



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ \_\_\_\_\_ ИУ «Информатика и системы управления» \_\_\_\_\_

КАФЕДРА \_\_\_\_\_ ИУ-2 «Приборы и системы ориентации, стабилизации и навигации» \_\_\_\_\_

## РАСЧЕТНО-ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### *К НИРС*

*по высокоточным системам навигации*

### *НА ТЕМУ:*

*Курсовой гироскоп с динамическим демпфером*

*по оси наружной рамки*

*Вариант №10*

Студент \_\_\_\_\_ ИУ1-72 \_\_\_\_\_  
(Группа)

20/12/2020 \_\_\_\_\_  
(Подпись, дата)

Кочнов А.А.. \_\_\_\_\_  
(И.О. Фамилия)

Руководитель курсового проекта

20/12/2020 \_\_\_\_\_  
(Подпись, дата)

Щеглова Н.Н. \_\_\_\_\_  
(И.О. Фамилия)

Консультант

\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_  
(Подпись, дата)

Щеглова Н.Н. \_\_\_\_\_  
(И.О. Фамилия)

Кафедра \_\_\_\_\_ Факультет \_\_\_\_\_ ИУ \_\_\_\_\_  
ИУ2 \_\_\_\_\_

## З А Д А Н И Е

### на курсовую работу

по курсу \_\_\_\_\_ Высокоточные системы навигации \_\_\_\_\_)

Студент \_\_\_\_\_ Кочнов А.А. \_\_\_\_\_ ИУ1-72 \_\_\_\_\_  
(фамилия, инициалы) (индекс группы)

Руководитель \_\_\_\_\_ Щеглова Н.Н. \_\_\_\_\_  
(фамилия, инициалы)

Срок выполнения проекта по графику: 10 % к 3\_нед., 50 % к 7\_нед., 75 % к 10\_нед.,  
100% к 15\_нед.

Защита работы .....2020г.

I. Тема работы \_\_\_\_\_ Курсовой гироскоп с динамическим демпфером по оси наружной рамки.

II. Техническое задание \_\_\_\_\_ Исследовать динамическую систему с динамическим демпфером и сопутствующей нелинейностью:

1. Пояснить назначение и принцип работы прибора.
2. Записать уравнения движения с сопутствующей нелинейностью.
3. Для идеализированной линейной системы преобразовать исходные уравнения к векторно-матричной форме и записать уравнения для передаточной функции гиросистемы:  
а) как объекта управления;  
б) как объекта стабилизации.
4. Осуществить оптимизацию параметров упруго-диссипативной связи для динамических элементов гиросистемы по критерию  $\min_{\omega} |W(j\omega)|$ .
5. Построить АЧХ механической части гиросистемы с оптимальными параметрами  $\mu$  и  $C$ .
6. Осуществить синтез цепи обратной связи на условия заданной статической точности и необходимых запасов устойчивости.
7. Построить переходной процесс по интересующим координатам при действии постоянного возмущающего момента.
8. Построить АЧХ податливости замкнутой гиросистемы.
9. Построить АЧХ динамического коэффициента подавления колебаний.
10. Построить структурную схему гиросистемы с сопутствующей нелинейностью и преобразовать ее к одноконтурной, выделив нелинейный элемент и приведенную линейную часть. Записать выражение для передаточной функции приведенной линейной части.
11. Обосновать возможность применения метода гармонической линеаризации. Построить ЛАЧХ приведенной линейной части.
12. Осуществить гармоническую линеаризацию нелинейной системы. Записать условие амплитудно-фазового баланса.
13. Решить уравнение амплитудно-фазового баланса на комплексной плоскости. Построить АФХ приведенной линейной части и инверсную характеристику гармонически линеаризованного нелинейного элемента.
14. Численным методом решить нелинейные уравнения, полученные в п.1. Записать переходный процесс. Определить параметры автоколебаний.
15. Сравнить результаты, полученные в п. 13 и п.14.
16. Сделать выводы о влиянии сопутствующей нелинейности на устойчивость гиросистемы.

III. Объем и содержание проекта (графических работ \_\_\_\_\_ нет \_\_\_\_\_ листов  
формата А1, расчетно-пояснительная записка на \_\_\_\_\_ 30-40 \_\_\_\_\_ листах формата А4) \_\_\_\_\_

Студент .....

Руководитель проекта.....

Дата выдачи «...3...»...сентября..2020.г.

*Параметры механической части:*

Момент инерции системы относительно оси  $y$ ..... $A_1 = 50 \text{ гсмс}^2$ ;

Момент инерции системы относительно оси  $x$ ..... $B = 10 \text{ гсмс}^2$

Момент инерции маховика динамического демпфера относительно оси  $y$ ..... $A_2 = 10 \text{ гсмс}^2$ ;

Кинетический момент гироскопа..... $H = 10^4 \text{ гсмс}$ ;

Статическая ошибка по углу  $\beta$ ..... $\beta^* \leq 30''$ ;

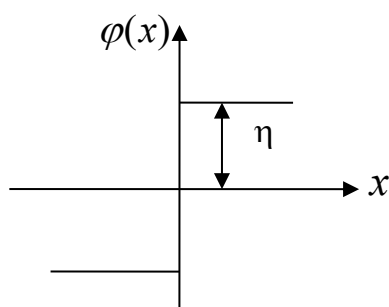
Статическая ошибка по углу  $\alpha$ ..... $\alpha^* \leq 10''$ ;

Возмущающий момент..... $M_a = 100 \text{ гсм}$ .

Сопутствующая нелинейность:

$\varphi(x)$  – сухое трение в оси наружной рамки.

$\eta = 10 \text{ гсм}$



**РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА**

1. Пельпор Д.С. Гироскопические системы. Ч.1.
2. Пельпор Д.С. Гироскопические системы. Проектирование гироскопических систем. Ч.2.
3. Бесекерский В.А., Фабрикант Е.А. Динамический синтез систем гироскопической стабилизации.
4. Солодовников В.В. Теория автоматического управления техническими системами.
5. Черников С.А. Динамика систем гироскопической стабилизации.
6. Попов Е.П. Учебное пособие для ИУ1 по гармонической линеаризации.

# Оглавление

<b>Задание</b>	<b>2</b>
<b>Используемые обозначения и сокращения</b>	<b>5</b>
<b>Расчётная часть</b>	<b>6</b>
1. Назначение и принцип работы прибора . . . . .	6
2. Уравнения движения ГПК с соответствующей нелинейностью	6
3. Расчёт выражения для передаточных функций гиросистемы как объекта управления и как объекта стабилизации . . .	7
4. Оптимизация параметров упруго-диссипативной связи динамических элементов гиросистемы по критерию $\min \max  W(j\omega) $ . . .	8
5. АЧХ механической части гиросистемы с оптимальными параметрами $\mu$ и $C$ . . . . .	12
6. Синтез цепи обратной связи на условия заданной статической точности и необходимых запасов устойчивости . . . . .	13
7. Построение переходного процесса по интересующим координатам при действии постоянного возмущающего момента . . . . .	15
8. Построить АЧХ податливости замкнутой гиросистемы . .	16
9. Построение АЧХ динамического коэффициента подавления колебаний . . . . .	17
10. Структурная схема гиросистемы с сопутствующей нелинейностью и преобразование ее к одноконтурной. Выражение для передаточной функции приведенной линейной части . . . .	19
11. Обоснование возможности применения метода гармонической линеаризации. Построение ЛАЧХ приведенной линейной части . . . . .	20
12. Гармоническая линеаризация нелинейной системы. Условие амплитудно-фазового баланса . . . . .	20
13. Решение уравнения амплитудно-фазового баланса, определение параметров автоколебаний . . . . .	22
14. Решение исходных нелинейных уравнений численными методами	23
<b>Выводы</b>	<b>25</b>
<b>Список использованных источников</b>	<b>26</b>

## Используемые обозначения и сокращения

### Сокращения

ДД	динамический демпфер
ПФ	передаточная функция
ОДЗ	область допустимых значений (функции)

### Обозначения

$x, y$	оси внутренней и наружной рамок соответственно
$\alpha, \beta$	углы поворота вокруг осей $y$ и $x$
$\alpha_d = \alpha_2$	угол поворота ДД по оси $y$
$A = A_1$	суммарный момент инерции системы относительно оси наружной рамки $y$
$A_{ДД} = A_2$	момент инерции маховика динамического демпфера относительно оси $y$
$B$	суммарный момент инерции системы относительно оси внутренней рамки $x$
$H$	кинематический момент ротора гироскопа
$\mu_\alpha, \mu_\beta$	коэффициенты вязкого трения в осях наружной и внутренней рамок
$K_{OC}$	коэффициент обратной связи
$M_\alpha, M_\beta$	внешние моменты, действующие на систему по осям $y$ и $x$
$\varphi(\dot{\alpha}), \eta$	функция и коэффициент нелинейности сухого трения в оси наружной рамки
$C, \mu$	коэффициенты упругой и диссипативной связей
$M_{ДД}$	момент упруго-диссипативного взаимодействия кожуха курсового гироскопа с инерционной массой динамического демпфера

# Расчётная часть

## 1. Назначение и принцип работы прибора

Заданный курсовой прибор является гиropolукомпасом, так как предназначен для отслеживания заданного азимута. Гиropolукомпас (ГПК) – курсовой гироскопический прибор, построенный на основе трехстепенного астатического гироскопа, имеет системы горизонтальной и азимутальной коррекции. Кинематическая схема ГПК приведена на рисунке 1. Система горизонтальной коррекции состоит из ЧЭ – датчика угла  $\Delta y_1$ , расположенного по оси внутренней рамки гироскопа, и исполнительного элемента – электродвигателя ЭДВ, создающего момент относительно оси наружной рамки  $Oy_1$ . Базовая система координат  $O\xi\eta\zeta$  – географическая.

При отклонении вектора  $H$  от плоскости горизонта на угол  $\beta$  на выходе  $\Delta y_1$  появляется напряжение  $U = K_{\Delta y}\beta$  при  $\beta < \beta_n$ . ЭДВ при наличии тока создает момент  $M_{\text{эдв}} = E\beta$  относительно оси наружной рамки  $Oy_1$ , из-за чего возникает прецессия гироскопа  $\dot{\beta} = \frac{M_{\text{эдв}}}{H} = \frac{E\beta}{H} = \varepsilon\beta$ .

Датчик момента ДМ азимутальной коррекции управляется напряжением, поступающим с пульта, и компенсирует величину  $\omega_\zeta \approx U \sin(\varphi)$ . Момент ДМ азимутальной коррекции  $M_{\text{ДМ}_2} \approx H\omega_\zeta = HU/\sin(\varphi)$ . Система азимутальной коррекции позволяет скомпенсировать постоянную составляющую  $\omega_0$  собственной скорости прецессии. Поэтому на пульте устанавливаются 2 потенциометра со шкалами  $\varphi$  (в градусах – широта), и  $\omega_0$  (гр/ч). Величину  $\omega_0$  определяют по показаниям ГПК в сравнении с показаниями других средств (GPS, магнитный компас) на стоянке аэродрома или в прямолинейном полете с постоянной линейной скоростью. Момент азимутальной коррекции с учетом  $\omega_0$ :  $M_{\text{ДМ}_2} \approx H(U \sin(\varphi) + \omega_0)$ .

ГПК предназначены для отслеживания азимута (заданного направления) и находят широкое применение в авиации и наземных объектах.

## 2. Уравнения движения ГПК с соответствующей нелинейностью

1) Уравнение движения наружной рамки:

$$A\ddot{\alpha} + M_{\text{дд}} - H\dot{\beta} - K_{\text{ос}}\beta + \varphi(\dot{\alpha}) = M_\alpha$$

2) Уравнение движения внутренней рамки

$$B\ddot{\beta} + \mu_\beta\dot{\beta} + H\dot{\alpha} = M_\beta$$

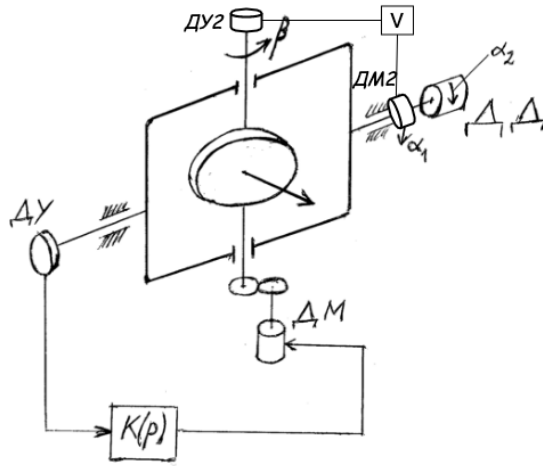


Рисунок 1 — Общий вид системы

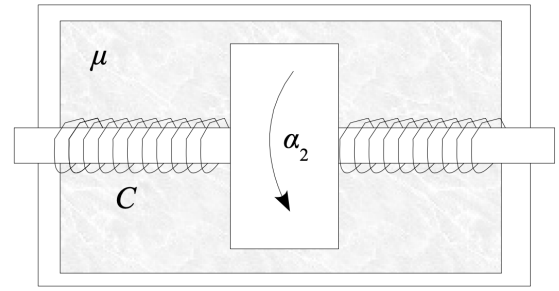


Рисунок 2 — Демпфер

3) Уравнение движения динамического демфера

$$A_d \ddot{\alpha}_d - M_{ДД} = M_{\alpha_d}$$

4) Момент динамического демфера

$$M_{ДД} = \mu(\dot{\alpha} - \dot{\alpha}_d) + C(\alpha - \alpha_d)$$

### 3. Расчёт выражения для передаточных функций гиросистемы как объекта управления и как объекта стабилизации

Запишем уравнения движения без учета трения в опорах (и, соответственно, нелинейности):

$$\begin{cases} A\ddot{\alpha} + \mu(\dot{\alpha} - \dot{\alpha}_d) + C(\alpha - \alpha_d) - H\dot{\beta} - K_{OC}\beta = M_{\alpha}, \\ B\ddot{\beta} + H\dot{\alpha} = M_{\beta}, \\ A_d\ddot{\alpha}_d - \mu(\dot{\alpha} - \dot{\alpha}_d) - C(\alpha - \alpha_d) = M_{\alpha_d} \end{cases} \quad (1)$$

Преобразуем систему уравнений по Лапласу:

$$\begin{cases} A\alpha s^2 + \mu s(\alpha - \alpha_d) + C(\alpha - \alpha_d) - H\beta s - K_{OC}\beta = M_{\alpha}, \\ B\beta s^2 + H\alpha s = M_{\beta}, \\ A_d\alpha_d s^2 - \mu s(\alpha - \alpha_d) - C(\alpha - \alpha_d) = M_{\alpha_d}, \end{cases} \quad (2)$$

и запишем в векторно-матричной форме:

$$\begin{bmatrix} As^2 + \mu s + C & -Hs - K_{OC} & -\mu s - C \\ Hs & Bs^2 & 0 \\ -\mu s - C & 0 & A_d s^2 + \mu s + C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \alpha_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_\alpha \\ M_\beta \\ M_{\alpha_d} \end{bmatrix}.$$

Разрешим полученную систему уравнений относительно вектора  $[\alpha \ \beta \ \alpha_d]^T$ :

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \alpha_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{M_\alpha}^\alpha & W_{M_\beta}^\alpha & W_{M_{\alpha_d}}^\alpha \\ W_{M_\alpha}^\beta & W_{M_\beta}^\beta & W_{M_{\alpha_d}}^\beta \\ W_{M_\alpha}^{\alpha_d} & W_{M_\beta}^{\alpha_d} & W_{M_{\alpha_d}}^{\alpha_d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_\alpha \\ M_\beta \\ M_{\alpha_d} \end{bmatrix}.$$

Заметим, что искомая матрица передаточных функций - ни что иное как обратная матрица системы уравнений. Получим её с помощью возможностей символьного вычисления Matlab. Для дальнейшей работы необходимы лишь две передаточных функции, их и запишем:

1) системы как объекта управления

$$W_{M_\alpha}^\beta = \frac{-H(A_d s^2 + \mu s + C)}{\Delta},$$

2) системы как объекта стабилизации

$$W_{M_\alpha}^\alpha = \frac{Bs(A_d s^2 + \mu s + C)}{\Delta},$$

Здесь  $\Delta$  - определитель матрицы системы (после сокращения одной  $s$ ):

$$\begin{aligned} \Delta = & AA_d Bs^5 + \mu B(A + A_d)s^4 + (A_d H^2 + BC(A + A_d))s^3 + \\ & + H(A_d K_{OC} + H\mu)s^2 + H(CH + K_{OC}\mu)s + CHK_{OC}. \end{aligned}$$

Получили передаточные функции системы как объекта управления и объекта стабилизации в общем виде.

#### 4. Оптимизация параметров упруго-диссипативной связи динамических элементов гиросистемы по критерию $\min \max |W(j\omega)|$

Проведём оптимизацию параметров  $\mu$  и  $C$  для ДД. Для этого рассмотрим разомкнутую ПФ курсового гироскопа как объекта стабилизации (принимая  $K_{OC} = 0$ ).



Запишем полное выражение вышеназванной ПФ с указанными допущениями:

$$W_{M_\alpha}^\alpha = \frac{Bs(A_\text{д}s^2 + \mu s + C)}{AA_\text{д}Bs^5 + \mu B(A + A_\text{д})s^4 + (A_\text{д}H^2 + BC(A + A_\text{д}))s^3 + H^2\mu s^2 + CH^2s} \quad (3)$$

Эта ПФ обладает замечательным свойством: при одном значении  $C$ , но разных  $\mu$ , на АЧХ будут существовать две инвариантные точки (все АЧХ пересекаются в них). При изменении  $C$  эти точки будут перемещаться.

Целью оптимизации является минимизация максимумов АЧХ ПФ, а именно минимизация резонансных пиков АЧХ. Таким образом, учитывая особенности нашей ПФ, оптимизация сводится к следующим двум этапам:

- Поиск значения  $C^*$ , при котором инвариантные точки будут располагаться на одном уровне, тем самым обеспечивается минимальное значение амплитуды в обеих инвариантных точках;
- Поиск значения  $\mu^*$ , обеспечивающего минимальное значение резонансных пиков.

### Поиск значения $C^*$

Условие инвариантности имеет следующий вид:

$$|W(j\omega)|_{\mu=0} = |W(j\omega)|_{\mu=\infty}$$

После раскрытия модуля получаем:

$$W(j\omega)_{\mu=0} = -W(j\omega)_{\mu=\infty}$$

С помощью Matlab вычислим пределы:

$$\begin{aligned} \frac{B(A_\text{д}(j\omega)^2 + C)}{AA_\text{д}B(j\omega)^4 + (A_\text{д}H^2 + BC(A + A_\text{д}))(j\omega)^2} &= \frac{-B}{B(A + A_\text{д})(j\omega)^2 + H^2} \\ \frac{B(A_\text{д}\omega^2 - C)}{AA_\text{д}B\omega^4 - (A_\text{д}H^2 + BC(A + A_\text{д}))\omega^2 + CH^2} &= \frac{B}{H^2 - B(A + A_\text{д})\omega^2} \quad (4) \end{aligned}$$

Решаем уравнение относительно  $C$ . В результате получаем четыре корня. Два из них отрицательные и не удовлетворяют ОДЗ. Два других же вполне соответствуют инвариантным точкам  $\omega_1$  и  $\omega_2$ :

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{A_\text{д}H^2 + BC(A + A_\text{д}) \pm \sqrt{B^2C^2(A^2 + A_\text{д}^2) + 2AA_\text{д}BC^2 - 2AA_\text{д}BCH^2 + A_\text{д}^2H^4}}{A_\text{д}B(2A + A_\text{д})}}$$

Подставив численные значения, получаем следующие функции:

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{10^6 + 0,6C \pm \sqrt{0,36C^2 - 10^6C + 10^{12}}}{11}}$$

Известно, что в инвариантных точках значения амплитуд равны, что можно записать как

$$|W(j\omega)|_{\mu=0}^{\omega=\omega_1} = |W(j\omega)|_{\mu=0}^{\omega=\omega_2}$$

Подставим сюда ПФ из правой части (4) и раскроем модуль:

$$\begin{aligned} & \frac{B(A_d\omega_1^2 - C)}{AA_dB\omega_1^4 - (A_dH^2 + BC(A + A_d))\omega_1^2 + CH^2} = \\ & = \frac{B(A_d\omega_2^2 - C)}{AA_dB\omega_2^4 - (A_dH^2 + BC(A + A_d))\omega_2^2 + CH^2} \end{aligned} \quad (5)$$

Имея значения частот от С, решим уравнение (5) относительно С. Получаем  $C^* = \frac{12500000}{9} \approx 13,89 \cdot 10^5$ .

С учетом полученного значения рассчитаем  $\omega_1, \omega_2$ :

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 465,5 & \omega_2 &= 341,2 \\ lg\omega_1 &= 2,668 & lg\omega_2 &= 2,53 \end{aligned}$$

### Поиск значения $\mu^*$

Для определения значения  $\mu^*$  следует определить значения  $\mu_1$  и  $\mu_2$ , при которых в каждой из инвариантных точек будет экстремум АЧХ (это обеспечивает минимум «всплеска» АЧХ в соответствующих инвариантных точках). Тогда

$$\mu^* = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2}$$

Запишем условия поиска:

$$\begin{cases} \frac{\partial |W(j\omega)|}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_1} = 0, \\ \frac{\partial |W(j\omega)|}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_2} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$W(j\omega) = \frac{M(j\omega)}{N(j\omega)},$$

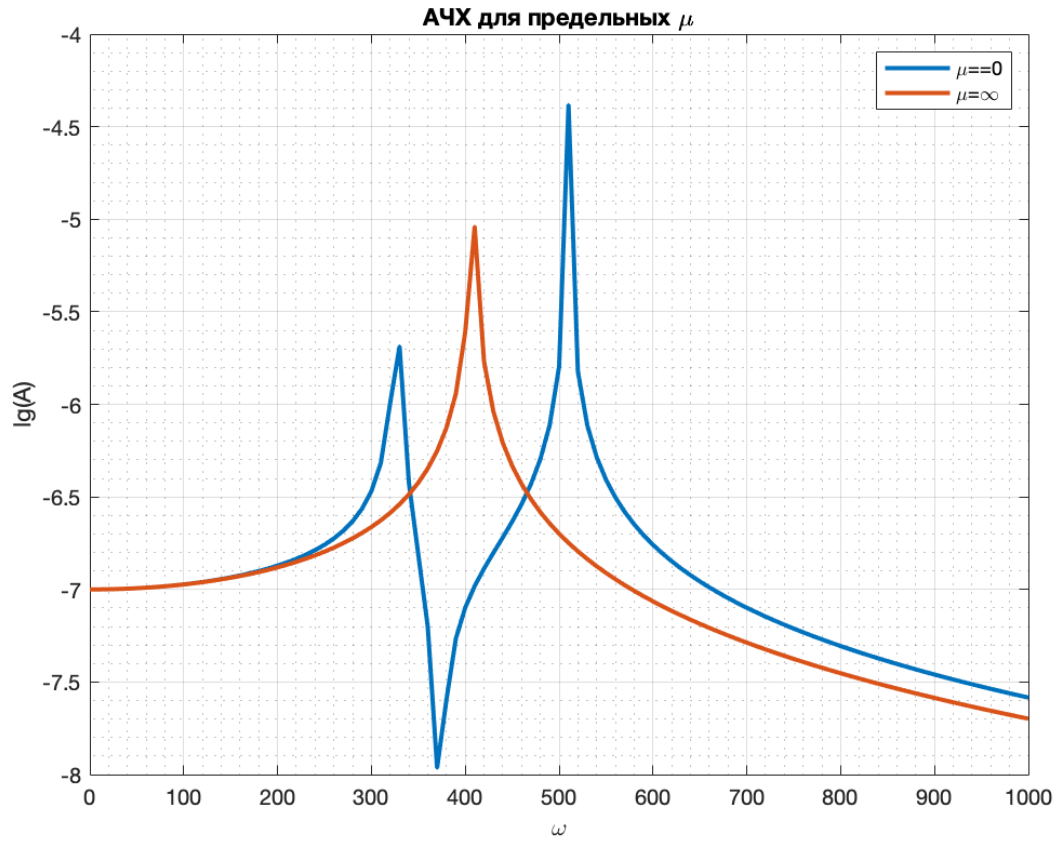


Рисунок 3 — АЧХ системы для оптимального  $C^*$  и предельных  $\mu$

где

$$\begin{cases} M(j\omega) = B(A_d(j\omega)^2 + \mu(j\omega) + C), \\ N(j\omega) = AA_dB(j\omega)^4 + \mu B(A + A_d)(j\omega)^3 + \\ + (A_dH^2 + BC(A + A_d))(j\omega)^2 + H^2\mu j\omega + CH^2 \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} M(j\omega) = B(-A_d\omega^2 + j\mu\omega + C), \\ N(j\omega) = AA_dB\omega^4 - \mu B(A + A_d)j\omega^3 - \\ - (A_dH^2 + BC(A + A_d))\omega^2 + H^2\mu j\omega + CH^2 \end{cases} \quad (8)$$

Для каждого  $\omega$  решим уравнение. Получим:

$$\begin{cases} \mu_1 = 1767,26 \\ \mu_2 = 1954,77 \end{cases} \quad (9)$$

Тогда  $\mu^* = 1861,01$ .

Построим АЧХ для этого значения (см рис. 4).

## 5. АЧХ механической части гиросистемы с оптимальными параметрами $\mu$ и $C$

Построим АЧХ системы на основе функции (3), куда подставим найденные оптимальные параметры (см рис. 4).

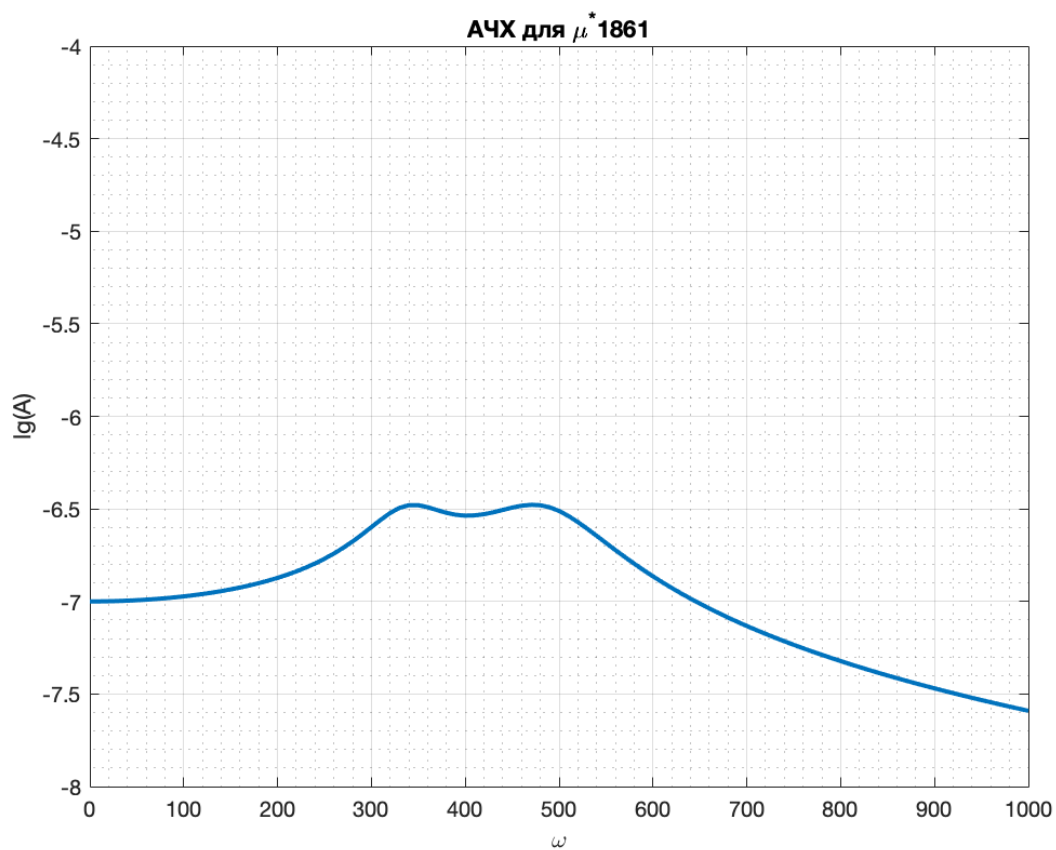


Рисунок 4 — АЧХ системы для оптимальных  $C^*$  и  $\mu^*$

## 6. Синтез цепи обратной связи на условия заданной статической точности и необходимых запасов устойчивости

### Определение требуемого $K_{ст}$

По условию, синтезированная система должна обладать следующими характеристиками качества:

- запас по фазе:  $30..60^\circ$ ,
- запас по амплитуде:  $8..12\text{дБз}$

Статическая погрешность контролируемой величины:

- $\beta^* \leq 30'' = 1,45 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$
- $\alpha^* \leq 10'' = 4,848 \cdot 10^{-5} \text{ рад}$

Определим требуемый статический коэффициент усиления в цепи обратной связи:

$$K_{ст.\beta} = \frac{M_\alpha}{\beta^*} = \frac{100}{1,45 \cdot 10^{-4}} = 6,897 \cdot 10^5$$
$$K_{ст.\alpha} = \frac{M_\alpha}{\alpha^*} = \frac{100}{4,848 \cdot 10^{-5}} = 2,063 \cdot 10^6$$

Тогда  $K_{ст} = \max(K_{ст.\beta}, K_{ст.\alpha}) = 2,063 \cdot 10^6$

Далее рассматриваем гиросистему как объект стабилизации с ПФ:

$$W_{M_\alpha}^\beta = \frac{-H(A_d s^2 + \mu s + C)}{\Delta},$$

$$\Delta = AA_d B s^5 + \mu B(A + A_d) s^4 + (A_d H^2 + BC(A + A_d)) s^3 + H(A_d K_{OC} + H\mu) s^2 + H(CH + K_{OC}\mu) s + CH K_{OC}.$$

ПФ разомкнутой системы выглядит следующим образом:

$$W_{раз} = K_{ст} W_{M_\alpha}^\beta|_{K_{OC}=0}$$

(принимаяем  $K_{OC} = 0$ , чтобы получить из исходной ПФ замкнутой системы ПФ разомкнутой).

Тогда получим:

$$\Delta = AA_d B s^5 + \mu B(A + A_d) s^4 + (A_d H^2 + BC(A + A_d)) s^3 + H^2 \mu s^2 + CH^2 s$$

и итоговую разомкнутую ПФ (знак "-" числителя выносится за пределы ОС, следовательно, не учитывается):

$$W_{\text{раз}} = \frac{2,063 \cdot 10^6}{s} \cdot \frac{10^5 s^2 + 1,861 \cdot 10^7 s + 13,89 \cdot 10^9}{5 \cdot 10^3 s^4 + 1,1166 \cdot 10^6 s^3 + 1,8334 \cdot 10^9 s^2 + 1,861 \cdot 10^{11} s + 1,389 \cdot 10^{14}}$$

Строим ЛФЧХ полученной функции:

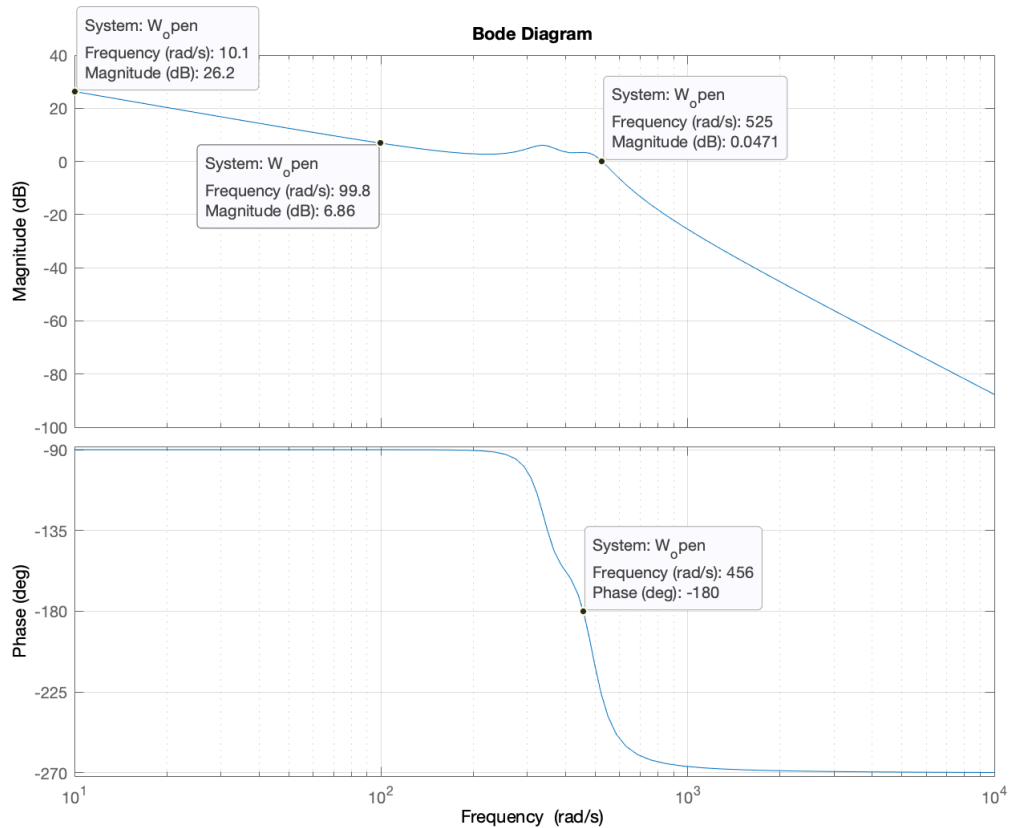


Рисунок 5 — ЛФЧХ разомкнутой системы как объекта управления с заданным  $K_{\text{ст}}$ .

В данном случае видно, что система неустойчива (нет запасов устойчивости, ЛФЧХ пересекает линию -180 градусов левее частоты среза). Потому нужно синтезировать корректирующий контур в цепи обратной связи.

## Синтез корректирующего контура в цепи ОС

Будем пробовать скорректировать систему с помощью интегро-дифференцирующего звена следующего вида:

$$W_{\text{КК}} = \frac{(T_2 s + 1)(T_4 s + 1)}{(T_1 s + 1)(T_3 s + 1)}$$

По исходному ЛАФЧХ видно, что запасы устойчивости по амплитуде у системы отрицательны. Для приведения его в порядок нужно опустить зону "горба". Для этого введём звено

$$\frac{T_2 s + 1}{T_1 s + 1},$$

при этом частота среза, очевидно уменьшится.

Затем нужно обеспечить необходимый запас устойчивости по фазе, так как одним звеном, как показали эксперименты, его не обеспечить. Для этого введём еще одно апериодическое звено. Кроме того, чтобы сохранить исходный наклон характеристики на высоких частотах, для чего добавим дифференцирующее звено. Итого добавляем следующее звено:

$$\frac{T_4 s + 1}{T_3 s + 1}$$

Подберём численные значения коэффициентов звена. Необходимо обеспечить наклон -20 дБ на частоте среза, а также необходимые значения запасов устойчивости. Точку  $T_1$  выбираем в полдекады вправо от  $\omega^0 = 0.316$ . Точку  $T_2$  подбираем так, чтобы "горб" опустился на нужную высоту, а частота среза оставалась левее этой точки. Точкой  $T_3$  дополнительно корректируем запас по фазе, при этом она должна быть правее частоты среза с некоторым отступом (излом должен быть на амплитуде -6..12дБ). Точку 4 выберем там, где она не будет влиять на критическую зону, но не сильно далеко. Получили следующие значения:

$$T_1 = 0.316, \quad T_2 = 0.07, \quad T_3 = 0.008, \quad T_4 = 0.002$$

Результат представлен на рисунке ниже.

Получили устойчивую систему со следующими запасами:

- по амплитуде:  $\Delta L_m = 11.3\text{дБ}$
- по фазе:  $\Delta\varphi = 55.7^\circ$

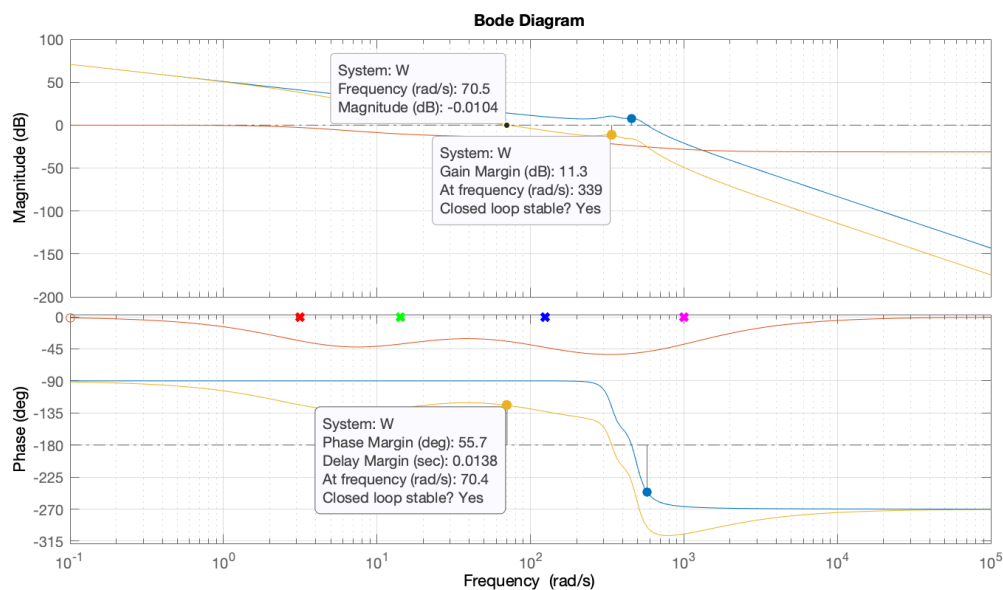


Рисунок 6 — ЛАФЧХ фильтра, разомкнутой системы без коррекции и синтезированной системы

## 7. Построение переходного процесса по интересующим координатам при действии постоянного возмущающего момента

Постоим в Simulink структурную схему замкнутой системы:

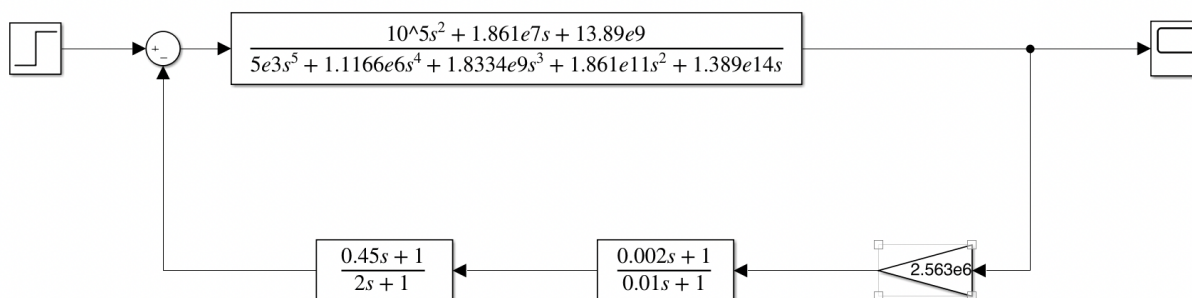


Рисунок 7 — Структурная схема замкнутой система

Будем подавать на вход заданное по условию  $M_\alpha = 100\text{гсм}$ . На полученном графике (см. рис. 8) перерегулирование равно 24.1%, что соответствует заданным ограничениям (не более 30%). Установившееся значение  $4.84 \cdot 10^{-5}$ .

Проверим систему на выполнение требований по статической точности.



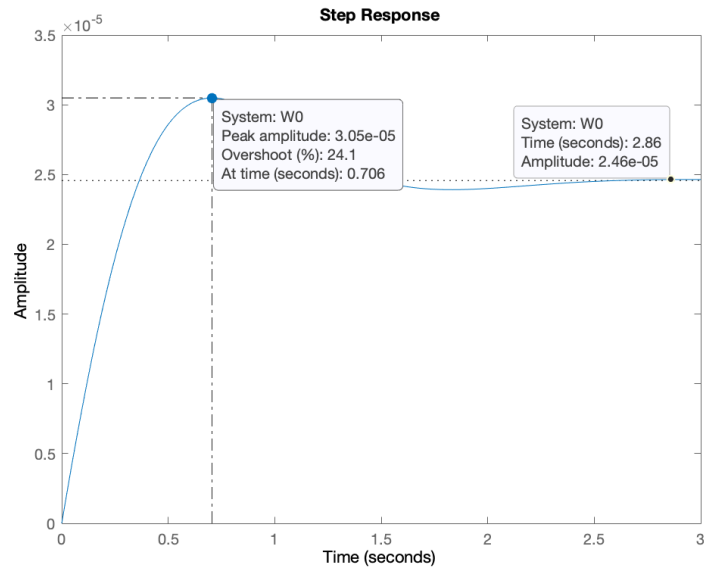


Рисунок 8 — Переходный процесс замкнутой системы

Вычислим теоретическое установившееся значение:

$$\beta^* = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot W_{M_\alpha}^\beta \cdot \frac{M_\alpha^*}{s} = 4.846 \cdot 10^{-5}$$

Результат приблизительно равен статической погрешности по  $\beta$  и экспериментально определенному по графику.

## 8. Построить АЧХ податливости замкнутой гиросистемы

Передаточная функция замкнутой системы имеет следующий вид:

$$W_{\text{замк.}}(s) = \frac{W_0(s)}{1 + W_0(s) \cdot W_{\text{рег}}(s) \cdot K_{OC}(s)}$$

$$W_{\text{замк.}}(s) = \frac{M(s)}{N(s)}, \text{ где}$$

$$M(s) = 1500s^4 + 430150s^3 + 2.366 \cdot 10^8 s^2 + 2.1 \cdot 10^{10} + 1.389 \cdot 10^{10},$$

$$N(s) = 75s^7 + 24299s^6 + 2.92 \cdot 10^7 s^5 + 5.75 \cdot 10^9 s^4 + 2.49 \cdot 10^{12} s^3 +$$

$$+2.53 \cdot 10^{14} s^2 + 1.313 \cdot 10^{16} s + 2.866 \cdot 10^{16}$$

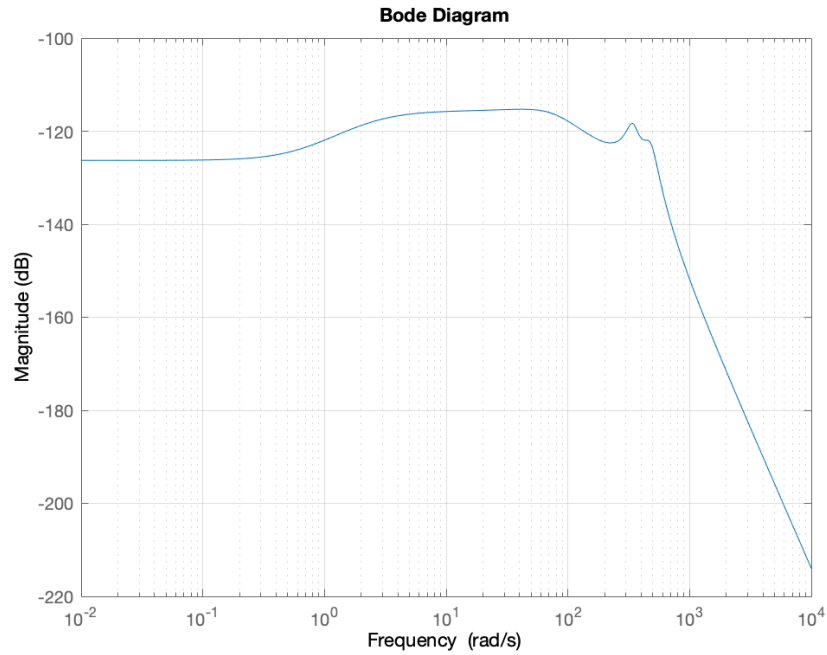


Рисунок 9 — ЛАЧХ податливости замкнутой системы

График представлен на рис.9

## 9. Построение АЧХ динамического коэффициента подавления колебаний

Представим передаточную функцию замкнутой системы в виде:

$$W_{\text{замк.}}(s) = \frac{W_0(s)}{1 + W_0(s) \cdot W_{\text{рег}}(s) \cdot K_{OC}(s)} = \Phi_*(s) \cdot W_0(s), \text{ где}$$

$\Phi_*(s) = \frac{1}{1 + W_0(s) \cdot W_{\text{рег}}(s) \cdot K_{OC}(s)}$  - передаточная функция динамического коэффициента подавления колебаний.

$$\Phi_*(s) = \frac{M(s)}{N(s)}, \text{ где}$$

$$M(s) = 75s^7 + 24299s^6 + 2.919 \cdot 10^7 s^5 + 5.561 \cdot 10^9 s^4 + 2.366 \cdot 10^{12} s^3 + \\ + 2.099 \cdot 10^{14} s^2 + 1.389 \cdot 10^{14} s$$

$$N(s) = 75s^7 + 24299s^6 + 2.919 \cdot 10^7 s^5 + 5.747 \cdot 10^9 s^4 + 2.494 \cdot 10^{12} s^3 + \\ + 2.533 \cdot 10^{14} s^2 + 1.313 \cdot 10^{16} s + 2.866 \cdot 10^{16}$$

График представлен на рис. 10

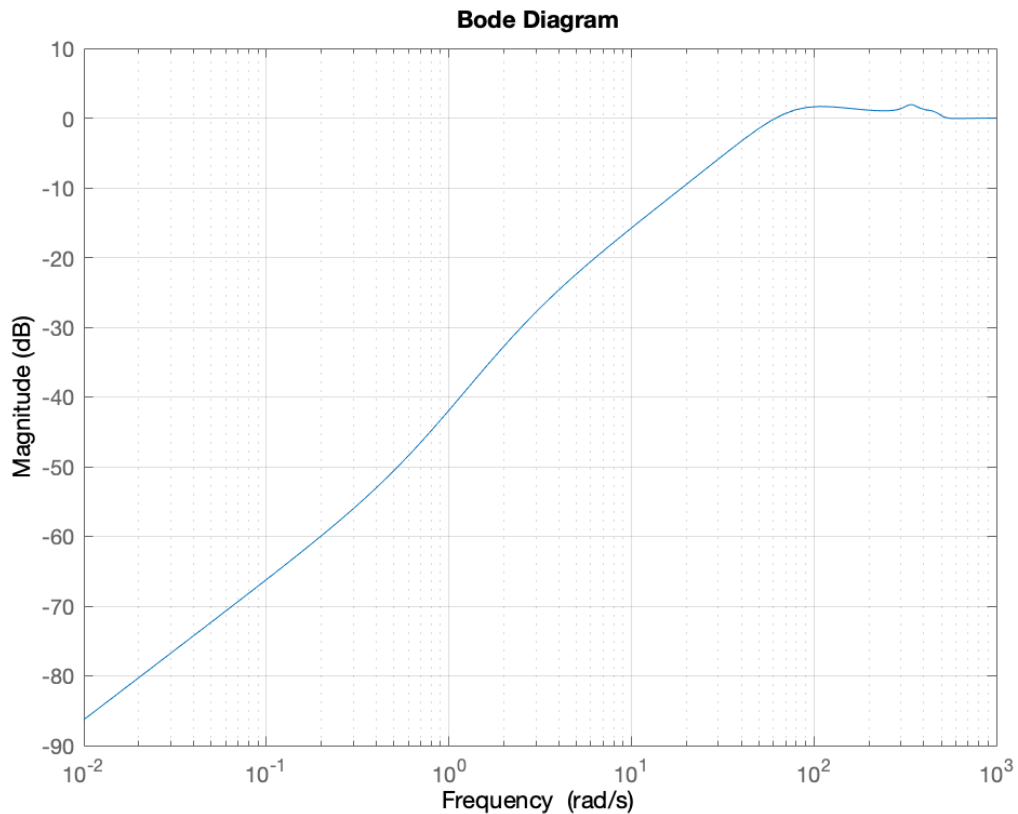


Рисунок 10 — ЛАЧХ динамического коэффициента подавления колебаний

## 10. Структурная схема гиросистемы с сопутствующей нелинейностью и преобразование ее к одноконтурной. Выражение для передаточной функции приведенной линейной части

По исходным уравнениям составим структурную схему с нелинейностью. Применяя структурные преобразования, разделим в структурной схеме

линейную и нелинейную составляющие.

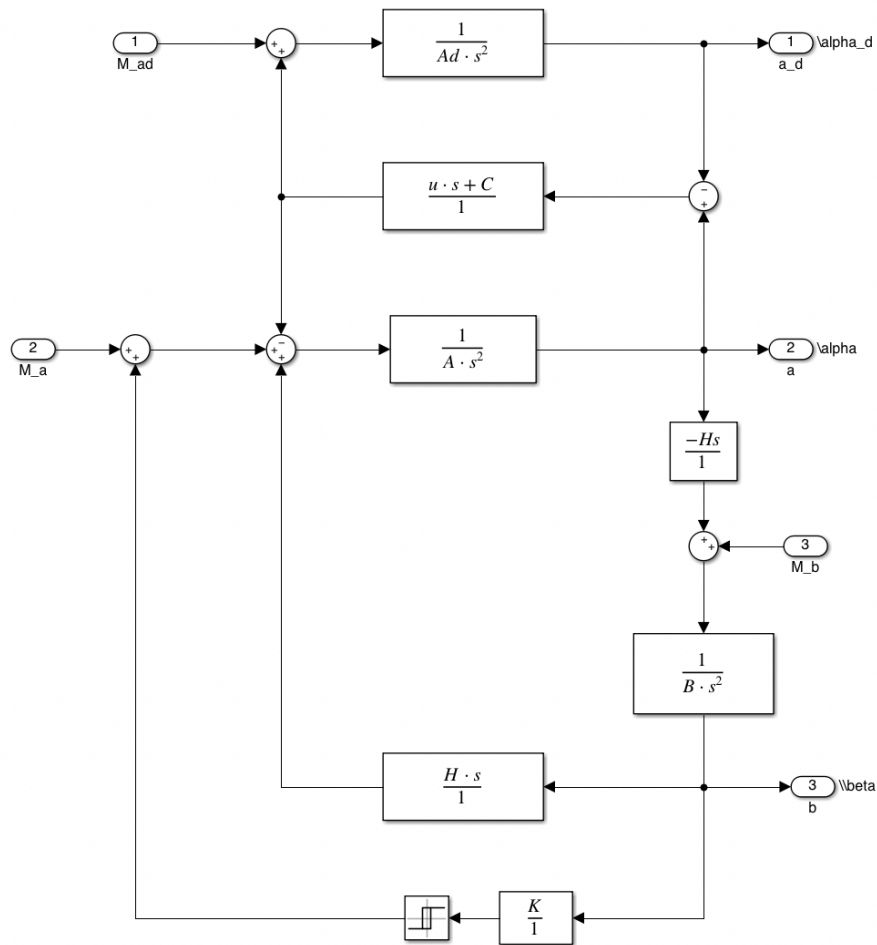


Рисунок 11 — Структурная схема гиросистемы с нелинейностью

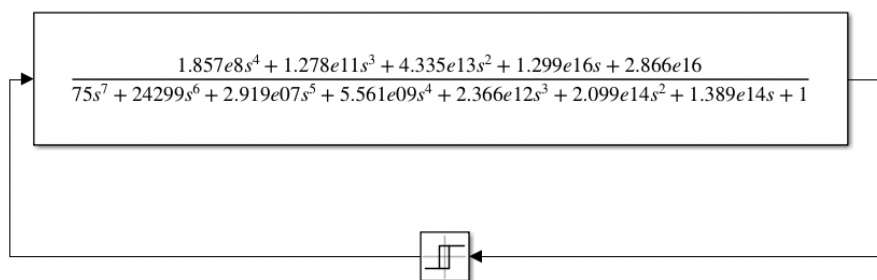


Рисунок 12 — Структурная схема гиросистемы с разделенными линейной и нелинейной частями

Линейная часть имеет следующий вид:

$$W_{\text{лч}}(s) = K_{\text{ст}} \cdot W_k(s) \cdot W_{M_\alpha}^\alpha(s)$$

$$W_{\text{лч}}(s) = \frac{M(s)}{N(s)}, \text{ где}$$

$$M(s) = 1.857e8s^4 + 1.278e11s^3 + 4.335e13s^2 + 1.299e16s + 2.866e16,$$

$$N(s) = 75s^7 + 24299s^6 + 2.919e07s^5 + 5.561e09s^4 + 2.366e12s^3 + \\ + 2.099e14s^2 + 1.389e14s + 1$$

## 11. Обоснование возможности применения метода гармонической линеаризации. Построение ЛАЧХ приведенной линейной части

Построим ЛАЧХ приведённой линейной части (см. рис. 13)

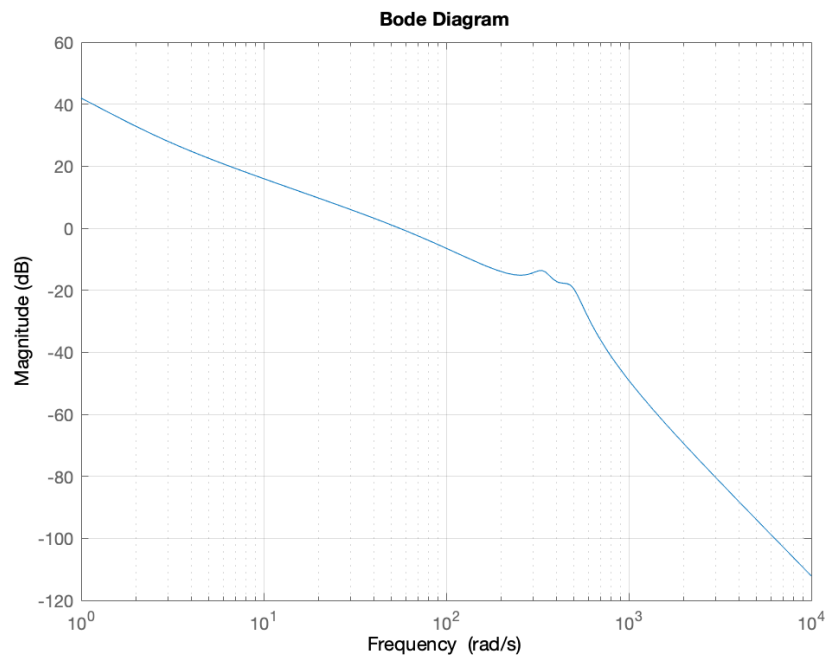


Рисунок 13 — ЛАЧХ приведённой линейной части

Как видно из ЛЧХ линейная часть системы обладает свойствами фильтра низких частот, следовательно, выполняется гипотеза фильтра необходимая для применения метода гармонической линеаризации.

## 12. Гармоническая линеаризация нелинейной системы. Условие амплитудно-фазового баланса

Сущность гармонической линеаризации заключается в замене нелинейного элемента своеобразным линейным звеном, коэффициент усиления которого зависит от амплитуды входного сигнала.

По условию задачи нелинейное звено (сухое трение в оси наружной рамки) представляет собой релейный 2-х позиционный элемент. При подаче на вход гармонического сигнала, на выходе получим ступенчатый сигнал. Таким образом, нелинейность из входной гармоники (любой ненулевой амплитуды) создаёт спектр гармоник (согласно теории Фурье) с амплитудами, не зависящими от амплитуды входного сигнала.

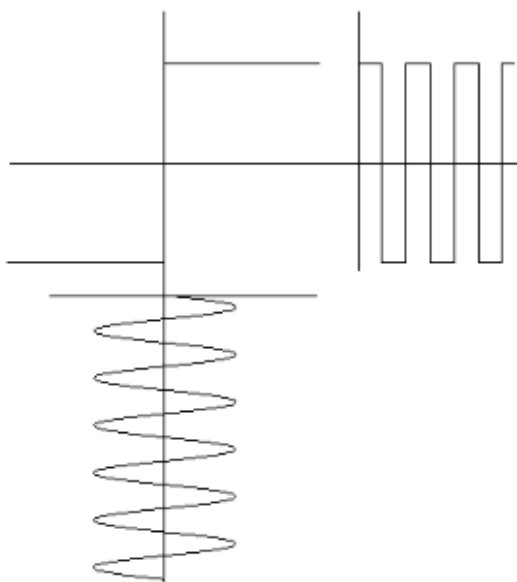


Рисунок 14 — Обработка сигнала нелинейным элементом

Как мы уже установили ранее, линейная часть обладает свойством фильтра низких частот, она будет фильтровать все гармоники кроме первой. Таким образом, на вход нелинейного элемента поступит только первая гармоника.

### Проведём гармоническую линеаризацию нелинейного элемента

$\varphi(\dot{\alpha}) = \eta \cdot \text{sign}(\dot{\alpha}) = W_{\text{нз}} \dot{\alpha}$  - сухое трение в оси наружной рамки, где  $\eta$  = 10 гсм - величина сухого трения.

$\alpha = A \sin(\omega t)$  - входной сигнал

Выход нелинейного элемента:  $\varphi(\dot{\alpha}) = [q(\alpha, \omega) + jq'(\alpha, \omega)] \cdot \alpha$ , где

$$q(A, \omega) = \frac{2}{\pi\alpha} \int_0^{2\pi} \varphi(A \sin(\omega t)) \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{4\eta}{\pi A} = \frac{12.73}{A}$$

$$q'(A, \omega) = \frac{2}{\pi\alpha} \int_0^{2\pi} \varphi(A \sin(\omega t)) \cos(\omega t) d(\omega t) = 0$$

Тогда ПФ нелинейного элемента:

$$W_{нэ}(A) = q(A) = \frac{12.73}{A}$$

Периодическое (гармоническое) решение линейной системы получается при:

$$W_{лч}(j\omega) \cdot W_{нэ}(A) = -1 \rightarrow W_{лч}(j\omega) = -\frac{1}{q(A)} = -\frac{A}{12.73}$$

### 13. Решение уравнения амплитудно-фазового баланса, определение параметров автоколебаний

Инверсная характеристика линеаризованного элемента имеет вид:

$$f(A, \omega) = -\frac{1}{q(A)} = -\frac{\pi A}{4\eta} = -\frac{A}{12.73}$$

Построим АФЧХ приведенной линейной части и инверсную характеристику гармонически-линеаризованного нелинейного элемента.

В точке пересечения АФЧХ и инверсной характеристики будет выполняться условие баланса фаз, следовательно, возникнут автоколебания с частотой соответствующей частоте АФХ в этой точке  $\omega = 357$  рад/с. Амплитуду автоколебаний определим из уравнения баланса фаз:

$$-\frac{1}{q(A)} = \text{Re}(W(j\omega))$$

$$-\frac{A}{12.37} = -0.187 \Rightarrow A = 1.36 \cdot 10^{-5}$$

Устойчивость автоколебаний определяется следующим образом: если при движении вдоль АФЧХ отрицательная действительная ось пересекается

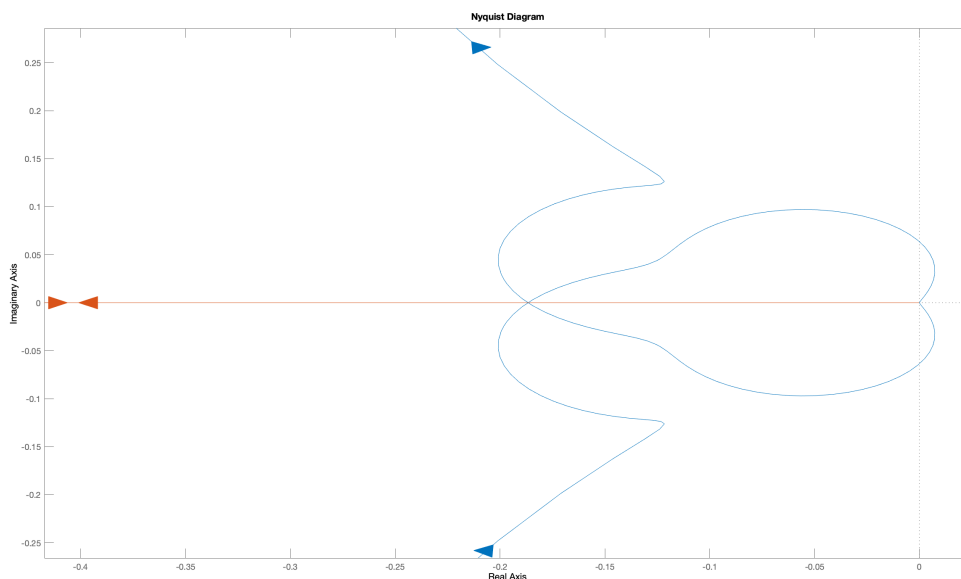


Рисунок 15 — Инверсная характеристика гармонически-линеаризованного элемента и АФЧХ приведённой линейной части

снизу - вверх, то автоколебания устойчивы, в противном случае – нет. В нашем случае автоколебания устойчивы с параметрами  $A = 1.36 \cdot 10^{-5}$  и  $\omega = 357$  рад/с.

## 14. Решение исходных нелинейных уравнений численными методами

Сравним переходные процессы линейной и нелинейной системы, промоделировав их в MATLAB Simulink.

Параметры полученного переходного процесса ( $A \approx 1.2 \cdot 10^{-5}$ ,  $\omega \approx 359$  рад/с) довольно близки к расчётным. Различия можно списать на тот факт, что в методе гармонической линеаризации мы отсекаем все гармоники после первой.



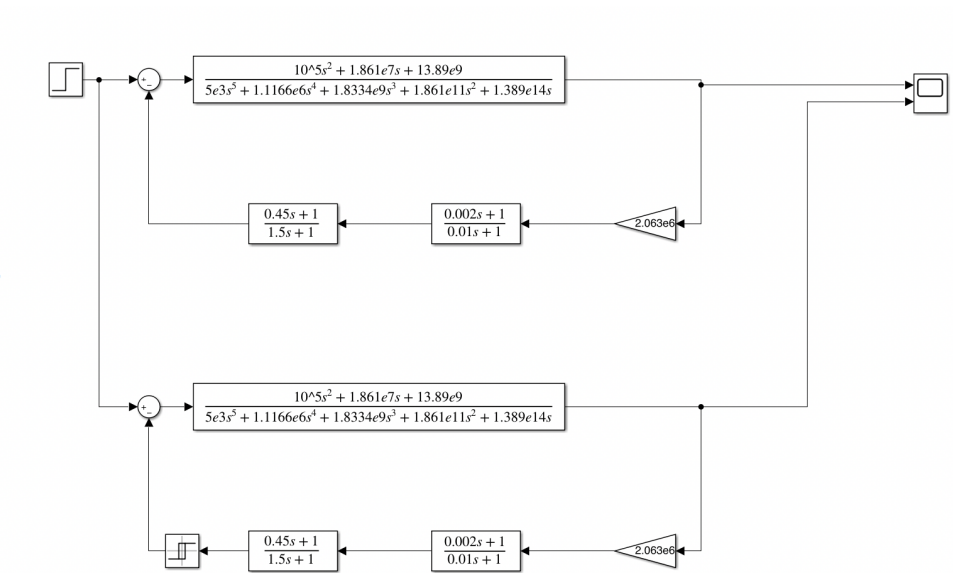


Рисунок 16 — Схема для сравнения линейной и нелинейной систем

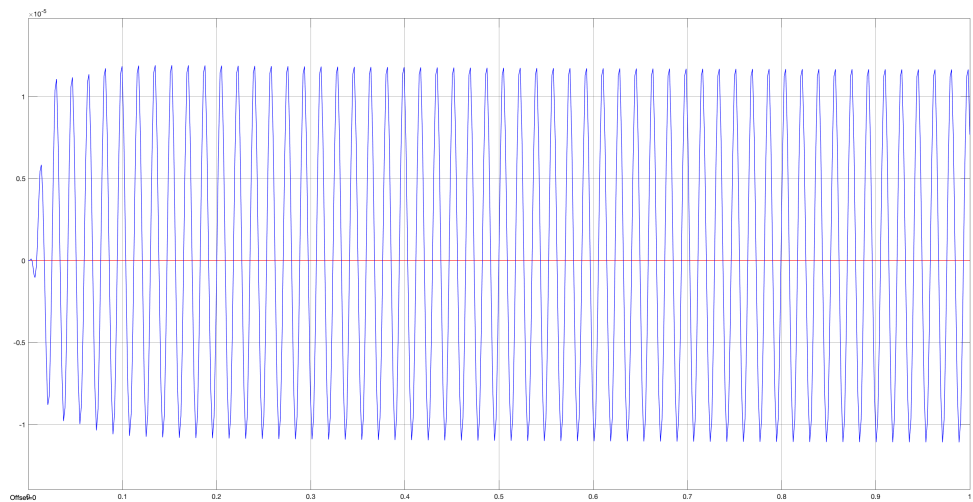


Рисунок 17 — Автоколебания замкнутой системы с нелинейностью

## Выводы

В работе исследовалась гиросистема "Курсовой гироскоп" с дополнительным динамическим демпфером в виде сухого трения по оси наружной рамки прибора.

Провели оптимизацию параметров упруго-диссипативной связи:  $\mu$  - коэффициента вязкого трения динамического демпфера и  $C$  - коэффициента упругости пружин динамического демпфера. Осуществлена коррекция путём синтеза цепи обратной связи на условия заданной статической точности и необходимых запасов устойчивости. Была обоснована (т.к. ЛАЧХ приведённой линейной части обладает свойством фильтра низких частот) и проведена гармоническая линеаризация нелинейной системы.

Из-за наличия в системе нелинейности могут возникать автоколебания. Это явление крайне невыгодно, т.к. постоянная отработка автоколебаний системой приводит к быстрому износу механических частей системы. Для исключения автоколебаний можно проводить фазовую коррекцию, результатом которой является невыполнение условия фазового баланса, т.е. отсутствие пересечений АФЧХ приведённой линейной части и инверсной характеристики. В данном случае для этого необходимо поставить КК который бы вносил отрицательный фазовый сдвиг на частотах 0,1..100 рад/с.

## Список использованных источников

- 1) Пельпор Д.С. «Гироскопические системы». В 3 томах. М., «Высшая школа», 1986 г.
- 2) Солодовников, Плотников, Яковлев. «Теория автоматического управления техническими системами».
- 3) Конспект лекций по курсу «Высокоточные системы навигации».