

Техническое задание

Тема: привод следящей системы (задание №3)

Разработать конструкцию привода следящей системы по предложенной схеме в соответствии с заданным вариантом.

Вариант	2
Скорость вращения выходного вала ω , c^{-1}	5
Ускорение вращения выходного вала ϵ , c^{-2}	36
Момент инерции нагрузки J , $кгм^2$	0,015
Угол поворота выходного вала ϕ	120
Присоединительный диаметр d , мм	50
Тип потенциометра	ПТП или ППМЛ - выбирается самостоятельно с соответствующим обоснованием
Тип электродвигателя	Выбирать из серий ДИД, ДГ

Таблица 1: Исходные данные для расчёта

Расчётная часть

1.1. Предварительный расчёт электродвигателя

Сначала вычислим момент нагрузки на выходном валу:

$$M = J\epsilon = 0,015 \cdot 36 = 540 \text{ Нмм}$$

Затем вычислим минимально возможную мощность двигателя, используя формулу

$$N = \xi \frac{M\omega}{\eta_p}.$$

Приняв запас прочности $\xi = 1,1$, а оценочный КПД редуктора $\eta_p = 0,8$, получим $N = 3,71 \text{ Вт}$.

Предварительно выберем двигатель ДГ-5ТА:

Мощность N , Вт	5
Номинальный момент $M_{\text{ном}}$, Нмм	10
Пусковой момент $M_{\text{п}}$, Нмм	22
Скорость вращения вала $n_{\text{ном}}$, об/мин	6000
Момент инерции ротора J_p , кгм ²	4Е-7
Напряжение питания U , В	36

Таблица 2: Параметры двигателя

1.2. Кинематический и вспомогательный силовой расчёты

1.2.1. Определение общего передаточного отношения

Вычислим общее передаточное отношение редуктора по формуле

$$i_0 = \frac{n_{\text{ном}}}{n_{\text{вых}}}.$$

Скорость вращения выходного вала находим по формуле

$$n_{\text{вых}} = \frac{30\omega}{\pi}.$$

В результате получаем

$$i_0 = \frac{n_{\text{ном}}\pi}{30\omega} = \frac{6000 \cdot 3,14}{30 \cdot 5} = 126$$

1.2.2. Определение числа ступеней

Число ступеней будем определять исходя из критериев минимизации момента инерции и габаритов, используя объединённую формулу:

$$n = \frac{3 + 1,85}{2} \cdot \lg i_0 \approx 5$$

Таким образом, редуктор будет иметь 5 ступеней.

1.2.3. Определение передаточных отношений каждой ступени

Распределение будет производить исходя из критерия минимизации момента инерции. Сперва вычислим среднее геометрические передаточное отношение [1]:

$$i_{\text{ср}} = \sqrt[n]{i_0} = \sqrt[5]{126} = 2.63$$

Затем рассчитаем непосредственно значения передаточного отношения для каждой ступени:

$$i_1 = \sqrt[4]{2i_{\text{ср}}} = 1.51$$

$$i_2 = \sqrt{i_{\text{ср}}} = 1.62$$

$$i_3 = i_{\text{ср}} = 2.63$$

$$i_4 = \frac{i_{\text{ср}}^2}{i_2} = 4.27$$

$$i_5 = \frac{i_{\text{ср}}^2}{i_1} = 4.57$$

1.2.4. Определение числа зубьев зубчатых колёс

Для подбора числа зубьев для шестерней имеет смысл брать минимальные из стандартного ряда, однако в процессе разработки конструкции делаются поправки исходя из необходимых минимальных расстояний между валами. Для колёс рассчитаем числа зубьев z_i , воспользовавшись формулой

$$z_i = z_{i-1}i_j,$$

где z_{i-1} - число зубьев соответствующей шестерни, а i_j - передаточное отношение данной пары.

По итогам расчётов получаем следующие значения:

Номер ступени	Z для шестерни	Z для колеса
1	25	38
2	25	38
3	25	71
4	25	106
5	36	160

Таблица 3: Значения числа зубьев для зубчатых колёс

В связи с тем, что стандартный ряд числа зубьев весьма дискретен, результирующее передаточное отношение редуктора может отличаться от начального. Вычислим погрешность:

$$\Delta i = \frac{|i_0 - i_{\text{фактич.}}|}{i_0} = \frac{|126 - 123.65|}{126} = 0.019$$

Результат вполне удовлетворяет требования точности.

1.2.5. Приведение моментов к валам

Для расчёта дальнейших параметров зубчатых колёс необходимо найти крутящие моменты, действующие на каждом из валов редуктора. Для этого воспользуемся формулой [1]

$$M_p = \frac{M_q}{i_{p-q} \eta_{pq} \eta_n},$$

где M_p, M_q - моменты нагрузки на р-м и q-м валах, i_{p-q} - передаточное отношение между валами, η_{pq}, η_n - КПД зацепления (для цилиндрической 0,98) и подшипников (0,99)

По итогам вычислений получаем следующий результат (M_0 - вал двигателя):

Номер вала, р	I	II	III	IV	V	VI
$M_p, \text{Нмм}$	5	7.33	11.52	29.4	121.79	540

Таблица 4: Оценочные значения моментов на валах

Заметим, что $M_0 = 5 \text{ Н}$, что в 2 раза меньше значения номинального момента двигателя 10 Н, т.е. имеем большой запас по моменту двигателя.

1.2.6. Определение модуля зацепления

Модуль зацепления берётся по результатам расчётов зубьев на контактную и изгибную прочность. Расчёт на изгибную прочность проводится по наиболее нагруженной ступени в целях сокращения математических выкладок. Основная его формула [1]

$$m \geq K_m \sqrt[3]{\frac{K \cdot M \cdot Y_F}{z \cdot \psi_{bm} \cdot [\sigma_F]}},$$

где m - ограничение снизу на искомый модуль,

K_m - коэффициент, для прямозубых колес равный 1,4

K - коэффициент расчётной нагрузки (1,1..1,5)

M - крутящий момент на соответствующем колесе

Y_F - коэффициент формы зуба, выбирается по таблице/графику

ψ_{bm} - коэффициент формы зубчатого венца, для мелкомодульных передач

равен 3..16

$[\sigma_F]$ - допускаемое изгибное напряжение для материала

Выберем материалы для колёс:

	Шестерня	Колесо
Название	сталь 40Х	сталь 45
Предел прочности σ_b , МПа	1000	580
Предел текучести σ_t , МПа	830	360
Предел выносливости σ_{-1} , МПа	350	249.4
*Изгибное напряжение $[\sigma_F]$, МПа	205.88	146.71
*Контактное напряжение σ_H , МПа	602	428.97

**будет вычислено далее*

Таблица 5: Параметры материалов для зубчатых колёс

Допускаемое изгибное напряжение σ_F вычисляется по формуле [1]

$$[\sigma_F] = \frac{\sigma_{-1}}{n},$$

где n - запас прочности. Принимаем $n = 1,7$.

Модуль для пары колёс вычисляется по тому из двух, которое обладает большей относительной характеристикой прочности.

Для шестерни:

$$\frac{Y_F}{[\sigma_F]} = \frac{3.72}{205.88} = 0.018$$

Для колеса:

$$\frac{Y_F}{[\sigma_F]} = \frac{3.6}{146.71} = 0.025$$

Считаем по колесу. Задаём $K = 1,3$; $\psi_{bm} = 8$:

$$m \geq 1,4 \sqrt[3]{\frac{1,3 \cdot 540 \cdot 5.67}{160 \cdot 8 \cdot 146.71}} = 0.38$$

Примем в качестве минимального момента ближайший табличный 0.4мм. Можно назначить его всем зубчатым колесам. Однако в процессе проектирования пришлось увеличить модуль некоторых пар зубчатых колес в целях увеличения их размера.

1.2.7. Итоговый геометрический расчёт зубчатых передач

В этом пункте окончательно посчитаем оставшиеся параметры зубчатых передач, необходимые для построения чертежа, а именно: диаметры делительной окружности, окружностей вершин и впадин, ширину венца и межосевое расстояние.

Диаметр делительной окружности рассчитывается по формуле

$$d = m \cdot z,$$

где m и z - модуль и число зубьев соответствующего колеса.

Диаметры окружностей вершин d_a и впадин d_f вычисляются по следующим формулам:

$$d_a = d + 2m, \quad d_f = d - 2m(1 + c),$$

где c - коэффициент радиального зазора: $c = 0,5$ при $m \leq 0,5$, $c = 0,35$ при $0,5 < m < 1$.

Для получения ширины колеса и межосевого расстояния служат формулы

$$b = \psi_{bm}m, \quad a = 0,5m(z_1 + z_2)$$

Приведём сводную таблицу с полными необходимыми характеристиками зубчатых колёс. Выберем материалы для колёс:

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m , мм	0.4		0.4		0.5		0.5		0.6	
z	25	38	25	38	25	106	25	106	36	160
d , мм	10	15.2	10	15.2	12.5	35.5	12.5	53	21.6	96
d_a , мм	10.8	16	10.8	16	13.5	36.5	13.5	54	22.8	97.2
d_f , мм	8.8	8.8	8.8	14	11	34	11	51.5	19.98	94.38
b , мм	3.2		3.2		4		4		4.8	
a , мм	12.6		12.6		24		32.75		58.8	

Таблица 6: Характеристики зубчатых колес

1.3. Силовые расчёты

1.3.1. Расчёт пружины люфтовывбирающего колеса

Люфтовывбирающим колесом решено сделать выходное, под номером 10. Расчёт пружины ведётся по необходимому рабочему усилию, которое вычисляется по формуле [2]:

$$P_2 = \frac{\xi M_{\text{кр}}}{2(A \cos \frac{180^\circ n}{z} - \frac{L}{2} \sin \frac{180^\circ n}{z})},$$

где A - расстояние от оси пружины до центра колеса,
 n - число зубьев, на которое производится взаимное смещение составных частей колеса,
 L - начальная длина пружины.

Приняв $L=17\text{мм}$, $A=35\text{мм}$, $n=4$, $z=160$, $\xi = 2$, получим:

$$P_2 = \frac{2 \cdot 540}{35 \cdot \cos \frac{180^\circ \cdot 4}{160} - \frac{17}{2} \cdot \sin \frac{180^\circ \cdot 4}{160}} = 15.78 \text{ Н}$$

Сила пружины при максимальной деформации [2]:

$$P_3 = \frac{P_2}{1 - \delta} = \frac{15.78}{1 - 0.05} = 16.61 \text{ Н}$$

По найденному усилию по таблицам найдём подходящую пружину, склоняясь к более коротким и жёстким. Наш выбор: №173 II класса 2 разряда с параметрами: $P_3 = 16.67 \text{ Н}$, $d=0.45 \text{ мм}$, $D=2.2 \text{ мм}$, $z_1=75.033 \text{ Н/мм}$, $f_3=0.22 \text{ мм}$. Далее рассчитаем параметры пружины для нашего случая.

Определим величину деформации F_2 при нагрузке P_2 . Если

$$L_1 = L \cos \frac{180^\circ n}{z} + 2A \sin \frac{180^\circ n}{z} = 22.44 \text{ мм},$$

то

$$F_2 = L_1 - L = 5.44 \text{ мм}.$$

Тогда жёсткость определяемой пружины будет

$$z = \frac{P_2}{F_2} = \frac{15.78}{5.44} = 2.9 \text{ Н/мм};$$

необходимое (и полное) число рабочих витков

$$n_1 = n = \frac{z_1}{z} = 26;$$

длина пружины в свободном состоянии

$$H_0 = (n_1 + 1)d = (26 + 1) \cdot 0.45 = 12.15 \text{ мм};$$

Длина развёрнутой пружины:

- приближённая формула:

$$L \approx 3.2Dn_1 = 183.04 \text{ мм}$$

- точная формула:

$$L = \frac{\pi D_0 n}{\cos(\operatorname{atan}(\frac{d+0.3}{\pi D_0}))} + \pi D_0 = 187.57 \text{ мм};$$

полная длина с крючками

$$L' = H_0 + 2D = 12.15 + 2 \cdot 2.2 = 16.55 \text{ мм}.$$

Следовательно, конструктивные размеры выбраны верно.

1.3.2. Расчёт валов

Рассчитаем предпоследний вал на прочность. Найдём необходимые силы (с учётом $M_4 = 124.27$):

$$F_{\text{окр1}} = \frac{M_4}{0.5d_1} = 4.69 \text{ Н},$$

$$F_{\text{окр2}} = \frac{M_4}{0.5d_2} = 11.51 \text{ Н},$$

$$F_{r1} = F_{\text{окр1}} \cdot \tan(20^\circ) = 1.71 \text{ Н},$$

$$F_{r2} = F_{\text{окр2}} \cdot \tan(20^\circ) = 4.19 \text{ Н},$$

Найдём реакции в опорах.

$$\sum M_A = 0$$
$$F_{r1} \cdot 6 - 15 \cdot F_{r2} + 27 \cdot R_{By} = 0$$

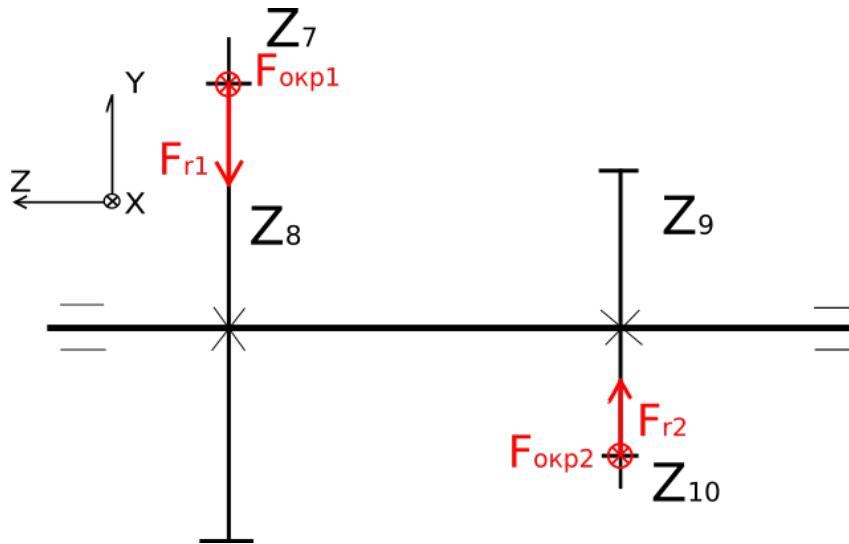


Рисунок 1: Схема вала 4 с приложенными силами

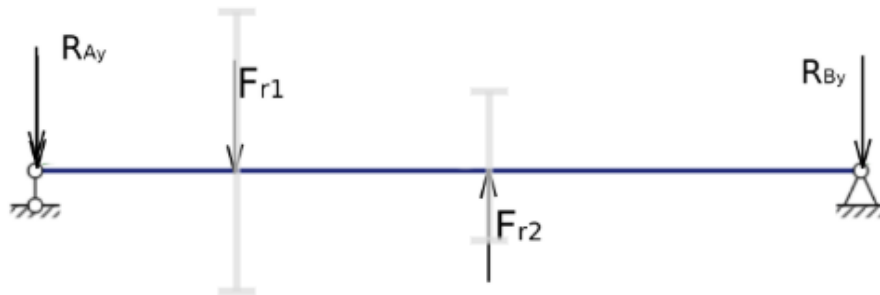


Рисунок 2: Схема балки в плоскости YOZ

$$R_{By} = 1.95 \text{ H}$$

$$\sum_i F_i = 0$$

$$R_{Ay} + F_{r1} + R_{By} = F_{r2}$$

$$R_{Ay} = 0.53 \text{ H}$$

$$\sum M_A = 0$$

$$R_{Bx} = \frac{15 \cdot F_{\text{окр}2} + 6 \cdot F_{\text{окр}1}}{27} = 7.43 \text{ H}$$

$$R_{Ax} = F_{\text{окр}2} + F_{\text{окр}1} - R_{Bx} = 8.76 \text{ H}$$

Представим эпюры рассчитанных моментов:

Учтя, что на вал действуют одновременно и изгибающий, и крутящий

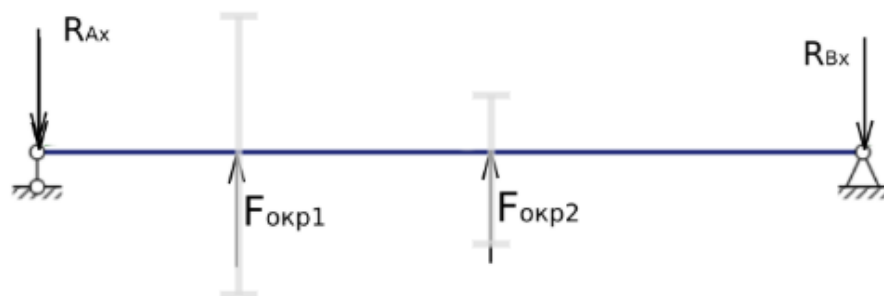


Рисунок 3: Схема балки в плоскости XOZ

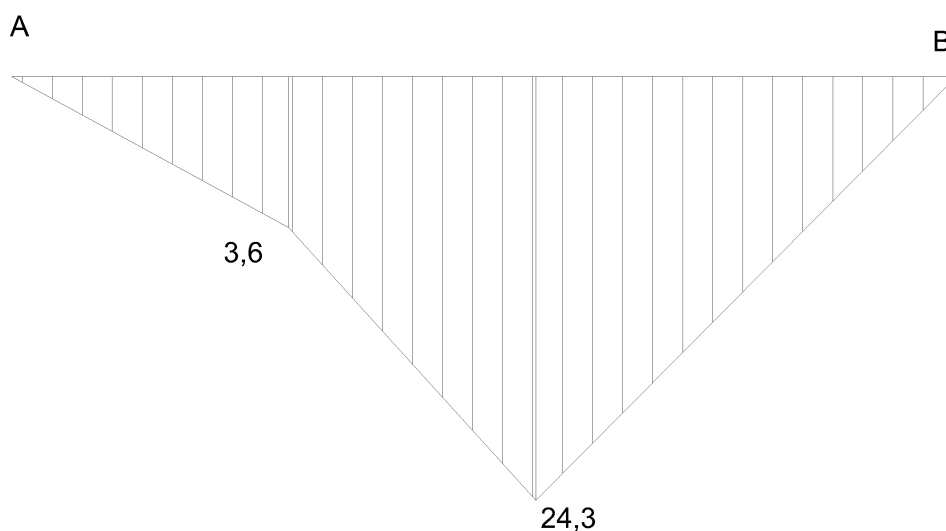


Рисунок 4: Эпюра изгибающего момента в плоскости YOZ

моменты, проведём расчет на прочность через приведенный момент в опасном сечении. По эпюрам очевидно, что это сечение находится на месте крепления шестерни (зубчатого колеса №9).

$$M_{\Sigma} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = \sqrt{91.36^2 + 24.3^2} = 94.54 \text{ Нмм}$$

$$M_{\text{прив.}} = \sqrt{M_{\Sigma}^2 + 0,75M_{\text{кр}}^2} = 143.25 \text{ Нмм}$$

Расчёт минимального диаметра вала проведём по формуле [1]:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{\text{пр}}}{0,1[\sigma_u]}}$$

где $[\sigma_u]$ - допускаемое изгибающее напряжение, вычисляется как $[\sigma_u] = 0,1[\sigma_b]$.

Материалом выберем сталь 40Х, параметры которой приведены в таблице

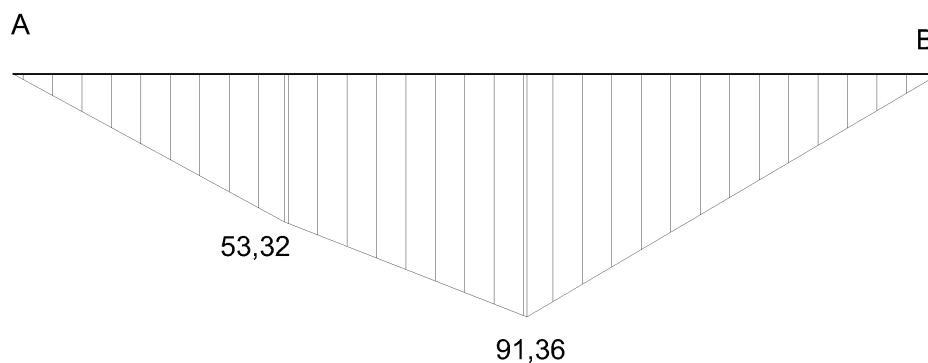


Рисунок 5: Эпюра изгибающего момента в плоскости XOZ

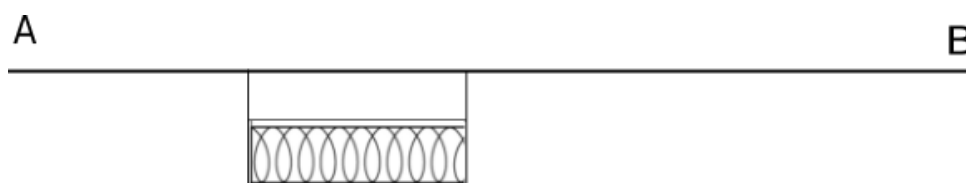


Рисунок 6: Эпюра крутящего момента

5.

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{143.25}{0,1 \cdot 0,11000}} = 2.43 \text{ мм}$$

Принимаем минимальный диаметр ближайшим сверху из стандартных диаметров, равным $d_{\text{мин}} = 3 \text{ мм}$, который при этом вполне подходит по конструктивным соображениям. Такой диаметр будет у вала в местах крепления к подшипникам.

1.3.3. Расчёт штифтов

Расчитаем минимальный диаметр штифта. Для этого воспользуемся следующей формулой:

$$d_{\text{ш}} \geq 2\sqrt{\frac{M}{\pi d[\tau_{\text{ср}}]}},$$

где $[\tau_{\text{ср}}]$ - допустимое напряжение на срез, МПа,

d - диаметр вала, мм,

M - крутящий момент на валу, Нмм. Материалом для штифта примем Сталь50, для неё $[\tau_{\text{ср}}] = 75 \text{ МПа}$. Так как все валы в местах посадки зубчатых колёс имеют одинаковую толщину $d=4\text{мм}$, то рассчитаем толщину

штифта для наиболее нагруженного вала V.

$$d_{\text{ш}} \geq 2\sqrt{\frac{121.79}{\pi \cdot 4 \cdot 75}} = 0,72 \text{ мм}$$

Округлив в большую сторону, примем диаметром штифтов $d_{\text{ш}} = 1 \text{ мм}$.

1.3.4. Расчёт опор

Подберём опоры для валов. Выберем опоры качения, а именно - радиальные подшипники, так как нагрузка на валы только радиальная.

Применем формулу для расчёта динамической грузоподъемности [1] (т.к. скорость вращения больше 1 об/мин):

$$C_P = 0,01P\sqrt[3]{60nL_h},$$

где n - частота вращения рассчитываемого вала (IV), об/мин,
 P - эквивалентная динамическая нагрузка,
 L_h - время работы, ч.

Рассчитаем P по формуле [1]:

$$P = (XF_r + YF_a)k_\sigma k_\tau = 10.53 \text{ Н},$$

где $(X, Y) = (1, 0)$ - коэффициенты, учитывающие направление нагрузки,

$k_\sigma = 1$ - коэффициент безопасности,

$k_\tau = 1,2$ - коэффициент температуры,

F_r - радиальная нагрузка,

F_a - осевая нагрузка (равна 0).

Приняв $n=218$ об/мин, $L_h = 3000$ ч, получаем

$$C_P = 0,01 \cdot 10.53 \cdot \sqrt[3]{60 \cdot 218 \cdot 3000} = 35.79 \text{ Н}$$

[?] На основе полученного значения выберем подшипник "Подшипник шариковый радиальный однорядный №2000083 ГОСТ 8538-74" со следующими параметрами:

d, мм	D, мм	B, мм	r, мм	C, Н	C ₀ , Н
3	7	2.5	0.3	430	136

Таблица 7: Характеристики основного подшипника

Выберем такой подшипник для всех валов.

ferefr

[1] Тищенко

[2] Шарловский