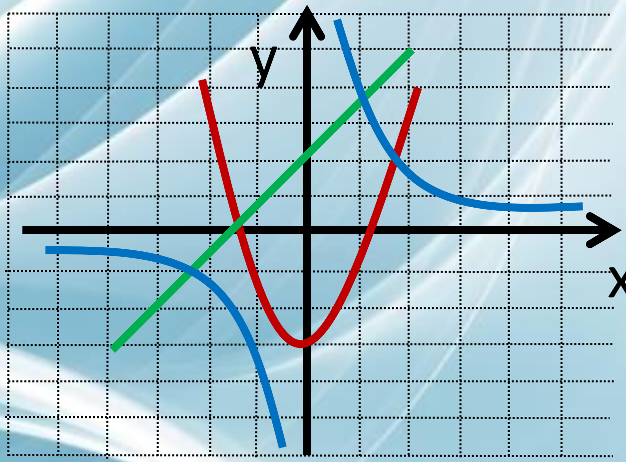
Тема: Применение производной к исследованию функции на возрастание и убывание

Цель урока:

- научиться применять таблицу производных при исследовании функций и построении графиков



Математический диктант

Вариант 1.

1. $(Cu)'=\ldots$
2. $\ldots=(u'v-v'u)/v^2$
3. $(\cos x)'=\ldots$
4. $\ldots=1/\cos^2 x$
5. $(e^x)'=\ldots$

Вариант 2.

1. $C'=\ldots$
2. $\ldots=(u'v+v'u)$
3. $(\sin x)'=\ldots$
4. $\ldots=-1/\sin^2 x$
5. $(x^n)'=\ldots$

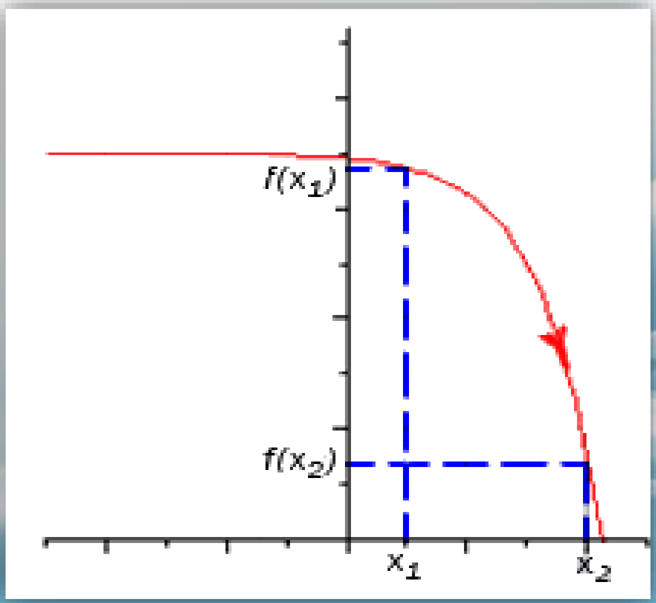
Вариант 1.

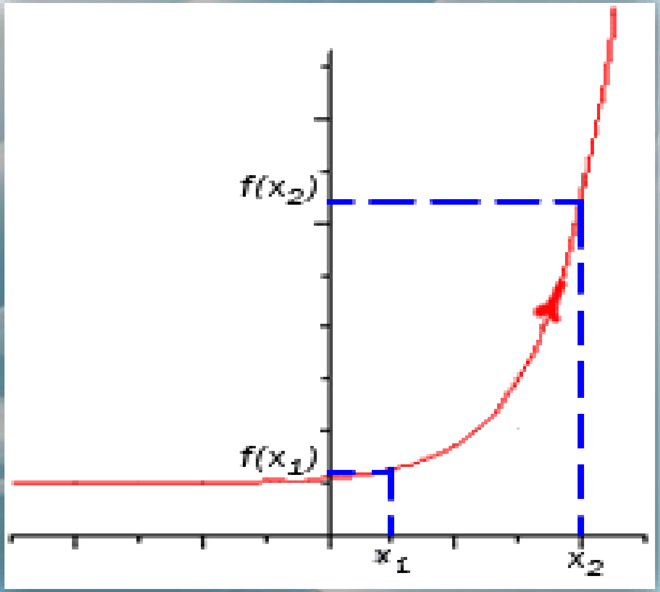
1. $(Cu)'=Cu'$
2. $(u/v)=(u'v-v'u)/v^2$
3. $(\cos x)'=-\sin x$
4. $tg\, x=1/\cos^2 x$
5. $(e^x)'=e^x$

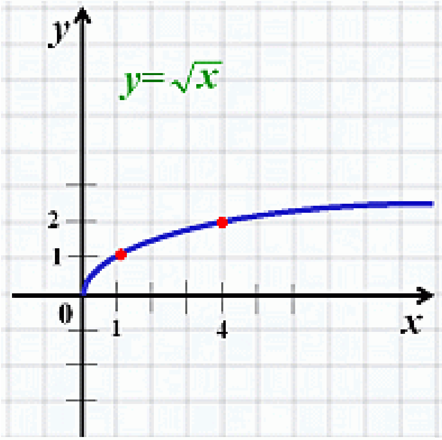
Вариант 2.

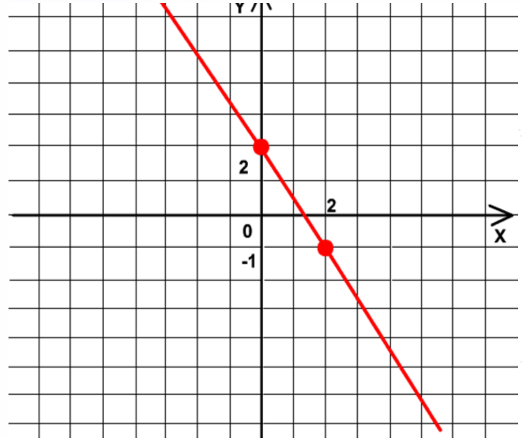
1. $C'=0$
2. $(uv)'=(u'v+v'u)$
3. $(\sin x)'=\cos x$
4. $ctg\, x=-1/\sin^2 x$
5. $(x^n)'=n*x^{n-1}$

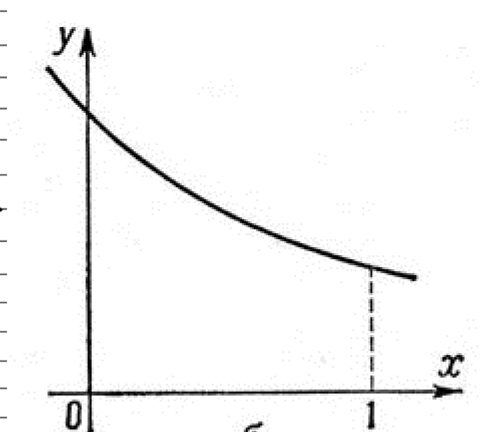
- Функция y=f(x) называется **возрастающей** в некотором интервале, если в точках этого интервала большему значению аргумента соответствует большее значение функции, и **убывающей**, если большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции.



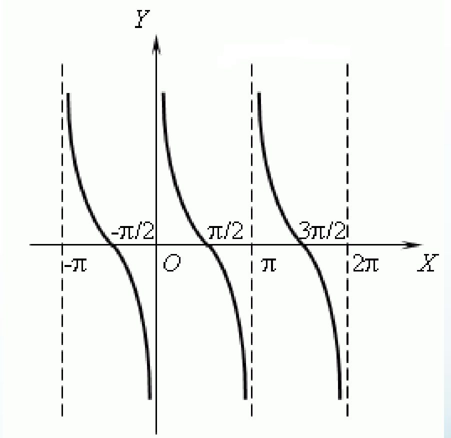


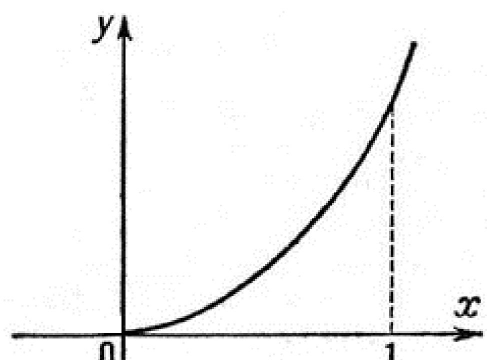

y
y=√x
2
1
0
1
4
x


Y
2
2
0
-1
x

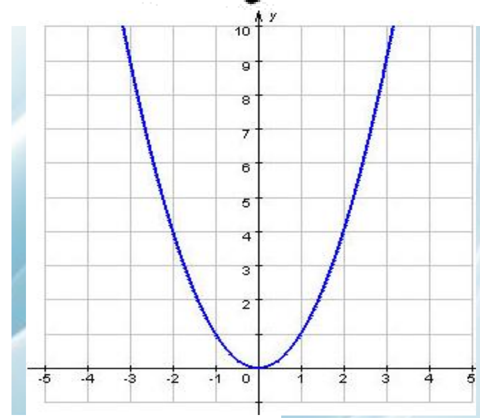

y
x
0
1

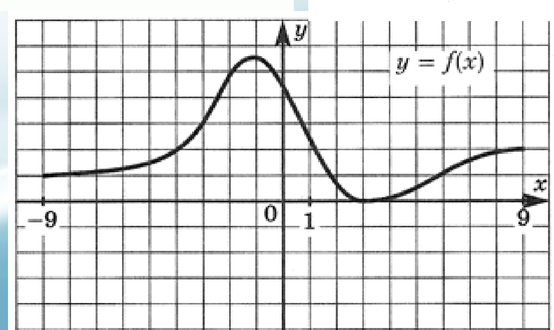
б

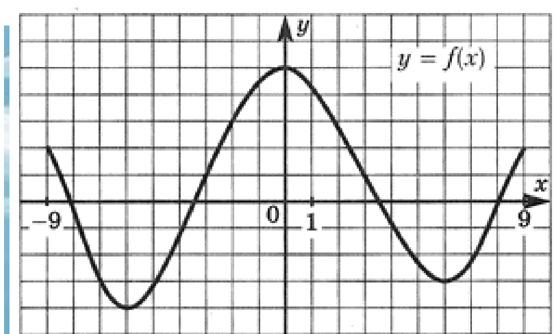

Y
-π/2
π/2
3π/2
-π
O
π
2π
X


y
x
0
1

а

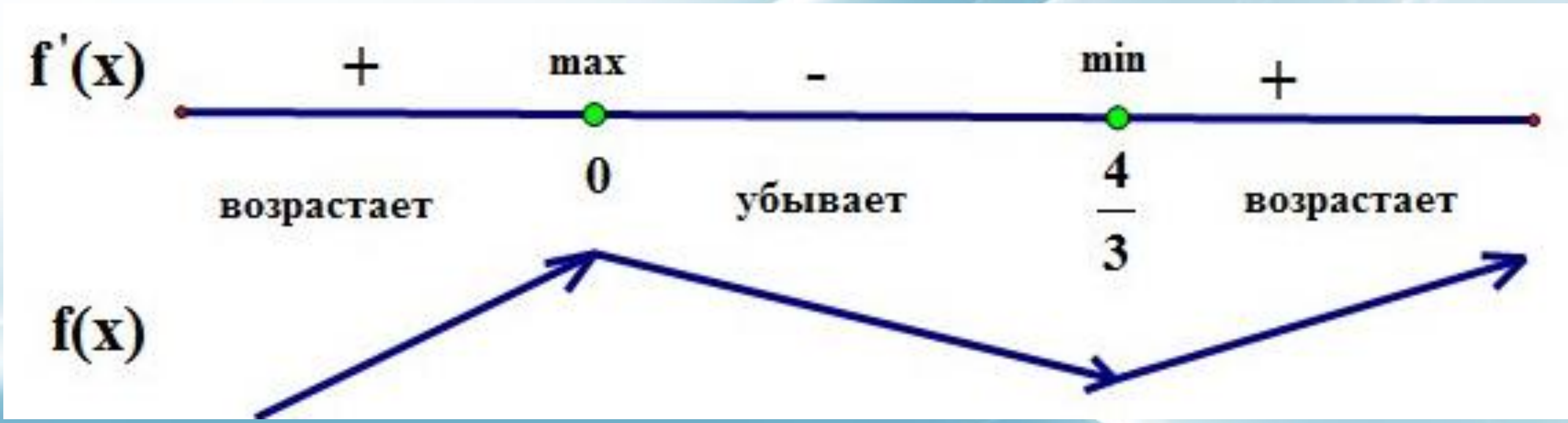

y
10
9
8
7
6
5
4
3
2
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5


y
y = f(x)
x
−9
0
1
9


y
y = f(x)
x
−9
0
1
9

Теорема

- Если производная функции y=f(x) **положительна (отрицательна)** на некотором интервале, то функция в этом интервале ***монотонно возрастает (монотонно убывает)***.



Правило нахождения интервалов монотонности

1. Вычисляем производную f’(x) данной функции.
2. Находим точки, в которых f’(x)=0 или не существует. Эти точки называются **критическими** для функции f(x).
3. Наносим найденные точки на числовую ось. Они являются **интервалами монотонности**.
4. Исследуем знак f’(x) на каждом интервале. Если **f’(x)›0**, то на этом интервале **f(x) возрастает**; если **f’(x)‹0**, то на таком интервале функция **f(x) убывает**.

Пример №1. Найти промежутки монотонности функции $y=2x^3-3x^2-36x+5$

1. **Вычисляем производную :** $y'=6x^2-6x-36$.
2. **Находим критические точки:** $y'=0$.

$$x^2-x-6=0$$

$$Д=1-4*(-6)*1=1+24=25$$

$$x_1=\frac{1-5}{2}=-2 \qquad x_2=\frac{1+5}{2}=3$$

4. **Делим область определения на интервалы:**

5. **Функция возрастает** при ***xϵ(-∞;-2]∪[3;+∞)***, *функция* ***убывает*** *при* ***xϵ[-2;3]***.

<u>Пример №2.</u> Найти промежутки монотонности функции $y=x^3-3x^2$

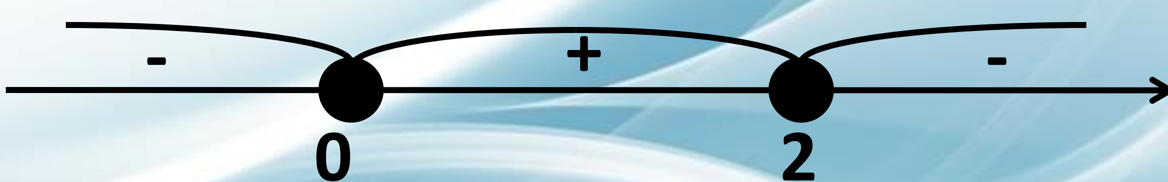
1. **<u>Вычисляем производную :</u>** $y'=3x^2-6x$.
2. **<u>Находим критические точки:</u>** $y'=0$.

$$x^2-2x=0$$

$$x(x-2)=0$$

$$x1=0 \text{ и } x2=2$$

4. **<u>Делим область определения на интервалы:</u>**



5. **Функция возрастает** при ***x***ϵ***(-∞;0]∪[2;+∞)***, *функция* ***убывает*** *при* ***x***ϵ***[0;2]***.

ТЕМА:

- Исследование функции на экстремум с помощью производной.

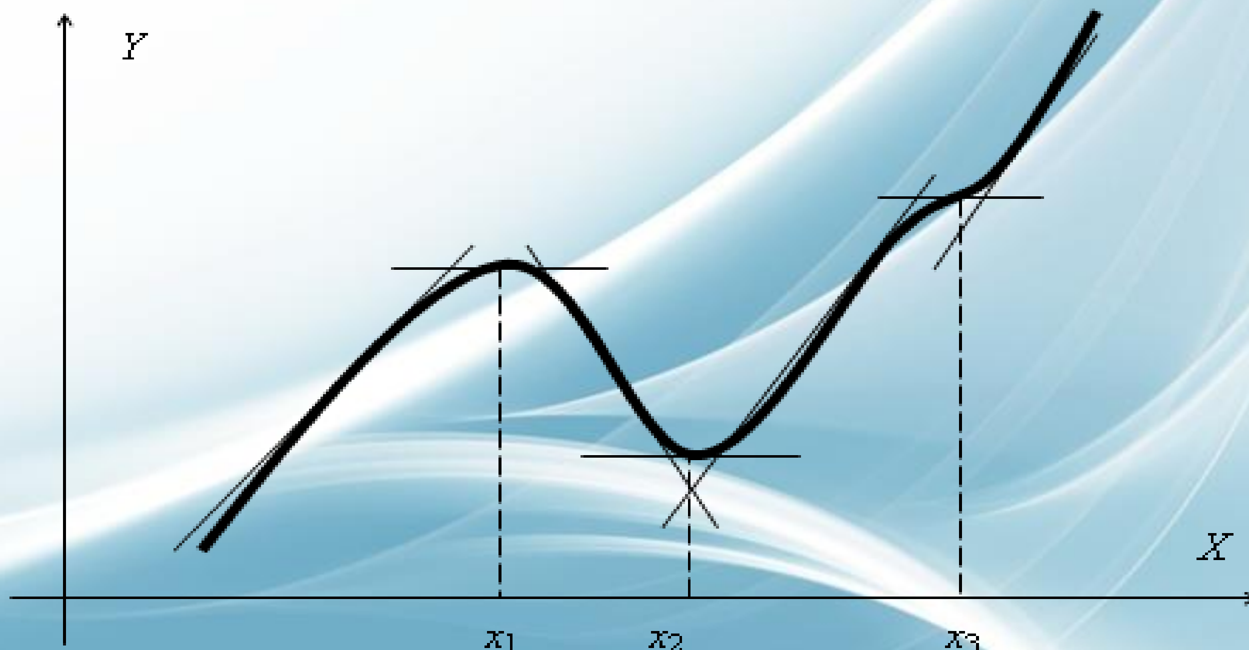
- Гр. ТОМО 9-13

- <u>Дата:</u>18.02.2014
- Преподаватель: Чемезова А.С.

- Точку $x=x_0$ называют **точкой минимума** функции $y=f(x)$, если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой выполняется неравенство $\mathbf{f(x)\geq f(x_0)}$.
- Точку $x=x_0$ называют **точкой максимума** функции $y=f(x)$, если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой выполняется неравенство $\mathbf{f(x)\leq f(x_0)}$.

Теорема 1

- Если функция y=f(x) имеет экстремум в точке $x=x_0$, то в этой точке **производная** функции или **равна нулю**, или **не существует**.



Теорема 2

- Если производная $f'(x)$ при переходе через точку x_0 **меняет знак**, то точка **x_0 является точкой экстремума** функции $f(x)$.

Если производная меняет знак с + на –, то точка будет являться точкой максимума, если с – на +, то точка будет точкой минимума

Пример №3. Найти экстремумы функции $y=-2x^3-3x^2+12x-4$

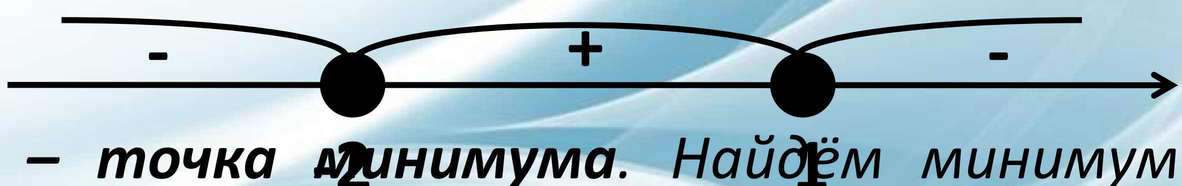
1. **Вычисляем производную :** $y'=-6x^2-6x+12$.
2. **Находим критические точки:** $y'=0$.

$$-x^2-x+2=0$$

$$Д=1-4*(-1)*2=1+8=9$$

$$x_1=1;\ x_2=-2$$

4. **Делим область определения на интервалы:**



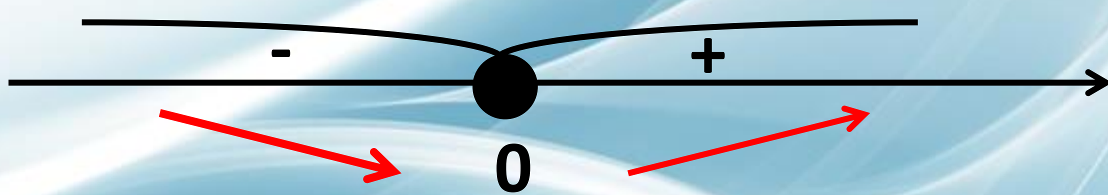
5. ***x=-2 – точка минимума***. *Найдём минимум функции* ***y_{min}=-24***. ***x=1 – точка максимума***. *Найдём максимум функции:* ***y_{max}=3***.

Работа на уроке:

- **Исследовать на экстремум функцию $y=x^2+2$.**

Решение:

1. Находим область определения функции: D(y)=R.
2. Находим производную: $y'=(x^2+2)'=2x$.
3. Приравниваем её к нулю: $2x=0$, откуда $x=0$ – критическая точка.
4. Делим область определения на интервалы и определяем знаки производной на каждом интервале:

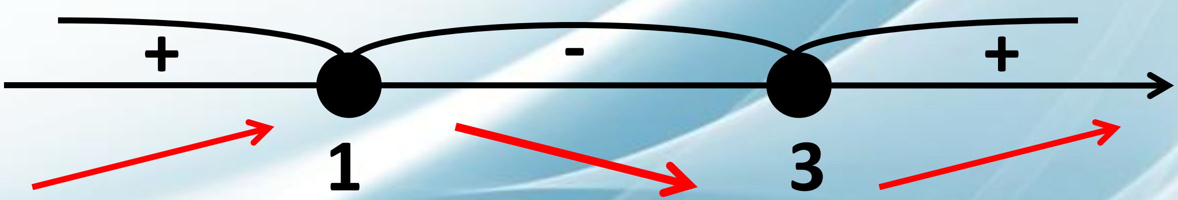


5. $x=0$ – точка минимума. Найдём минимум функции $y_{min}=2$.

Исследовать на экстремум функцию $y=1/3x^3-2x^2+3x+1$.

Решение:

1. Находим область определения функции: D(y)=R.
2. Находим производную: $y'=(1/3x^3-2x^2+3x+1)'=x^2-4x+3$.
3. Приравниваем её к нулю: $x^2-4x+3=0$, откуда $x_1=1$, $x_2=3$ – критические точки.
4. Делим область определения на интервалы и определяем знаки производной на каждом интервале:



5. x=1 – точка максимума. Найдём максимум функции $y_{max}=7/3$. x=3 – точка минимума. Найдём минимум функции: $y_{min}=1$.

№ 566. Исследовать на экстремум функцию $y=x^3+3x^2+9x-6$.

Решение:

1. Находим область определения функции: D(y)=R.
2. Находим производную: $y'=(x^3+3x^2+9x-6)'=3x^2+6x+9$.
3. Приравниваем её к нулю: $3x^2+6x+9=0$, откуда $D<0$. То есть критических точек не существует.
4. Однако, функция возрастает на всей D(y), так как $y'=3x^2+6x+9>0$:

➤**Исследовать на экстремум функцию $y=x^2-x-6$.**

Решение:

1. Находим производную: $y'=(x^2-x-6)'=2x-1$.
2. Приравниваем её к нулю: $2x-1=0$, откуда $x=1/2$ – критическая точка.
3. Делим область определения на интервалы и определяем знаки производной на каждом интервале:

4. $x=1/2$ – точка минимума. Найдём минимум функции: $y_{min}=-6{,}25$.