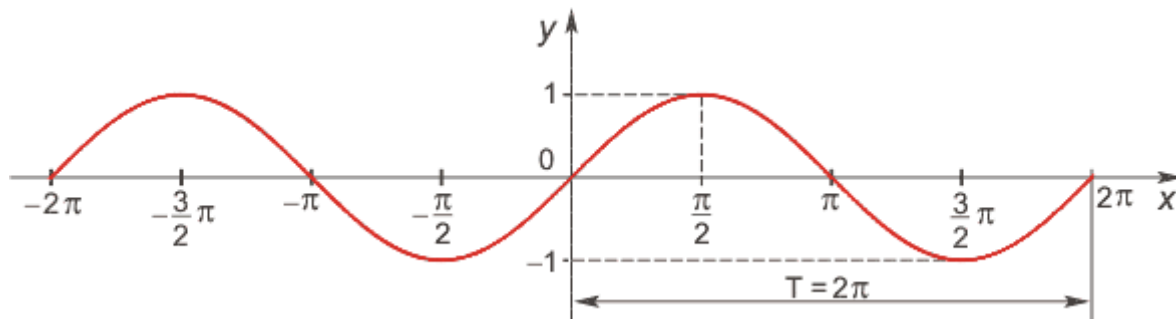


### Тема 2.1.1. Тригонометрические функции, их свойства и графики.

Основными тригонометрическими функциями являются функции:  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ .

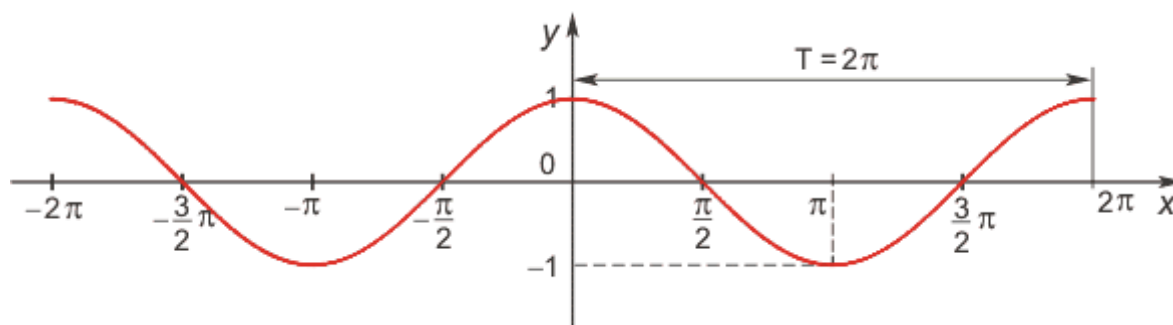
Функция синус  $y = \sin x$



- *Область определения:* множество  $\mathbf{R}$  всех действительных чисел.
- *Множество значений:*  $E(f) = [-1; 1]$ .
- *Четность, нечетность:* функция нечетная.
- *Период:*  $2\pi$ .
- *Нули:*  $\sin x = 0$  при  $x = \pi n$ ,  $n \in \mathbf{Z}$ .
- *Промежутки знакопостоянства:*  
 $\sin x > 0$  при  $x \in (2\pi n; \pi + 2\pi n)$ ,  $n \in \mathbf{Z}$ ;  $\sin x < 0$  при  $x \in (-\pi + 2\pi n; 2\pi n)$ ,  $n \in \mathbf{Z}$ .
- *Промежутки монотонности:*  
функция  $\sin x$  возрастает при  $x \in \left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right]$ ,  $n \in \mathbf{Z}$ ;  
убывает при  $x \in \left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right]$ ,  $n \in \mathbf{Z}$ .
- *Экстремумы:*  $y_{\min} = -1$  при  $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$ ,  $n \in \mathbf{Z}$ ;  
 $y_{\max} = 1$  при  $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$ ,  $n \in \mathbf{Z}$ .

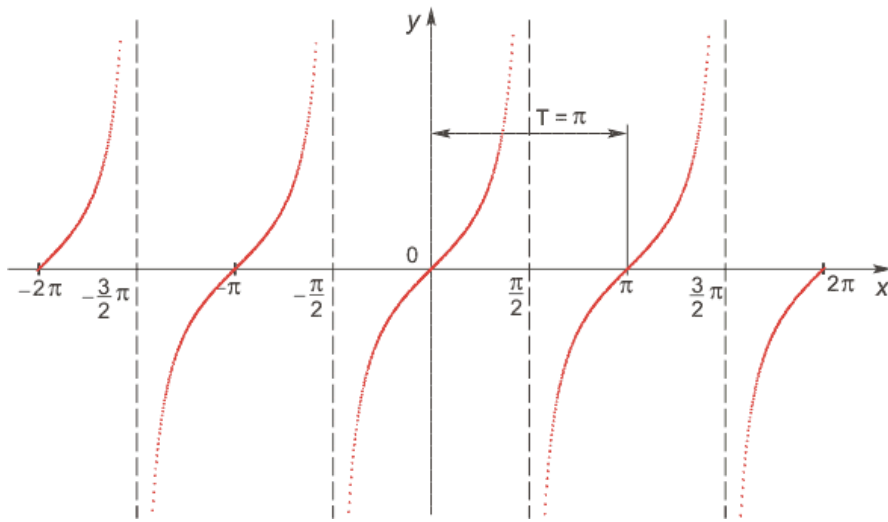
**Определение.** Линию, служащую графиком функции  $y = \sin x$ , называют *синусоидой*.

### Функция косинус $y = \cos x$



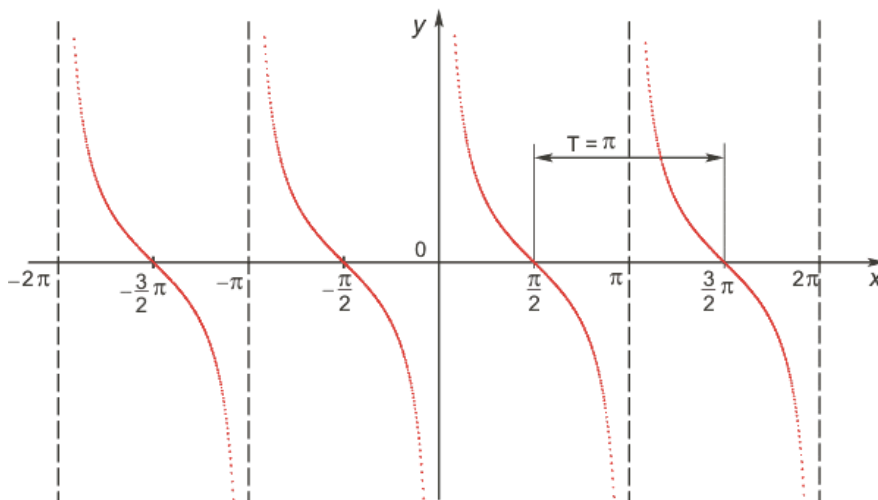
- *Область определения:* множество  $\mathbf{R}$  всех действительных чисел.
- *Множество значений:*  $E(f) = [-1; 1]$ .
- *Четность, нечетность:* функция четная.
- *Период:*  $2\pi$ .
- *Нули:*  $\cos x = 0$  при  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$ .
- *Промежутки знакопостоянства:*  
 $\cos x > 0$  при  $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right), n \in \mathbf{Z}$   
 $\cos x < 0$  при  $x \in \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right), n \in \mathbf{Z}$ .
- *Промежутки монотонности:*  
функция  $\cos x$  возрастает при  $x \in [-\pi + 2\pi n; 2\pi n], n \in \mathbf{Z}$ ; убывает  
при  $x \in [2\pi n; \pi + 2\pi n], n \in \mathbf{Z}$ .
- *Экстремумы:*  $y_{\min} = -1$  при  $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$ ;  
 $y_{\max} = 1$  при  $x = 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$ .

### Функция тангенс $y = \operatorname{tg} x$



- Область определения:  $\mathbf{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi n \mid n \in \mathbf{Z} \right\}$ .
- Множество значений:  $\mathbf{R}$ .
- Четность, нечетность: функция нечетная.
- Период:  $\pi$ .
- Нули:  $\operatorname{tg} x = 0$  при  $x = \pi n, n \in \mathbf{Z}$ .
- Промежутки знакопостоянства:  
 $\operatorname{tg} x > 0$  при  $x \in \left( \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n \right), n \in \mathbf{Z}$ ;  
 $\operatorname{tg} x < 0$  при  $x \in \left( -\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi n \right), n \in \mathbf{Z}$ .
- Промежутки монотонности: функция  $\operatorname{tg} x$  возрастает на каждом интервале из области определения.
- Экстремумы: нет.

#### Функция котангенс $y = \operatorname{ctg} x$



- Область определения:  $\mathbf{R} \setminus \{ \pi n \mid n \in \mathbf{Z} \}$ .

- *Множество значений:*  $\mathbf{R}$ .
- *Четность, нечетность:* функция нечетная.
- *Период:*  $\pi$ .
- *Нули:*  $\operatorname{ctg} x = 0$  при  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$ .
- *Промежутки знакопостоянства:*  
 $\operatorname{ctg} x > 0$  при  $x \in \left(\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in \mathbf{Z}$ ;  
 $\operatorname{ctg} x < 0$  при  $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi n\right), n \in \mathbf{Z}$ .
- *Промежутки монотонности:* функция  $\operatorname{ctg} x$  убывает на каждом интервале из области определения.
- *Экстремумы:* нет.