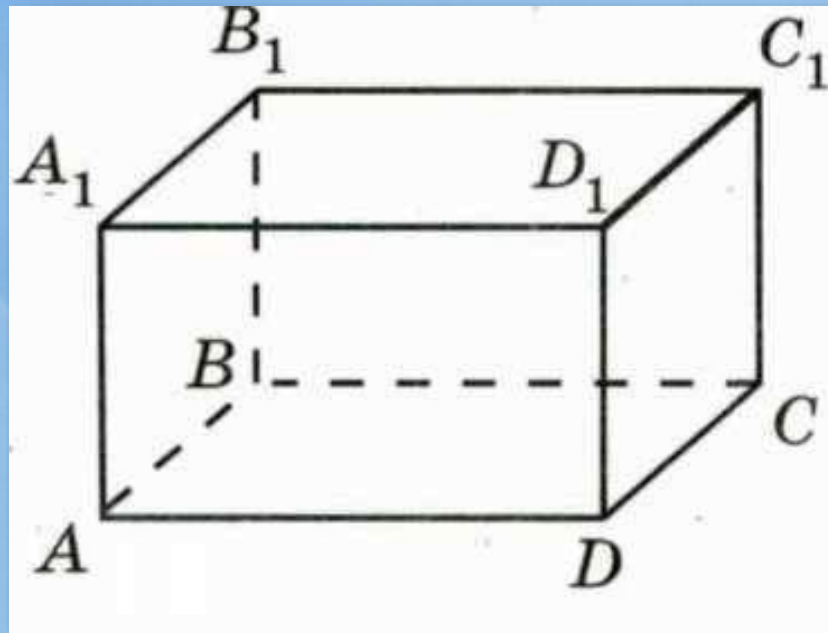




ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД. СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА.

Параллелепипедом называется призма, в основании которой параллелограмм.

Противоположные грани попарно равны и параллельны.



Параллелепипеды

```
graph TD; A[Параллелепипеды] --> B[Наклонные]; A --> C[Прямые]; C --> D[Прямоугольные]; C --> E[Непрямоугольные]
```

Наклонные

Прямые

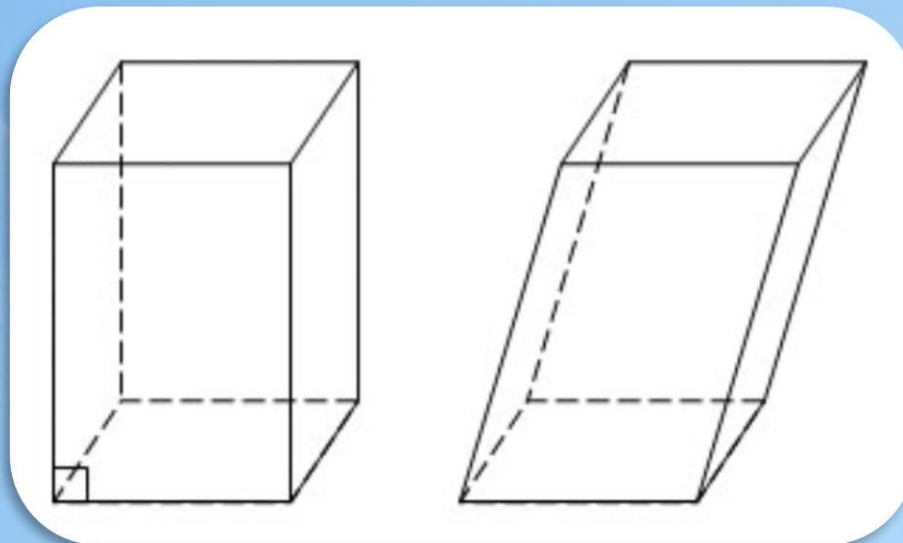
Прямоугольные

Непрямоугольные

Типы параллелепипеда

Параллелепипед называется **прямым**, если его боковые ребра перпендикулярны основаниям.

Параллелепипед называется **наклонным**, если его боковые ребра не перпендикулярны основаниям.

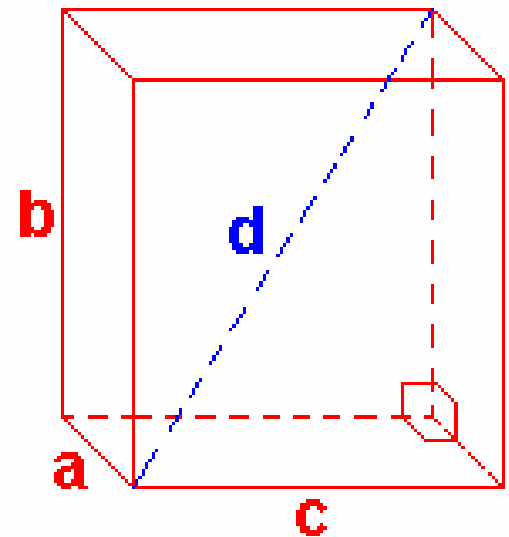


Типы параллелепипеда

Прямой параллелепипед, у которого все грани – прямоугольники, называется **прямоугольным**.

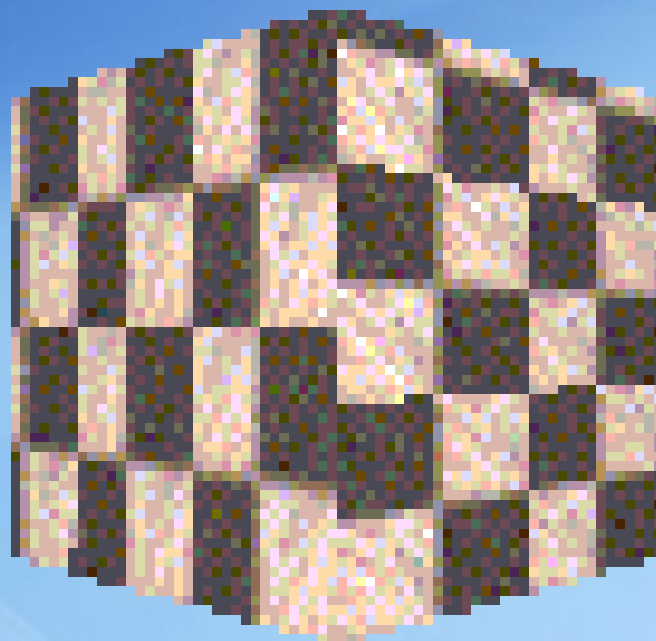
Диагональ прямоугольного параллелепипеда d и его рёбра a , b , c – линейные измерения связаны соотношением:

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2.$$



$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

Прямоугольный
параллелепипед, все грани
которого квадраты, называется
кубом. Все рёбра куба равны.



Теорема

Диагонали параллелепипеда пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.

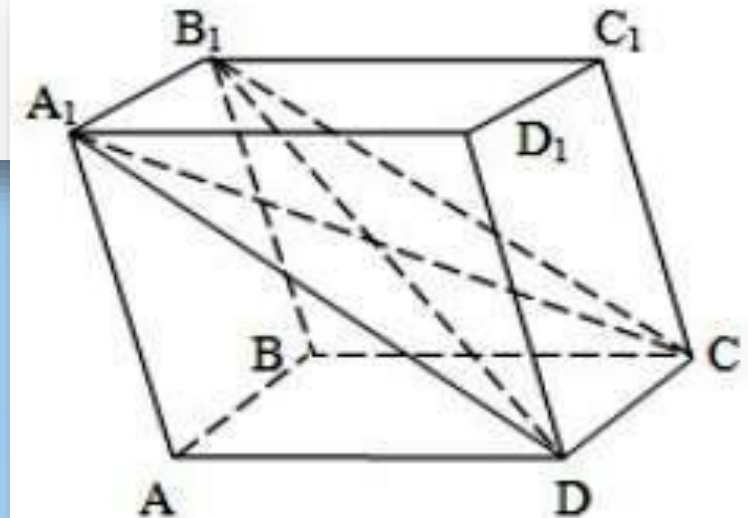
Доказательство :

$$\left. \begin{array}{l} A_1B_1CD - \text{параллелограмм} \\ (A_1B_1 \parallel DC; A_1B_1 = DC) \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} A_1C \cap B_1D = O \\ A_1O = OC \\ B_1O = OD \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} A_1D_1CB - \text{параллелограмм} \\ A_1O = OC \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} A_1C \cap D_1B = O \\ A_1O = OC \\ D_1O = OB \end{array}$$

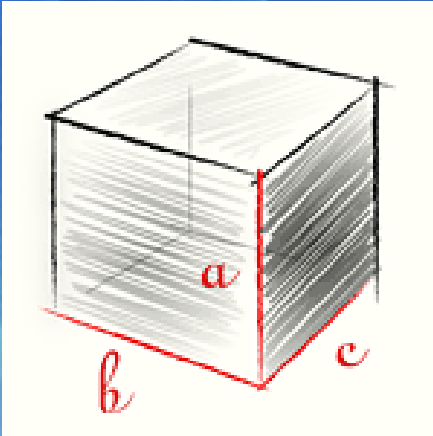
$$\left. \begin{array}{l} AB_1C_1D - \text{параллелограмм} \\ B_1O = OD \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} AC_1 \cap B_1D = O \\ AO = OC_1 \\ B_1O = OD \end{array}$$

Все диагонали параллелепипеда
проходят через точку O и делятся
этой точкой пополам,
что и требовалось доказать.



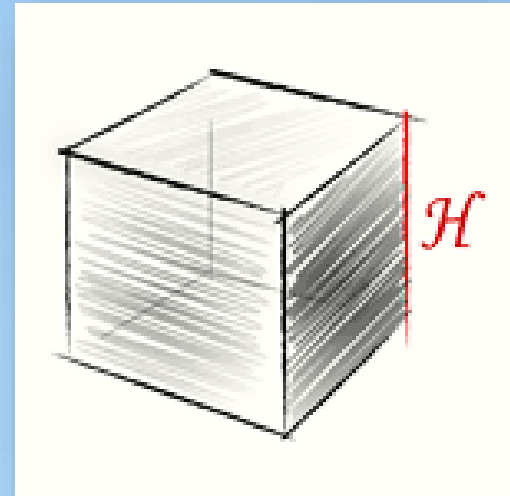
Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда

$$S = 2(ab + bc + ac)$$



Площадь поверхности куба

$$S = 6 H^2$$



ЗАДАЧА № 1

Измерения прямоугольного параллелепипеда равны: 3 см, 2 см и 6 см.

Найдите:

- а) длину диагонали параллелепипеда;
- б) длину диагонали наименьшей грани;
- в) площадь наибольшей грани;
- г) площадь наименьшей грани;
- д) площадь поверхности параллелепипеда;
- е) сумму расстояний от точки пересечения диагоналей параллелепипеда до всех его вершин.

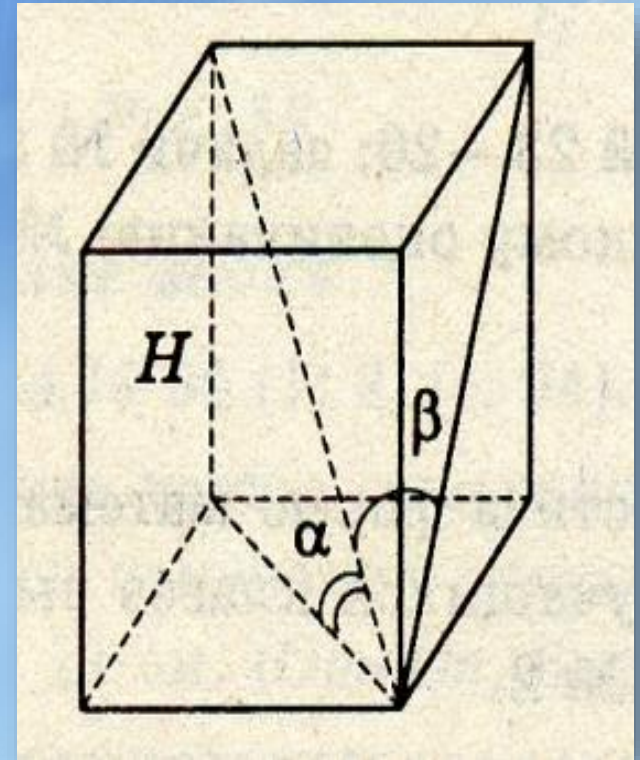
а) 7 см; б) $\sqrt{13}$ см; в) 18 см²; г) 6 см²; д) 72 см²; е) 28 см

ЗАДАЧА № 2

В прямоугольном параллелепипеде диагональ образует с основанием угол α , а с боковой гранью — угол β , боковое ребро равно H .

Найдите:

- а) диагональ параллелепипеда;
- б) сторону основания, противолежащую углу β ;
- в) другую сторону основания параллелепипеда;
- г) площадь диагонального сечения.



$$\text{а) } \frac{H}{\sin \alpha} ; \text{ б) } \frac{H \sin \beta}{\sin \alpha} ; \text{ в) } \frac{H}{\sin \alpha} \sqrt{\cos^2 \alpha - \sin^2 \beta} ; \text{ г) } H^2 \operatorname{ctg} \alpha.$$