

ПЕРВООБРАЗНАЯ.

НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ
И ЕГО СВОЙСТВА

По заданным производным найдите исходные функции

$$y' = 3x^2$$

$$y' = \frac{3}{2\sqrt{x}}$$

$$y' = \sin x$$

$$y' = x^4$$

$$y = x^3$$

$$y = 3\sqrt{x}$$

$$y = -\cos x$$

$$y = \frac{x^5}{5}$$

производные

первообразные

дифференцирование



интегрирование



ПЕРВООБРАЗНАЯ

- ▶ Обозначения: $f(x)$ – производная

$F(x)$ – первообразная

- ▶ Функция F называется первообразной для функции f , если выполняется условие

$$F'(x) = f(x)$$

Основное свойство первообразной

ТЕОРЕМА. Если $F(x)$ -
первообразная функции $f(x)$,
то она может быть записана в
виде:
 $F(x) + C$, где C - некоторая
постоянная.

найдите производные функций:

$$y = x^2$$

$$y = x^2 - 10$$

$$y = x^2 + 0,5$$

$$y = x^2 + \sqrt{3}$$

$$y' = 2x$$

$$F(x) = x^2 + c$$

$$f(x) = 2x$$

► совокупность первообразных

НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

- ▶ Совокупность всех первообразных $F(x)+c$ для функции $f(x)$ называется неопределенным интегралом и обозначается

$$\int f(x)dx = F(x) + c$$

- ▶ где $f(x)$ – подинтегральная функция,
- ▶ $f(x)dx$ – подинтегральное выражение (дифференциал),
- ▶ c – постоянная интегрирования.

Свойства неопределенного интеграла

▶ 1) $\int k \cdot f(x) dx = k \int f(x) dx$

▶ 2) $\int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$

Историческая справка

Первые работы по открытию интегрального исчисления
Принадлежат еще **Евдоксу** и **Архимеду** –
первым математикам древности.



Евдокс



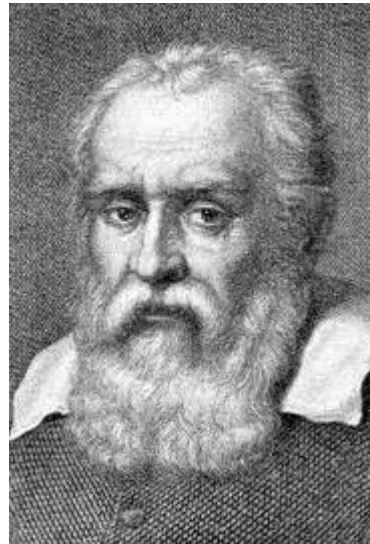
Архимед

Историческая справка

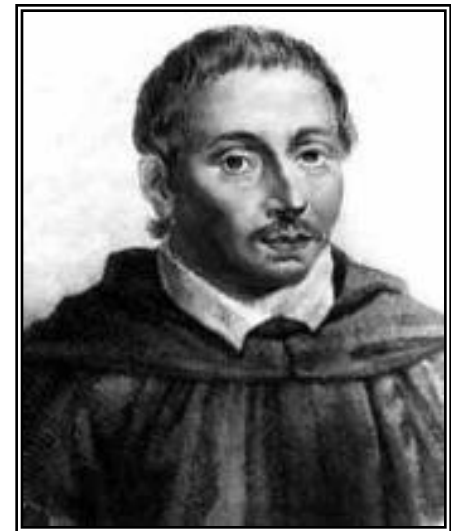
В средние века этой проблемой занимались ***И.Кеплер***,
Г.Галилей и ***Б. Кавальери***.



***Иоганн
Кеплер***



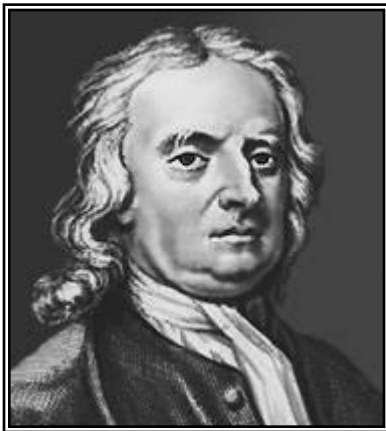
***Галилео
Галилей***



***Бонавентура
Кавальери***

Историческая справка

Подлинное открытие интегрального исчисления принадлежит двум великим ученым XVII века – **Ньютону** и **Лейбницу**.



Исаак Ньютон



**Готфрид Вильгельм
Лейбниц**

Немного истории

Знак \int – стилизованная буква S от латинского слова *summa* – “сумма”. Впервые появился у Г.В. Лейбница в 1686 году.

Применение интеграла

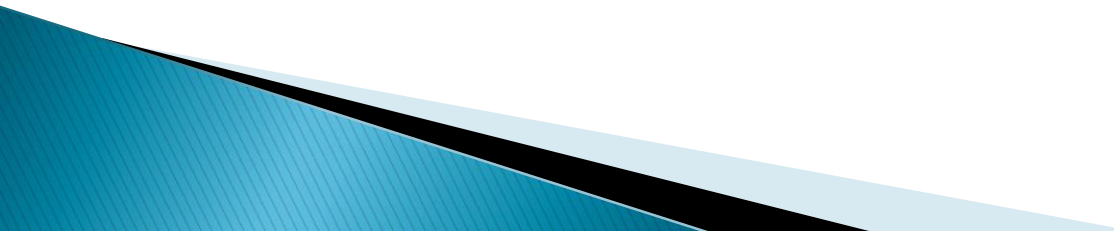
- ▶ Площадь фигуры
 - ▶ Объем тела вращения
 - ▶ Работа электрического заряда
 - ▶ Работа переменной силы
 - ▶ Центр масс
 - ▶ Формула энергии заряженного конденсатора
- 

Таблица неопределенных интегралов

1. $\int dx = x + C .$

2. $\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C, (a \neq -1) .$

3. $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C .$

4. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C .$

5. $\int e^x dx = e^x + C .$

6. $\int \sin x dx = -\cos x + C .$

7. $\int \cos x dx = \sin x + C .$

8. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctgx} + C .$

9. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tgx} + C .$

10. $\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctgx} + C .$

Таблица неопределенных интегралов

11. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C .$

12. $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C .$

Итог урока

«Считай несчастным тот день или тот час, в который ты не усвоил ничего нового и ничего не прибавил к своему образованию».

Ян Амос Коменский.