

## Техническое задание

### Тема: привод следящей системы (задание №3)

Разработать конструкцию привода следящей системы по предложенной схеме в соответствии с заданным вариантом.

Вариант	2
Скорость вращения выходного вала $\omega$ , $c^{-1}$	5
Ускорение вращения выходного вала $\epsilon$ , $c^{-2}$	36
Момент инерции нагрузки $J$ , $кгм^2$	0,015
Угол поворота выходного вала $\phi$	120
Присоединительный диаметр $d$ , мм	50
Тип потенциометра	ПТП или ППМЛ - выбирается самостоятельно с соответствующим обоснованием
Тип электродвигателя	Выбирать из серий ДИД, ДГ

Таблица 1: Исходные данные для расчёта

## Расчётная часть

### 1.1. Предварительный расчёт электродвигателя

Сначала вычислим момент нагрузки на выходном валу:

$$M = J\epsilon = 0,015 \cdot 36 = 540 \text{ Нмм}$$

Затем вычислим минимально возможную мощность двигателя, используя формулу

$$N = \xi \frac{M\omega}{\eta_p}.$$

Приняв запас прочности  $\xi = 1,1$ , а оценочный КПД редуктора  $\eta_p = 0,8$ , получим  $N = 3,71 \text{ Вт}$ .

Предварительно выберем двигатель ДГ-5ТА:

Мощность $N$ , Вт	5
Номинальный момент $M_{\text{ном}}$ , Нмм	10
Пусковой момент $M_{\text{п}}$ , Нмм	22
Скорость вращения вала $n_{\text{ном}}$ , об/мин	6000
Момент инерции ротора $J_p$ , кгм <sup>2</sup>	4e-07
Напряжение питания $U$ , В	36

Таблица 2: Параметры двигателя

## 1.2. Кинематический и вспомогательный силовой расчёты

### 1.2.1. Определение общего передаточного отношения

Вычислим общее передаточное отношение редуктора по формуле

$$i_0 = \frac{n_{\text{ном}}}{n_{\text{вых}}}.$$

Скорость вращения выходного вала находим по формуле

$$n_{\text{вых}} = \frac{30\omega}{\pi}.$$

В результате получаем

$$i_0 = \frac{n_{\text{ном}}\pi}{30\omega} = \frac{6000 \cdot 3,14}{30 \cdot 5} = 126.0$$

### 1.2.2. Определение числа ступеней

Число ступеней будем определять исходя из критериев минимизации момента инерции и габаритов, используя объединённую формулу:

$$n = \frac{3 + 1,85}{2} \cdot \lg i_0 \approx 5$$

Таким образом, редуктор будет иметь 5 ступеней.

### 1.2.3. Определение передаточных отношений каждой ступени

Распределение будет производить исходя из критерия минимизации момента инерции. Сперва вычислим среднее геометрические передаточное отношение:

$$i_{\text{ср}} = \sqrt[n]{i_0} = \sqrt[5]{126.0} = 2.63$$

Затем рассчитаем непосредственно значения передаточного отношения для каждой ступени:

$$i_1 = \sqrt[4]{2i_{\text{ср}}} = 1.51$$

$$i_2 = \sqrt{i_{\text{ср}}} = 1.62$$

$$i_3 = i_{\text{ср}} = 2.63$$

$$i_4 = \frac{i_{\text{ср}}^2}{i_2} = 4.27$$

$$i_5 = \frac{i_{\text{ср}}^2}{i_1} = 4.57$$

### 1.2.4. Определение числа зубьев зубчатых колёс

Для подбора числа зубьев для шестерней имеет смысл брать минимальные из стандартного ряда, однако в процессе разработки конструкции делаются поправки исходя из необходимых минимальных расстояний между валами. Для колёс рассчитаем числа зубьев  $z_i$ , воспользовавшись формулой

$$z_i = z_{i-1}i_j,$$

где  $z_{i-1}$  - число зубьев соответствующей шестерни, а  $i_j$  - передаточное отношение данной пары.

По итогам расчётов получаем следующие значения:

Номер ступени	Z для шестерни	Z для колеса
1	25	37
2	25	40
3	25	65
4	25	106
5	35	159

Таблица 3: Значения числа зубьев для зубчатых колёс

В связи с тем, что стандартный ряд числа зубьев весьма дискретен, результирующее передаточное отношение редуктора может отличаться от начального. Вычислим погрешность:

$$\Delta i = \frac{|i_0 - i_{\text{фактич.}}|}{i_0} = \frac{|126.0 - 118.59|}{126.0} = 0.059$$

Результат вполне удовлетворяет требования точности.

### 1.2.5. Расчёт крутящих моментов

Для расчёта дальнейших параметров зубчатых колёс необходимо найти крутящие моменты, действующие на каждом из валов редуктора. Для этого воспользуемся формулой

$$M_p = \frac{M_q}{i_{p-q} \eta_{pq} \eta_n},$$

где  $M_p, M_q$  - моменты нагрузки на р-м и q-м валах,  $i_{p-q}$  - передаточное отношение между валами,  $\eta_{pq}, \eta_n$  - КПД передачи (для цилиндрической 0,98) и подшипников (0,99)

По итогам вычислений получаем следующий результат ( $M_0$  - вал двигателя):

Номер вала, р	0	1	2	3	4	5
$M_p$	5.0	7.33	11.52	29.4	121.79	540

Таблица 4: Оценочные значения моментов на валах

Заметим, что  $M_0 = 5.0$ , что в 2 раза больше значения номинального момента двигателя, т.е. имеем большой запас по моменту двигателя.

### 1.2.6. Определение модуля зацепления

Модуль зацепления берётся по результатам расчётов зубьев на контактную и изгибную прочность. Расчёт на изгибную прочность проводится по наиболее нагруженной ступени в целях сокращения математических выкладок. Основная его формула

$$m \geq K_m \sqrt[3]{\frac{K \cdot M \cdot Y_F}{z \cdot \psi_{bm} \cdot [\sigma_F]}},$$

где  $m$  - ограничение снизу на искомый модуль,

$K_m$  - коэффициент, для прямозубых колес равный 1,4

$K$  - коэффициент расчётной нагрузки (1,1..1,5)

$M$  - крутящий момент на соответствующем колесе

$Y_F$  - коэффициент формы зуба, выбирается по таблице/графику

$\psi_{bm}$  - коэффициент формы зубчатого венца, для мелкомодульных передач

равен 3..16

$[\sigma_F]$  - допускаемое изгибное напряжение для материала

Выберем материалы для колёс:

	Шестерня	Колесо
Название	сталь 40Х	сталь 45
Предел прочности $\sigma_b$ , МПа	1000	580
Предел текучести $\sigma_t$ , МПа	830	360
Предел выносливости $\sigma_{-1}$ , МПа	350.0	249.4
*Изгибное напряжение $[\sigma_f]$ , МПа	205.88	146.71
*Контактное напряжение $\sigma_H$ , МПа	602.0	428.97

*\*будет вычислено далее*

Таблица 5: Параметры материалов для зубчатых колёс

Допускаемое изгибное напряжение  $\sigma_f$  вычисляется по формуле

$$[\sigma_f] = \frac{\sigma_{-1}}{n},$$

где  $n$  - запас прочности. Принимаем  $n = 1,7$ .

Модуль для пары колёс вычисляется по тому из двух, которое обладает большей относительной характеристикой прочности.

Для шестерни:

Для колеса:

$$\frac{Y_F}{[\sigma_f]} = \frac{3.73}{205.88} = 0.018$$

$$\frac{Y_F}{[\sigma_f]} = \frac{3.6}{146.71} = 0.025$$

Считаем по колесу. Задаём  $K = 1,3$ ;  $\psi_{bm} = 8$ :

$$m \geq 1,4 \sqrt[3]{\frac{1,3 \cdot 540 \cdot 5.67}{159.95 \cdot 8 \cdot 146.71}} = 0.38$$

Примем в качестве минимального момента ближайший табличный 0.4. Можно назначить его всем зубчатым колесам. Однако в процессе проектирования пришлось увеличить модуль некоторых пар зубчатых колес в целях увеличения их размера.

### 1.2.7. Итоговый геометрический расчёт зубчатых передач

В этом пункте окончательно посчитаем оставшиеся параметры зубчатых передач, необходимые для построения чертежа, а именно: диаметры делительной окружности, окружностей вершин и впадин, ширину венца и межосевое расстояние.

Диаметр делительной окружности рассчитывается по формуле

$$d = m \cdot z,$$

где  $m$  и  $z$  - модуль и число зубьев соответствующего колеса.

Диаметры окружностей вершин  $d_a$  и впадин  $d_f$  вычисляются по следующим формулам:

$$d_a = d + 2m, \quad d_f = d - 2m(1 + c),$$

где  $c$  - коэффициент радиального зазора:  $c = 0,5$  при  $m \leq 0,5$ ,  $c = 0,35$  при  $0,5 < m < 1$ .

Для получения ширины колеса и межосевого расстояния служат формулы

$$b = \psi_{bm}m, \quad a = 0,5m(z_1 + z_2)$$

Приведём сводную таблицу с полными необходимыми характеристиками зубчатых колёс. Выберем материалы для колёс:

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$z$	25	37	25	40	25	106	25	106	35	159
$d$	10.0	10.0	10.0	16.2	12.5	32.88	12.5	53.37	21.0	95.97
$d_a$	10.8	15.9	10.8	17.0	13.5	33.88	13.5	54.37	22.2	95.97
$d_f$	8.8	8.8	8.8	15.0	11.0	31.38	11.0	51.87	19.38	94.35
$b$	3.2		3.2		4.0		4.0		4.8	
$a$	12.55		13.1		22.69		32.94		58.48	
$m$	0.4		0.4		0.5		0.5		0.6	

Таблица 6: Характеристики зубчатых колес

## 1.3. Силовые расчёты

### 1.3.1. Расчёт пружины люфтовывбирающего колеса

Люфтовывбирающим колесом решено сделать выходное, под номером 10. Расчёт пружины ведётся по необходимому рабочему усилию, которое вычисляется по формуле:

$$P_2 = \frac{\xi M_{кр}}{2(A \cos \frac{180^\circ n}{z} - \frac{L}{2} \sin \frac{180^\circ n}{z})},$$

где  $A$  - расстояние от оси пружины до центра колеса,  
 $n$  - число зубьев, на которое производится взаимное смещение составных частей колеса,  
 $L$  - начальная длина пружины.

Приняв  $L=17\text{мм}$ ,  $A=35\text{мм}$ ,  $n=4$ ,  $z=159$ ,  $\xi = 2$ , получим:

$$P_2 = \frac{2 \cdot 540}{35 \cdot \cos \frac{180^\circ \cdot 4}{159} - \frac{17}{2} \cdot \sin \frac{180^\circ \cdot 4}{159}} = 15.78 \text{ Н}$$

Сила пружины при максимальной деформации:

$$P_3 = \frac{P_2}{1 - \delta} = \frac{15.78}{1 - 0.05} = 16.61 \text{ Н}$$

По найденному усилию по таблицам найдём подходящую пружину, склоняясь к более коротким и жёстким. Наш выбор: №173 II класса 2 разряда с параметрами:  $P_3 = 16.67 \text{ Н}$ ,  $d=0.45 \text{ мм}$ ,  $D=75.033 \text{ мм}$ ,  $z_1=75.033 \text{ Н/мм}$ ,  $f_3=0.22 \text{ мм}$ . Далее рассчитаем параметры пружины для нашего случая.

Определим величину деформации  $F_2$  при нагрузке  $P_2$ . Если

$$L_1 = L \cos \frac{180^\circ n}{z} + 2A \sin \frac{180^\circ n}{z} = 22.47 \text{ мм},$$

то

$$F_2 = L_1 - L = 5.47 \text{ мм}.$$

Тогда жёсткость определяемой пружины будет

$$z = \frac{P_2}{F_2} = \frac{15.78}{5.47} = 2.88 \text{ Н/мм};$$

необходимое (и полное) число рабочих витков

$$n_1 = n = \frac{z_1}{z} = 26;$$

длина пружины в свободном состоянии

$$H_0 = (n_1 + 1)d = (26 + 1) \cdot 0.45 = 12.15 \text{ мм};$$

полная длина с крючками

$$L' = H_0 + 2D = 12.15 + 2 \cdot 2.2 = 16.55 \text{ мм}.$$

Следовательно, конструктивные размеры выбраны верно.

### 1.3.2. Расчёт валов

Рассчитаем предпоследний вал на прочность. Найдём необходимые

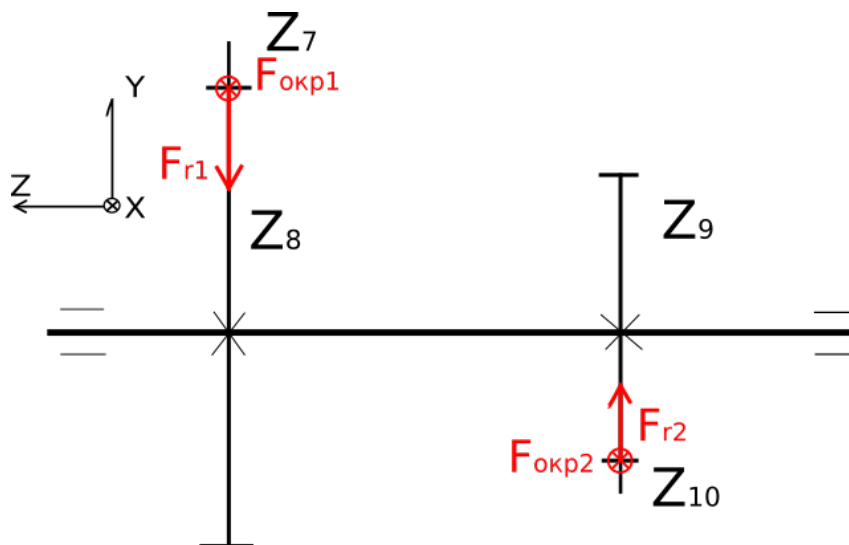


Рисунок 1: Схема вала 4 с приложенными силами

силы (с учётом  $M_4 = 124.36$ ):

$$F_{окр1} \frac{M_4}{0.5d_1} = 4.66 \text{ Н},$$

$$F_{окр2} \frac{M_4}{0.5d_2} = 11.84 \text{ Н},$$

$$F_{r1} = F_{окр1} \cdot \tan(20^\circ) = 1.7 \text{ Н},$$

$$F_{r2} = F_{окр2} \cdot \tan(20^\circ) = 4.31 \text{ Н},$$



Найдём реакции в опорах.

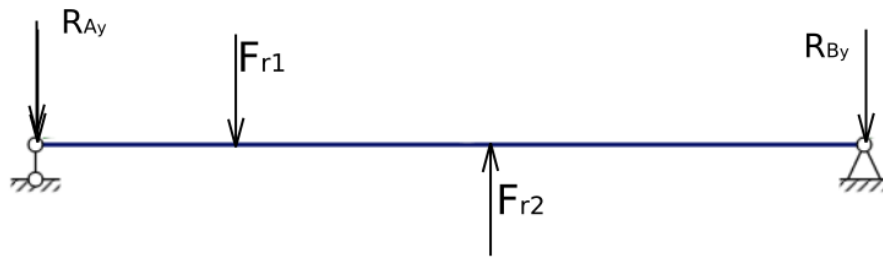


Рисунок 2: Схема балки в плоскости YOZ

$$\sum M_A = 0$$

$$F_{r1} \cdot 6 - 15 \cdot F_{r2} + 27 \cdot R_{By} = 0$$

$$R_{By} = 2.018 \text{ H}$$

$$\sum_i F_i = 0$$

$$R_{Ay} + F_{r1} + R_{By} = F_{r2}$$

$$R_{Ay} = 0.6 \text{ H}$$

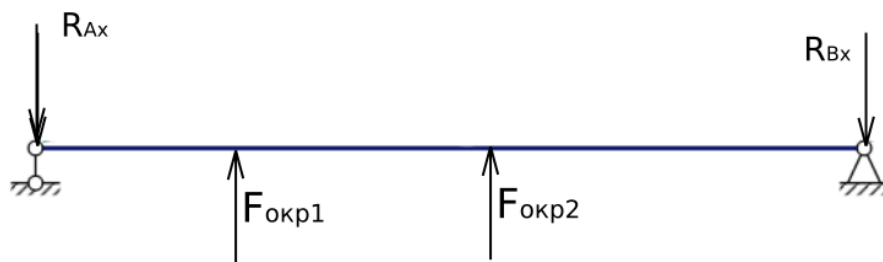


Рисунок 3: Схема балки в плоскости XOZ

$$\sum M_A = 0$$

$$R_{Bx} = \frac{15 \cdot F_{\text{окp2}} + 6 \cdot F_{\text{окp1}}}{27} = 7.62 \text{ H}$$

$$R_{Ax} = F_{\text{окp2}} + F_{\text{окp1}} - R_{Bx} = 8.89 \text{ H}$$

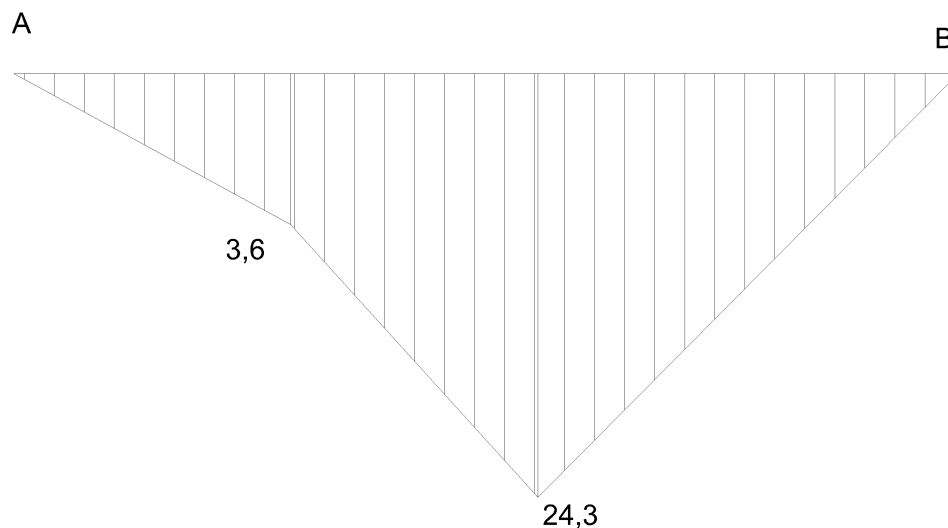


Рисунок 4: Эпюра изгибающего момента в плоскости YOZ

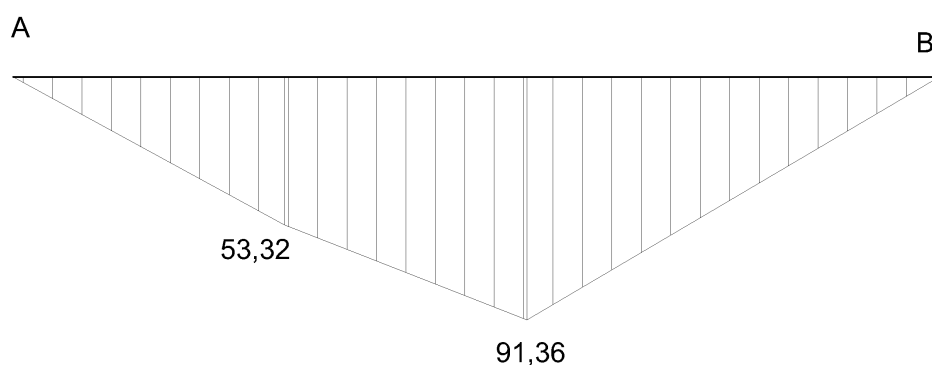


Рисунок 5: Эпюра изгибающего момента в плоскости XOZ

Представим эпюры рассчитанных моментов:

Учтя, что на вал действуют одновременно и изгибающий, и крутящий моменты, проведём расчет на прочность через приведенный момент в опасном сечении. По эпюрам очевидно, что это сечение находится на месте крепления шестерни (зубчатого колеса №9).

$$M_{\text{изг}}^{\Sigma} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = \sqrt{91,36^2 + 24,3^2} = 94,54 \text{ Нмм}$$

$$M_{\text{прив.}} = \sqrt{M_{\text{изг}}^{\Sigma 2} + 0,75M_{\text{кр}}^2} = 143,3 \text{ Нмм}$$

Расчёт минимального диаметра вала проведём по формуле:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{\text{пр}}}{0,1[\sigma_u]}}$$



Рисунок 6: Эпюра крутящего момента

где  $[\sigma_u]$  - допускаемое изгибающее напряжение, вычисляется как  $[\sigma_u] = 0,1[\sigma_b]$ .

Материалом выберем сталь 40Х, параметры которой приведены в таблице 5.

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{143.3}{0,1 \cdot 0,11000}} = 2.43 \text{ мм}$$

Принимаем минимальный диаметр ближайшим сверху из стандартных диаметров, равным  $d_{\min} = 3 \text{ мм}$ , который при этом вполне подходит по конструктивным соображениям. Такой диаметр будет у вала в местах крепления к подшипникам.

### 1.3.3. Расчёт опор

Подберём опоры для валов. Выберем опоры качения, а именно - радиальные подшипники, так как нагрузка на валы только радиальная.

Применем формулу для расчёта динамической грузоподъемности:

$$C_0 = 0,01P\sqrt[3]{60nT},$$

где  $n$  - частота вращения рассчитываемого вала (4й),  $P$  - эквивалентная динамическая нагрузка.

Рассчитаем  $P$  по формуле:

$$P = (XF_r + YF_a)k_\sigma k_\tau = 10.69,$$

где  $(X, Y) = (1, 0)$  - коэффициенты, учитывающие направление нагрузки,

$k_\sigma = 1$  - коэффициент безопасности,

$k_\tau = 1,2$  - коэффициент температуры.

Получаем

$$C_0 = 0,01 \cdot 10.69 \cdot \sqrt[3]{60 \cdot 218 \cdot 3000} = 36.33 \text{ Н}$$

На основе полученного значения выберем подшипник "Подшипник шариковый радиальный однорядный №2000083 ГОСТ 8538-74" со следующими параметрами:

d, мм	D, мм	B, мм	r, мм	C, Н	$C_0$ , Н
3	7	2.5	0.3	430	136

Таблица 7: Характеристики основного подшипника