**Карточка – информатор Арксинус, арккосинус, арктангенс**

Сформируем важное утверждение, которым удобно пользоваться при решении уравнений.

*Теорема 1.* (о корне) Пусть функция f возрастает (или убывает) на промежутке I, а число *а –* любое из значений, принимаемых f на этом промежутке. Тогда уравнение

f (х) = *а* имеет единственный корень в промежутке I.

Исходя из теоремы о корне можно дать следующее определения: арксинусу, арккосинусу и арктангенсу.

*Определение 1.* Арксинусом числа *а* называется такое число из отрезка

𝜋 2

- 𝜋 ;

2

, синус которого равен *а.*

*Определение 2.* Арккосинусом числа *а* называется такое число из отрезка [0; 𝜋], косинус которого равен *а.*

*Определение 3.* Арктангенсом числа *а* называется такое число из промежутка

𝜋 2

- 𝜋 ;

2

, тангенс которого равен *а.*

*Определение 4.* Арккотангенсом числа *а* называется такое число из промежутка [0; 𝜋], котангенс которого равен *а.*

*Утверждение 1.* Для любых чисел *х1* и *х2* из отрезка [-1;1] из неравенства

*х1* < *х2* следует:

а) arcsin *х1 <* arcsin *х2 ;*

б) arccos *х1 >* arccos *х2 .*

*Утверждение 2.* Для любых чисел *х1* и *х2* из неравенства *х1* < *х2* следует: а) arctg *х1 <* arctg *х2 ;*

б) arcctg *х1 >* arcctg *х2 .*

**Карточка – информатор Арксинус, арккосинус, арктангенс**

Используя таблицу значений тригонометрических функций, свойства функции и теорему о корне, можно составить таблицу, которая будет помогать при нахождении арксинуса, арккосинуса, арктангенса и арккотангенса (учитывая, конечно, их определения)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 𝛼 | 0 | 𝜋  6 | 𝜋  4 | 𝜋  3 | 𝜋  2 | 2𝜋  3 | 3𝜋  4 | 5𝜋  6 | 𝜋 | 7𝜋  6 | 5𝜋  4 | 4𝜋  3 | 3𝜋  2 | 5𝜋  3 | 7𝜋  4 | 11𝜋  6 | 2𝜋 |
| **sin** 𝛼 | 0 | 1  2 | √2 2 | √3 2 | 1 | √3 2 | √2 2 | 1  2 | 0 | 1  −  2 | √2  −  2 | √3  −  2 | − 1 | √3  −  2 | √2  −  2 | 1  −  2 | 0 |
| **cos** 𝛼 | 1 | √3 2 | √2 2 | 1  2 | 0 | 1  −  2 | √2  −  2 | √3  −  2 | − 1 | √3  −  2 | √2  −  2 | 1  −  2 | 0 | 1  2 | √2 2 | √3 2 | 1 |
| **tg** 𝛼 | 0 | 1  √3 | 1 | √3 | - | −√3 | − 1 | 1  −  √3 | 0 | 1  √3 | 1 | √3 | - | −√3 | − 1 | 1  −  √3 | 0 |
| **ctg** 𝛼 | - | √3 | 1 | 1  √3 | 0 | 1  −  √3 | − 1 | −√3 | - | √3 | 1 | 1  √3 | 0 | 1  −  √3 | − 1 | −√3 | - |
| 𝛼 ***\**** | 0 | 𝜋  6 | 𝜋  4 | 𝜋  3 | 𝜋  2 | 2𝜋  3 | 3𝜋  4 | 5𝜋  6 | 𝜋 |  |  |  | 𝜋  −  2 | 𝜋  −  3 | 𝜋  −  4 | 𝜋  −  6 | 0 |

Теперь для нахождения арксинуса, арккосинуса, арктангенса и арккотангенса будем использовать 𝛼 *\**

Пример 1. Найти значение arcsin (− √2)

2

РЕШЕНИЕ – АЛГОРИТМ

1. Так как надо найти arcsin, то в строчке sin 𝛼 находим заштрихованное

(выделенное) значение − √2.

2

1. В том же столбце смотрим 𝛼 *\** и получаем: arcsin (− √2) = − 𝜋

2 4

Ответ: − 𝜋 .

4

Пример 2. Найти значение arccos (− 1 )

2

РЕШЕНИЕ – АЛГОРИТМ

1. В строчке cos 𝛼 находим заштрихованное (выделенное) значение − 1.

2

1. В том же столбце смотрим 𝛼 *\** и получаем: arccos (− 1 )= 2𝜋

2 3

Ответ: 2𝜋 .

3

Пример 3. Найти значение выражения: arctg1 + arcctg (−√3)

РЕШЕНИЕ – АЛГОРИТМ

1. Найдѐм arctg1

а) В строчке tg 𝛼 находим заштрихованное значение 1.

б) В том же столбце смотрим 𝛼 *\** и получаем: arctg1 = 𝜋

4

1. Найдѐм arcctg (−√3)

а) В строчке ctg 𝛼 находим заштрихованное значение −√3.

б) В том же столбце смотрим 𝛼 *\** и получаем: arcctg (−√3) = 5𝜋

6

1. Вычисляем значение выражения arctg1 + arcctg (−√3) = 𝜋 + 5𝜋 =

𝜋 ∙ 6 + 5𝜋 ∙ 4 4 ∙6

Ответ: 13𝜋

12

= 6𝜋 + 20𝜋

24

= 26𝜋 24

= 13 ∙ 2𝜋

12∙2

4 6

= 13𝜋

12

Пример 4. Сравнение числа: arcsin (-1) и arccos √2

2

РЕШЕНИЕ – АЛГОРИТМ

1. Найдѐм arcsin (-1) (смотри пример 1)
2. Найдѐм arccos √2

2

(смотри пример 2)

1. Сравним − 𝜋 и 𝜋 ; − 𝜋 < 𝜋 , отсюда получаем arcsin (-1) < arccos √2

2 4 2 4 2

Ответ: arcsin (-1) < arccos √2

2

Пример 5. Вычислите 2 arcsin √2 +4 arccos (-1) - 5 arctg (−√3).

2

РЕШЕНИЕ – АЛГОРИТМ

* 1. Найдѐм 2 arcsin √2 ; arcsin √2 = 𝜋 ; 2 arcsin √2 = 2 𝜋 = 𝜋

2 2 4 2 4 2

* 1. Найдѐм 4 arccos (-1); arccos (-1) =π ; 4 arccos (-1) = 4π
  2. Найдѐм 5 arctg (−√3); arctg (−√3) =− 𝜋 ; 5 arctg (−√3) = 5· (− 𝜋) =

3 3

= 5 · (− 𝜋) = − 5𝜋

1 3 3

* 1. 2 arcsin √2 +4 arccos (-1) - 5 arctg (−√3) = 𝜋 + 4π – (− 5𝜋) = 𝜋 + 4𝜋 + 5𝜋 =

2

= 3𝜋 + 24𝜋 +10𝜋

6

= 37𝜋

6

2 3 2 1 3

Ответ: 37𝜋

6

Пример 6. Расположите числа в порядке возрастания:

а) arcsin 𝜋 ; arcsin (-0,3); sin 𝛼

6

б) arсctg (-7); arсctg (-2,5); arctg 1,4 РЕШЕНИЕ – АЛГОРИТМ

а) используя утверждение 1а (см. карточку-информатор) 𝜋

6

сравним 0,5; -0,3 и 0,9, получим -0,3 < 0,5 < 0,9 , а значит

arcsin (-0,3) < arcsin 0,5 < arcsin 0,9

arcsin (-0,3) < arcsin 𝜋 < arcsin 0,9

6

б) используя утверждение 1б (см. карточку-информатор) сравним -7; -2,5; 1,4, получим -7 < - 2,5 < 1,4, а значит

arсctg (-7) > arсctg (-2,5) > arctg 1,4

≈ 3 = 0,5

6

Так как по условию числа надо расположить в порядке возрастания, то arctg 1,4 < arсctg (-2,5) < arсctg (-7)

**Инструкция по самоконтролю**

1. Таблица значений тригонометрических функций.
2. Теорема о корне.
3. Определение арксинуса, арккосинуса, арктангенса и арккотангенса.
4. Для каких чисел определѐн арксинус, арккосинус, арктангенс и арккотангенс.
5. Уметь находить значения арксинуса, арккосинуса, арктангенса и арккотангенса.

**Карточка – тренажѐр Арксинус, арккосинус, арктангенс**

* 1. Вычислите:

а) arcsin 0; б) arcsin(− √3); в) arссos (− √2); г) arссos 1; д) arсctg (−√3);

е) arctg 1

√3

2 2

; ж) arctg(−√3); з) arсctg 1

√3

Ответы: а) 0; б) − 𝜋 ; в) 3𝜋 ; г) 0 ; д) 5𝜋; е) 𝜋 ; ж) − 𝜋 ; з) 𝜋 .

3 4 6 6 3 3

* 1. Найдите значение выражения. а) arctg 0 + arссos (-1);

б) arсctg (− 1 ) − arctg(−√3);

√3

в) arcsin (− 1) + arссos 1 .

2 2

Ответы: а) π; б) π ; в) 𝜋 .

6

* 1. Сравните числа:

а) arcsin √2

2

б) arссos 1

2

и arctg √3 ; и arсctg 1;

в) arcsin (− 1) и arctg (-1);

2

г) arссos 1

2

и arcsin √3 .

2

Ответы: а) arcsin √2

2

< arctg √3 ; б) arссos 1

2

> arсctg1 ;

в) arcsin (− 1) > arctg (-1); г) arссos 1 = arcsin √3 .

2 2 2

* 1. Вычислите значение выражения.

а) 2 arcsin 1

2

+ 4 arссos(− 1) + arсctg 1;

2

б) -3arctg(−√3) + arcсtg √3 - arcsin 1 ;

2

в) 2 arссos 1 + arctg(− 1 ) + arcsin (− √2).

2

Ответы: а) 13𝜋

4

√3 2

; б) π ; в) 𝜋 .

4

* 1. Расположите числа в порядке убывания.

а) arссos 0,2; arссos π; arссos 1,8; arссos (-2);

б) arсctg 1,8; arсctg 𝜋 ; arсctg (-0,2); arсctg (-1,2).

2

Ответы: а) arссos (-2); arссos 0,2; arссos 1,8; arссos π

б) arсctg (-1,2); arсctg (-0,2); arсctg 𝜋 ; arсctg 1,8.

2

* 1. Вычислите:

а) сos (arcsin 1 );

2

б) tg (arссos √3);

2

в) tg (arсctg(−√3)).

Ответы: а) √3; б 1 ; в) - 1 .

2 √3 √3

**Карточка с программным обучением Арксинус, арккосинус, арктангенс**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Задание** | **Ответы** | | | |
| **А** | **Б** | **В** | **Г** |
| **Вариант 1.** | | | | |
| 1.Арксинусом числа *а*  называется такое число из…, синус которого равен *а*. | отрезка [0;π] | отрезка  𝜋 𝜋  [− ; ]  2 2 | интервала  0; 𝜋  2 | интервала  𝜋  − ; 0  2 |
| 2. Арккотангенсом числа *а*  называется такое число из…, котангенс которого равен *а.* | отрезка  𝜋 𝜋  [− ; ]  2 2 | интервала  𝜋 𝜋  − ;  2 2 | интервала (0;π) | отрезка  𝜋  [− ; 𝜋] 2 |
| 3. Вычислите: arсcos (-0,5) | 2𝜋  −  3 | 𝜋  6 | 𝜋  −  6 | 2𝜋  3 |
| 4. Вычислите: arctg (− 1 )  √3 | 2𝜋  −  3 | 𝜋  6 | 𝜋  −  6 | 2𝜋  3 |
| 5. Вычислите:    arcsin √2 - arссos (- √2 )  2 2 | 𝜋 2 | 𝜋  −  2 | π | - π |
| 6.Вычислите: sin (2 arctg(-1)) | 1 | 2 | 0,5 | -1 |
| **Вариант 2.** | | | | |
| 1.Арккосинусом числа *а*  называется такое число из…, косинус которого равен *а*. | отрезка [0;π] | отрезка  𝜋 𝜋  [− ; ]  2 2 | интервала  0; 𝜋  2 | интервала  𝜋  − ; 0  2 |
| 2. Арктангенсом числа *а*  называется такое число из…, тангенс которого равен *а.* | отрезка  𝜋 𝜋  [− ; ]  2 2 | интервала  𝜋 𝜋  − ;  2 2 | интервала (0;π) | отрезка  𝜋  [− ; 𝜋] 2 |
| 3. Вычислите: arcsin (-0,5) | 2𝜋  −  3 | 𝜋  6 | 𝜋  −  6 | 2𝜋  3 |
| 4. Вычислите: arсctg (− 1 )  √3 | 2𝜋  −  3 | 𝜋  6 | 𝜋  −  6 | 2𝜋  3 |
| 5. Вычислите:    arссos √3 - arcsin (- √3 )  2 2 | 𝜋 2 | 𝜋  −  2 | π | - π |
| 6. Вычислите: сos(3arctg (− 1 ))  √3 | 1 | 0 | 0,5 | -1 |

**Задачник**

**Арксинус, арккосинус, арктангенс**

1. Вычислите:

а) arcsin 0; б) arcsin(− √3); в) arссos (− √2); г) arссos 1; д) arсctg (−√3);

е) arctg 1

√3

2 2

; ж) arctg(−√3); з) arсctg 1 .

√3

1. Найдите значение выражения.

а) arcsin (-1) + arcsin √3 + arctg (-1);

2

б) arcsin 1

2

+ arcsin(− √3) + arссos 0;

2

в) arссos (-1) + arctg √3;

г) arссos 1

2

+ arcsin 1 ;

2

д) arctg(−√3) + arсctg 1 ;

√3

е) 2 arcsin(− √3) + arctg (-1) + arссos √2;

2 2

ж) 3 arcsin 1

2

+ 4 arссos (− √2) - arcсtg(−√3);

2

з) arctg(−√3) − 3 arссos 1

+ arcsin 1.

2 2

1. Сравните числа:

а) arcsin (− 1 ) и arссos √3 ;

2 2

б) arссos (− 1 ) и arctg (-1) ;

2

в) arctg √3 и arcsin 1;

г) arссos (− √3) и arcsin 1 ;

2 2

д) arcsin (-1) и arctg (− 1 );

√3

е) arссos (− 1 ) и arcсtg(−√3).

2

1. Расположите числа в порядке возрастания.

а) arctg 100; arctg (-5); arctg 0,7; б) arcсtg 1,2; arcсtg π; arcсtg (-5).

1. Расположите числа в порядке убывания.

а) arcsin 17; arcsin 5𝜋; arcsin π ;

2

б) arссos (-1,7); arссos (-2,5); arссos 4.

1. Вычислите значение выражения.

а) sin (arссos (− √3)); б) сos (arctg (− 1

));

2 √3

в) tg (arcsin (− 1 )) ; г) сtg (arcsin 1 );

2 2

д) сos (arcсtg √3).