció**
- (iteratív) **lezárás**

Nyelvosztályok zártsága a reguláris műveletekre

Tétel:

Az $\mathcal{L}_i$, $i = 0, 1, 2, 3$ nyelvosztályok mindegyike zárt a reguláris műveletekre nézve.

Nyelvosztály zártsága nyelvi műveletre

Legyen φ n-változós nyelvi művelet, azaz
ha $L_1,\ldots, L_n$ nyelvek, akkor $\varphi(L_1,\ldots, L_n)$ is nyelv.

Az $\mathcal{L}$ nyelvcsalád zárt a φ műveletre nézve,
ha $L_1,\ldots, L_n \in \mathcal{L}$ estén $\varphi(L_1,\ldots, L_n) \in \mathcal{L}$.

Unió

G=(N,T,P,S) legyen az L nyelvhez tartozó grammatika és

G'=(N',T,P',S') legyen az L' nyelvhez tartozó grammatika és

$N \cap N' = \emptyset$ és G, G' azonos típusúak.

i=0,2,3 esetén, legyen S_0 új szimbólum, azaz $S_0 \notin (N \cup N')$.

$G_U = (N \cup N' \cup \{S_0\}, T, P \cup P' \cup \{S_0 \to S, S_0 \to S'\}, S_0)$.

Látható, hogy G_U típusa megegyezik G,G' típusával, és $L(G) \cup L(G') = L(G_U)$

Unió

i=1 estén, ha $\varepsilon \in (L \cup L')$, akkor az előbbi módon elkészített grammatikában nem teljesül a KES.

Ezért tekintsük az $L_1 = L \setminus \{\varepsilon\}$ és $L_2 = L' \setminus \{\varepsilon\}$ nyelveket, amelyeket G_1 és G_2 1-es típusú grammatikák generálnak. Készítsük el G_U –t az előbbi módon, majd vezessünk be egy S_1 új kezdőszimbólumot és adjuk a szabályhalmazhoz az $\mathbf{S_1} \to \varepsilon$ és $\mathbf{S_1} \to \mathbf{S_0}$ szabályokat.

Emlékeztető

G=(N,T,P,S) grammatika **3-as típusú**, ha szabályai

$\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{uB}$ alakúak, ahol $A,B \in N$, $u \in T^*$ vagy

$\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{u}$ alakúak, ahol $A \in N$, $u \in T^*$

Konkatenáció

(Megjegyzés: Most csak a 3-as típusra bizonyítjuk.)

Legyen $i = 3$.

A P szabályhalmazból megkonstruálunk egy P_1 szabályhalmazt úgy, hogy minden $\mathbf{A \rightarrow u}$ alakú szabályt felcserélünk egy $\mathbf{A \rightarrow uS'}$ alakú szabályra, a többi szabályt változatlanul hagyjuk.

A $\mathbf{G_c = (N \cup N', T, P_1 \cup P', S)}$ grammatika 3-as típusú és generálja az $L(G)L(G')$ nyelvet.

Lezárás

(*Megjegyzés: Most csak a 3-as típusra bizonyítjuk.*)

Legyen i = 3.

Legyen S_0 új szimbólum, azaz $S_0 \notin N$.

Definiáljuk a P_1 szabályhalmazt úgy, hogy minden

$\mathbf{A \rightarrow u}$ alakú szabályt felcserélünk egy $\mathbf{A \rightarrow uS_0}$ alakú szabályra és ezek legyenek a P_1 elemei.

$\mathbf{G_* = (N \cup \{S_0\}, T, P_1 \cup P \cup \{S_0 \rightarrow \varepsilon, S_0 \rightarrow S\}, S_0)}$

grammatika generálja az L* nyelvet.

Emlékeztető

Reguláris műveletek:

- unió, $(L_1 \cup L_2)$
- konkatenáció, $(L_1 L_2)$
- (iteratív) lezárás. $(L^* = L^0 \cup L^1 \cup L^2 \cup \ldots)$

3-as nyelvcsalád leírásai

A 3-as nyelvcsalád nyelveit leírhatjuk

- 3-as típusú grammatikával,
- reguláris kifejezéssel,
- véges determinisztikus automatával,
- véges nemdeterminisztikus automatával.

Bizonyítható, hogy

$$\mathcal{L}_3 = \mathcal{L}_{reg} = \mathcal{L}_{VDA} = \mathcal{L}_{VNDA} .$$

Megjegyzés: A programozási nyelvek lexikális egységei a 3-as nyelvcsaládba tartoznak.

Reguláris nyelvek (rekurzív definíció)

- az elemi nyelvek: $\emptyset$, $\{\varepsilon\}$, $\{a\}$, ahol $a \in U$, azaz egy tetszőleges betű
- azon nyelvek, melyek az elemi nyelvekből az unió, a konkatenació és a lezárás műveletek véges számú alkalmazásával állnak elő;
- nincs más reguláris nyelv

Példa: $\{\{a\} \cup \{b\}\}^*\{b\} = \{ub \mid u \in \{a,b\}^*\}$

Reguláris nyelvek

Tétel: Minden L reguláris nyelvhez megadható egy G 3-as típusú grammatika, amelyre L=L(G). ($\mathcal{L}_{reg} \subseteq \mathcal{L}_3$)

Bizonyítás:

Elemi nyelvekhez adható 3-as típusú grammatika.

$G=(\{S\},\{a\},\{S\to aS\},S)$ L(G)=Ø

$G=(\{S\},\{a\},\{S\to \varepsilon\},S)$ L(G)={ε}

$G=(\{S\},\{a\},\{S\to a\},S)$ L(G)={a}

Bizonyítás folytatása

Korábban láttuk, hogy az $\mathcal{L}_3$ nyelvcsalád zárt a reguláris műveletekre nézve.

Az elemi nyelvek grammatikáiból kiindulva megkonstruálható a reguláris műveletekhez tartozó grammatika konstrukciókkal a megfelelő 3-as típusú grammatika bármely összetett reguláris nyelvhez.

Reguláris kifejezések:

Definició:

- az elemi regularis kifejezesek: Ø, ε, a , ahol a ∈ U
- ha R_1 es R_2 és R regularis kifejezesek akkor

  (R_1 | R_2);

  (R_1R_2);

  (R)* is reguláris kifejezések.
- a reguláris kifejezések halmaza a legszűkebb halmaz, melyre a fenti két pont teljesül.

Reguláris kifejezések:

Jelölje L_R az R reguláris kifejezéshez tartozó nyelvet.

$L_\emptyset = \emptyset$, $L_\varepsilon = \{\varepsilon\}$, $L_a = \{a\}$

Ha Q és R reguláris kifejezések, akkor

$L_{(Q\|R)} = L_Q \cup L_R$	unió
$L_{(QR)} = L_Q L_R$	konkatenáció
$L_{(R)^*} = (L_R)^*$	lezárás

Reguláris kifejezések:

A műveletek prioritási sorrendje növekvően:

unió, konkatenáció, lezárás.

A zárójelek elhagyhatók a reguláris kifejezésekből a prioritásoknak megfelelően.

Példák reguláris kifejezésekre

- (a|b)*b, ahol
  $L_{(a|b)^*b} = \{\{a\} \cup \{b\}\}^*\{b\} = \{ub \mid u \in \{a,b\}^* \}$

- $L_{aa^*b^*} = \{a, aa, ab, aaa, aab, abb, \ldots\}$

  $aba \notin L_{aa^*b^*}$

Példák reguláris kifejezésekre

0|1(0|1)*0 T={0,1}

A fenti reguláris kifejezésnek a páros bináris számoknak felelnek meg, vezető nullák nélkül.

Érdekes helyek, ahol gyakorolhatók a reguláris kifejezések.

https://regexone.com/

https://regexcrossword.com/

Megjegyzés: A megadott kifejezések a Flex programgenerátor kifejezéseinek részét képezik.

3-típusú grammatikák normál formája

Tétel:

Minden 3-as típusú, nyelv generálható egy olyan grammatikával, amelynek szabályai

$\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{aB}$, ahol $A, B \in N$ és $a \in T$ vagy

$\mathbf{A} \rightarrow \boldsymbol{\varepsilon}$ alakúak, ahol $A \in N$.

Megjegyzés: A 3-as normál forma alakítható majd át könnyen automatává.

3-as típusú grammatikák normálformára hozása

Legyen G=(N,T,P,S) 3-as típusú grammatika.

Megkonstruálunk egy G'=(N',T,P',S) 3-as normál formájú grammatika, melyre L(G)=L(G').

Lépesei:

1. hosszredukció
2. befejező szabályok átalakítása
3. láncmentesítés

Hosszredukció

Elhagyjuk az $\mathbf{A \rightarrow a_1 \ldots a_k B}$ alakú szabályokat,
ahol $k \geq \mathbf{2}$ és $\forall i \in [1,k]$: $a_i \in T$ és $A \in N$, $B \in N$ vagy $B=\varepsilon$.

Helyettesítjük a következő szabályokkal:

$\mathbf{A \rightarrow a_1 Z_1}$,ahol $Z_1 \notin N$, azaz új nemterminális,

$\mathbf{Z_1 \rightarrow a_2 Z_2}$,ahol $Z_2 \notin (N \cup Z_1)$

…

$\mathbf{Z_{k-1} \rightarrow a_k B}$

Megjegyzés: Minden szabályra új nemterminálisokat vezetünk be.

Befejező szabályok átalakítása

Elhagyjuk az **A→a** alakú szabályokat, ahol a∈T és A∈N.

Legyen E egy új nemterminális.
(Ez lehet közös minden befejező szabály esetén.)

Vegyük fel P’-be az

A→aE és a **E→ε** szabályokat az előbbiek helyett.

Megjegyzés: A 3-as normál forma alakítható majd át könnyen automatává.

Láncmentesítés

Elhagyjuk az **A** $\rightarrow$ **B** alakú szabályokat P-ből, ahol A, B $\in$ N.

Első lépésben meghatározzuk minden A $\in$ N esetén a

$H(A) := \{ B \in N \mid A \underset{G}{\Rightarrow}^* B \}$ halmazokat.

Ehhez definiáljuk a H_i ($i \geq 1$) halmazokat:

$H_1(A) = \{ A \}$

$H_{i+1}(A) = H_i(A) \cup \{ B \in N \mid \exists C \in H_i(A)$ és $C \rightarrow B \in P \}$

$H_1(A) \subseteq H_2(A) \subseteq \ldots \subseteq H_k(A) = H_{k+1}(A)$ $\exists k$ és legyen $H(A) := H_k(A)$.

Ezután P'-be felvesszük az **A**$\rightarrow$ **X** szabályokat,

ha $\exists B \in H(A)$ és $B \rightarrow X \in P$, ahol $X \in (T \cup N)^*$ és X nem csak egyetlen nemterminális.

Példa

P: $S \to abS$

$S \to B$

$B \to bB$

$B \to V$

$V \to aa$

hosszredukció után:

P': $S \to aZ$

$Z \to bS$

$S \to B$

$B \to bB$

$B \to V$

$V \to aY$

$Y \to aE$

$E \to \varepsilon$

Példa

P’: $S \to aZ$

$Z \to bS$

$S \to B$

$B \to bB$

$B \to V$

$V \to aY$

$Y \to aE$

$E \to \varepsilon$

$H(S)=\{S,B,V\}$

$H(B)=\{B,V\}$

$H(V)=\{V\}$

láncmentesítés után:

P’: $S \to aZ$

$Z \to bS$

$S \to bB \mid aY$

$B \to bB$

$B \to aY$

$V \to aY$

$Y \to aE$

$E \to \varepsilon$

Véges determinisztikus automata (VDA)

Definíció:

$A = (Q, T, \delta, q_0, F)$ rendezett ötöst véges determinisztikus automatának nevezzük, ahol

- Q az állapotok nem üres véges halmaza,
- T az input szimbólumok ábécéje,
- $\delta: Q \times T \rightarrow Q$ leképezés az állapot-átmeneti függvény,
- $q_0 \in Q$ a kezdőállapot,
- $F \subseteq Q$ elfogadóállapotok halmaza.

Véges determinisztikus automata (VDA)

Véges determinisztikus automata estén a

$\delta: Q \times T \rightarrow Q$ állapot-átmeneti függvény

$\forall$ (q,a) párra értelmezett, ahol

$(q,a) \in Q \times T$ és egyetlen olyan $p \in Q$ állapot

van, amelyre $\delta(q,a) = p$.

Példa

Legyen $A = (Q, T, \delta, q_0, F)$ a következő, ahol

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $T = \{a, b\}$, $F = \{q_0\}$ és

$\delta(q_0, a) = q_2$, $\delta(q_0, b) = q_1$,

$\delta(q_1, a) = q_3$, $\delta(q_1, b) = q_0$,

$\delta(q_2, a) = q_0$, $\delta(q_2, b) = q_3$,

$\delta(q_3, a) = q_1$, $\delta(q_3, b) = q_2$.

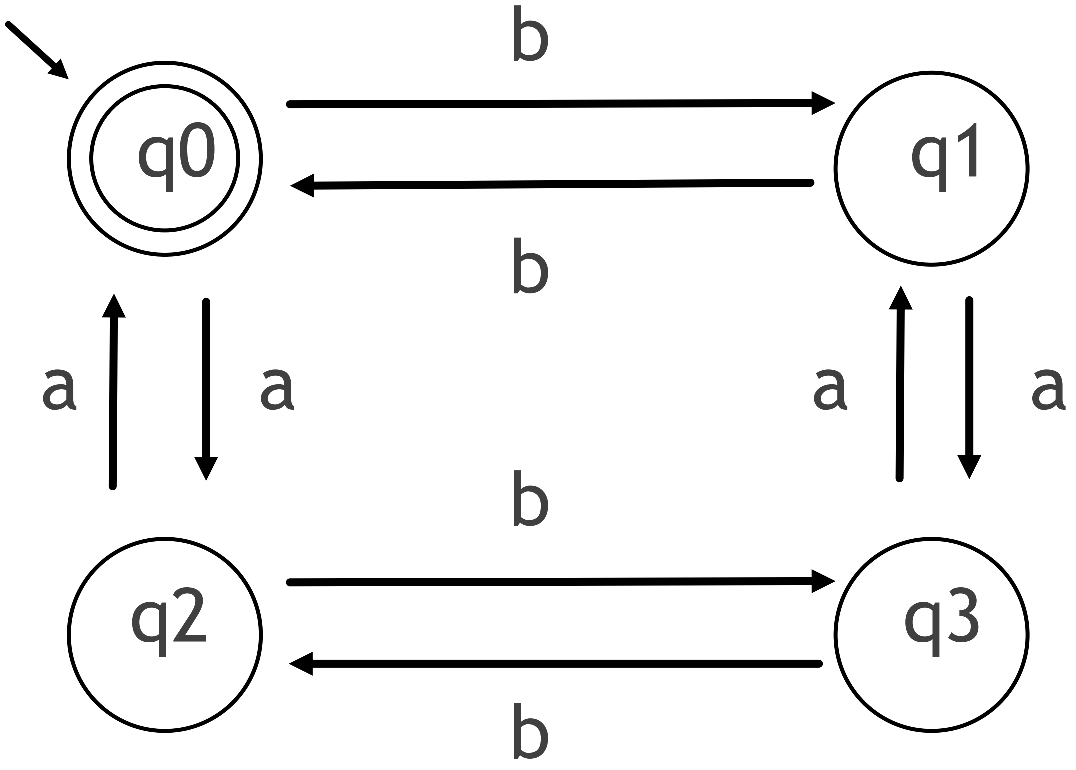
$L(A)=\{u \in T^*$ | u-ban páros sok ‚a' betű és páros sok ‚b' betű van$\}$

Példa – automata megadása táblázattal

δ	a	b
⇄ q0	q2	q1
q1	q3	q0
q2	q0	q3
q3	q1	q2

Példa – automata megadása gráffal

δ	a	b
⇄ q0	q2	q1
q1	q3	q0
q2	q0	q3
q3	q1	q2



Automata működése

δ	a	b
q0	q2	q1
q1	q3	q0
q2	q0	q3
q3	q1	q2

a	**b**	**b**	**a**	**b**	**b**		

aktuális
állapot: q0

Automata működése

δ	a	b
q0	q2	q1
q1	q3	q0
q2	q0	q3
q3	q1	q2

a	**b**	**b**	**a**	**b**	**b**		

aktuális
állapot: q2

Automata működése

δ	a	b
q0	q2	q1
q1	q3	q0
q2	q0	q3
q3	q1	q2

a	**b**	**b**	**a**	**b**	**b**		

aktuális
állapot: q3

Automata működése

δ	a	b
q0	q2	q1
q1	q3	q0
q2	q0	q3
q3	q1	q2

a	b	b	a	b	b		

aktuális
állapot: q2

Automata működése

δ	a	b
q0	q2	q1
q1	q3	q0
q2	q0	q3
q3	q1	q2

a	**b**	**b**	**a**	**b**	**b**		

aktuális
állapot: q0

Automata működése

δ	a	b
q0	q2	q1
q1	q3	q0
q2	q0	q3
q3	q1	q2

a	**b**	**b**	**a**	**b**	**b**		

aktuális
állapot: q1

Automata működése

δ	a	b
q0	q2	q1
q1	q3	q0
q2	q0	q3
q3	q1	q2

a	**b**	**b**	**a**	**b**	**b**		

aktuális
állapot: q0

q0 elfogadó
állapot, tehát a
szó jó

Köszönöm a figyelmet!