

Тема 2.3.1. Простейшие тригонометрические уравнения.

Уравнения вида $\sin x = a$ и $\cos x = a$, где $|a| \leq 1$, $\operatorname{tg} x = a$ и $\operatorname{ctg} x = a$, где $a \in \mathbb{R}$ являются простейшими тригонометрическими уравнениями.

$$\sin x = a$$

$$x = (-1)^k \cdot \arcsin a + \pi k, n \in \mathbb{Z}$$

$$x_1 = \arcsin a + 2\pi k, n \in \mathbb{Z}$$

$$x_2 = \pi - \arcsin a + 2\pi k, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = -a$$

$$\arcsin(-a) = -\arcsin a$$

$$x = (-1)^{k+1} \cdot \arcsin a + \pi k, n \in \mathbb{Z}$$

$$x_1 = -\arcsin a + \pi k, n \in \mathbb{Z}$$

$$x_2 = -(\pi - \arcsin a) + \pi k, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = a$$

$$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{tg} x = a$$

$$x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{ctg} x = a$$

$$x = \operatorname{arcctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\cos x = -a$$

$$\arccos(-a) = (\pi - \arccos a)$$

$$x = \pm (\pi - \arccos a) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{tg} x = -a$$

$$x = -\operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{ctg} x = a$$

$$x = -\operatorname{arcctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Пример:

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

Решение:

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Пример:

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

Решение:

$$x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Пример

$$\operatorname{tg} x = 1$$

$$\operatorname{tg} x = -1$$

$$\operatorname{ctg} x = 1$$

$$\operatorname{ctg} x = -1$$

Решение:

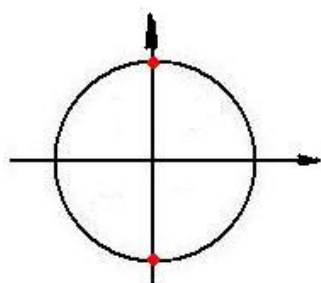
$$x = \frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Частные случаи:

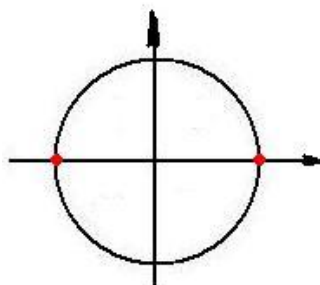
$$\cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



$$\sin x = 0$$

$$x = \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

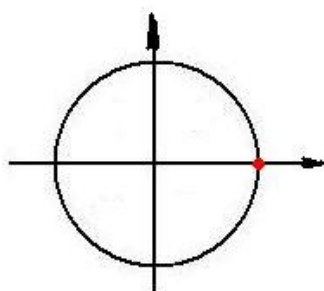


$$\operatorname{tg} x = 0$$

$$x = \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

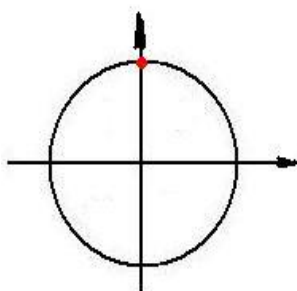
$$\cos x = 1$$

$$x = 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



$$\sin x = 1$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

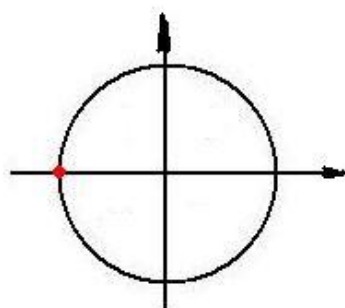


$$\operatorname{tg} x = 1$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

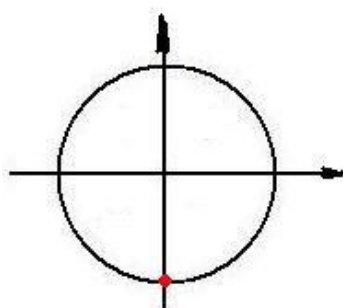
$$\cos x = -1$$

$$x = \pi + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



$$\sin x = -1$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



$$\operatorname{tg} x = -1$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$