

Техническое задание

Тема: привод следящей системы (задание №3)

Разработать конструкцию привода следящей системы по предложенной схеме в соответствии с заданным вариантом.

Вариант	2
Скорость вращения выходного вала ω , c^{-1}	5
Ускорение вращения выходного вала ϵ , c^{-2}	36
Момент инерции нагрузки J , $кгм^2$	0,015
Угол поворота выходного вала ϕ	120
Присоединительный диаметр d , мм	50
Тип потенциометра	ПТП или ППМЛ - выбирается самостоятельно с соответствующим обоснованием
Тип электродвигателя	Выбирать из серий ДИД, ДГ

Таблица 1: Исходные данные для расчёта

Расчётная часть

1.1. Предварительный расчёт электродвигателя

Сначала вычислим момент нагрузки на выходном валу:

$$M = J\epsilon = 0,015 \cdot 36 = 540 \text{ Нмм}$$

Затем вычислим минимально возможную мощность двигателя, используя формулу

$$N = \xi \frac{M\omega}{\eta_p}.$$

Приняв запас прочности $\xi = 1,1$, а оценочный КПД редуктора $\eta_p = 0,8$, получим $N = 3,71 \text{ Вт}$.

Предварительно выберем двигатель ДГ-5ТА:

Мощность N , Вт	5
Номинальный момент $M_{\text{ном}}$, Нмм	10
Пусковой момент $M_{\text{п}}$, Нмм	22
Скорость вращения вала $n_{\text{ном}}$, об/мин	6000
Момент инерции ротора J_p , кгм ²	4Е-7
Напряжение питания U , В	36

Таблица 2: Параметры двигателя

1.2. Кинематический и вспомогательный силовой расчёты

1.2.1. Определение общего передаточного отношения

Вычислим общее передаточное отношение редуктора по формуле

$$i_0 = \frac{n_{\text{ном}}}{n_{\text{вых}}}.$$

Скорость вращения выходного вала находим по формуле

$$n_{\text{вых}} = \frac{30\omega}{\pi}.$$

В результате получаем

$$i_0 = \frac{n_{\text{ном}}\pi}{30\omega} = \frac{6000 \cdot 3,14}{30 \cdot 5} = 126$$

1.2.2. Предварительная проверка двигателя по моменту

Выполним предварительную проверку выбранного двигателя по динамическому моменту (так как в данном устройстве динамический момент много больше статического). Для этого воспользуемся формулой для приведения динамической нагрузки к входному валу:

$$M_{\text{д.пр.}} = [(1 + K_M)J_p + \frac{J_H}{i_0^2}] \epsilon i_0,$$

где J_p - момент инерции ротора двигателя,
 J_H - момент инерции нагрузки,

K_M - коэффициент, учитывающий инерционность редуктора $K_M = 0,5$,
 ϵ - угловое ускорение выходного вала редуктора.

Получаем $M_{д.пр.} = 7.0073 \text{ Нмм} < M_{ц} = 22 \text{ Нмм}$. Заключаем, что по данному параметру двигатель подобран верно.

1.2.3. Определение числа ступеней

Число ступеней будем определять исходя из критериев минимизации момента инерции и габаритов, используя объединённую формулу:

$$n = \frac{3 + 1,85}{2} \cdot \lg i_0 \approx 5$$

Таким образом, редуктор будет иметь 5 ступеней.

1.2.4. Определение передаточных отношений каждой ступени

Распределение будет производить исходя из критерия минимизации момента инерции. Сперва вычислим среднее геометрические передаточное отношение [1]:

$$i_{ср} = \sqrt[n]{i_0} = \sqrt[5]{126} = 2.63$$

Затем рассчитаем непосредственно значения передаточного отношения для каждой ступени:

$$i_1 = \sqrt[4]{2i_{ср}} = 1.51$$

$$i_2 = \sqrt{i_{ср}} = 1.62$$

$$i_3 = i_{ср} = 2.63$$

$$i_4 = \frac{i_{ср}^2}{i_2} = 4.27$$

$$i_5 = \frac{i_{ср}^2}{i_1} = 4.57$$

1.2.5. Определение числа зубьев зубчатых колёс

Для подбора числа зубьев для шестерней имеет смысл брать минимальные из стандартного ряда, однако в процессе разработки конструкции делаются поправки исходя из необходимых минимальных расстояний между валами. Для колёс рассчитаем числа зубьев z_i , воспользовавшись формулой

$$z_i = z_{i-1}i_j,$$

где z_{i-1} - число зубьев соответствующей шестерни, а i_j - передаточное отношение данной пары.

По итогам расчётов получаем следующие значения:

Номер ступени	Z для шестерни	Z для колеса
1	25	38
2	25	38
3	25	71
4	25	106
5	36	160

Таблица 3: Значения числа зубьев для зубчатых колёс

В связи с тем, что стандартный ряд числа зубьев весьма дискретен, результирующее передаточное отношение редуктора может отличаться от начального. Вычислим погрешность:

$$\Delta i = \frac{|i_0 - i_{\text{фактич.}}|}{i_0} = \frac{|126 - 123.65|}{126} = 0.019$$

Результат вполне удовлетворяет требования точности.

1.2.6. Приведение моментов к валам

Для расчёта дальнейших параметров зубчатых колёс необходимо найти крутящие моменты, действующие на каждом из валов редуктора. Для этого воспользуемся формулой [1]

$$M_p = \frac{M_q}{i_{p-q}\eta_{pq}\eta_n},$$

где M_p, M_q - моменты нагрузки на р-м и q-м валах, i_{p-q} - передаточное отношение между валами, η_{pq}, η_n - КПД зацепления (для цилиндрической 0,98) и подшипников (0,99)

По итогам вычислений получаем следующий результат (M_0 - вал двигателя):

Заметим, что $M_0 = 5$ Н, что в 2 раза меньше значения номинального момента двигателя 10 Н, т.е. имеем большой запас по моменту двигателя.

Номер вала, р	I	II	III	IV	V	VI
M_p , Нмм	5	7.33	11.52	29.4	121.79	540

Таблица 4: Оценочные значения моментов на валах

1.2.7. Определение модуля зацепления

Модуль зацепления берётся по результатам расчёта зубьев на изгибную прочность, а затем проверяется на контактную прочность. Расчёт на изгибную прочность проводится по наиболее нагруженной ступени в целях сокращения математических выкладок. Основная его формула [1]

$$m \geq K_m \sqrt[3]{\frac{K \cdot M \cdot Y_F}{z \cdot \psi_{bm} \cdot [\sigma_F]}},$$

где m - ограничение снизу на искомый модуль,

K_m - коэффициент, для прямозубых колес равный 1,4

K - коэффициент расчётной нагрузки (1,1..1,5)

M - крутящий момент на соответствующем колесе

Y_F - коэффициент формы зуба, выбирается по таблице/графику

ψ_{bm} - коэффициент формы зубчатого венца, для мелкомодульных передач равен 3..16

$[\sigma_F]$ - допускаемое изгибное напряжение для материала

Выберем материалы для колёс:

	Шестерня	Колесо
Название	сталь 40Х	сталь 45
Предел прочности σ_b , МПа	1000	580
Предел текучести σ_t , МПа	830	360
Предел выносливости σ_{-1} , МПа	350	249.4
Твёрдость	НВ 280	НВ 241
*Изгибное напряжение $[\sigma_F]$, МПа	205.88	146.71
*Контактное напряжение σ_H , МПа	602	428.97

**будет вычислено далее*

Таблица 5: Параметры материалов для зубчатых колёс

Допускаемое изгибное напряжение σ_F вычисляется по формуле [1]

$$[\sigma_F] = \frac{\sigma_{-1}}{n},$$

где n - запас прочности. Принимаем $n = 1,7$.

Модуль для пары колёс вычисляется по тому из двух, которое обладает большей относительной характеристикой прочности.

Для шестерни:

$$\frac{Y_F}{[\sigma_F]} = \frac{3.72}{205.88} = 0.018$$

Для колеса:

$$\frac{Y_F}{[\sigma_F]} = \frac{3.6}{146.71} = 0.025$$

Считаем по колесу. Задаём $K = 1,3$; $\psi_{bm} = 8$:

$$m \geq 1,4 \sqrt[3]{\frac{1,3 \cdot 540 \cdot 5.67}{160 \cdot 8 \cdot 146.71}} = 0.38$$

Примем в качестве минимального момента ближайший табличный 0.5мм. Можно назначить его всем зубчатым колесам. Однако в процессе проектирования пришлось увеличить модуль некоторых пар зубчатых колес в целях увеличения их размера.

Выполним проверку на контактную прочность, используя формулу из [1]:

$$\sigma_H = \frac{108,5 z_K}{a_w i_k} \sqrt{\frac{(i_k + 1)^3 K M}{b}} \leq [\sigma_H],$$

где i_k - передаточное отношение ступени,

M - крутящий момент на колесе,

a_w - межосевое расстояние,

b - ширина зубчатого колеса,

K - коэффициент расчётной нагрузки (принимаем равной 1,2),

z_k - коэффициент, для прямозубых передач принимаемый равный 0,9.

Проведём расчёт для наиболее нагруженной ступени (последней), приняв $m=0.4$ мм.

$$\sigma_H = \frac{108,5 \cdot 0,9}{39.24.57} \sqrt{\frac{(4.57 + 1)^3 \cdot 1,2 \cdot 540}{4.8}} = 39.94 \text{ МПа} \leq 428.97 \text{ МПа}$$

Проверочный расчёт показал, что модуль $m=0.4$ мм удовлетворяет условиям контактной прочности.

1.2.8. Итоговый геометрический расчёт зубчатых передач

В этом пункте окончательно посчитаем оставшиеся параметры зубчатых передач, необходимые для построения чертежа, а именно: диаметры делительной окружности, окружностей вершин и впадин, ширину венца и межосевое расстояние.

Диаметр делительной окружности рассчитывается по формуле

$$d = m \cdot z,$$

где m и z - модуль и число зубьев соответствующего колеса.

Диаметры окружностей вершин d_a и впадин d_f вычисляются по следующим формулам:

$$d_a = d + 2m, \quad d_f = d - 2m(1 + c),$$

где c - коэффициент радиального зазора: $c = 0,5$ при $m \leq 0,5$, $c = 0,35$ при $0,5 < m < 1$.

Для получения ширины колеса и межосевого расстояния служат формулы

$$b = \psi_{bm} m, \quad a = 0,5m(z_1 + z_2)$$

Приведём сводную таблицу с полными необходимыми характеристиками зубчатых колёс. Выберем материалы для колёс:

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m , мм	0.5		0.5		0.5		0.5		0.6	
z	25	38	25	38	25	106	25	106	36	160
d , мм	12.5	19	12.5	19	12.5	35.5	12.5	53	21.6	96
d_a , мм	13.5	20	13.5	20	13.5	36.5	13.5	54	22.8	97.2
d_f , мм	11	17.5	11	17.5	11	34	11	51.5	19.98	94.38
b , мм	4		4		4		4		4.8	
a , мм	15.75		15.75		24		32.75		58.8	

Таблица 6: Характеристики зубчатых колес

1.3. Силовые расчёты

1.3.1. Расчёт пружины люфтовывирающего колеса

В зубчатых передачах имеет место мёртвый ход при перемене направления вращения, что является следствием наличия различных зазоров между колёсами. Влияние его можно уменьшить, например, тонкой подстройкой

положения колёс, но эффективнее установить, например, зазоровыбирающее колесо, которое "автоматически" уменьшает величину мётвого хода.

Ниже приведена расчётная схема такого колеса, исходя из которой мы и будем рассчитывать пружины.

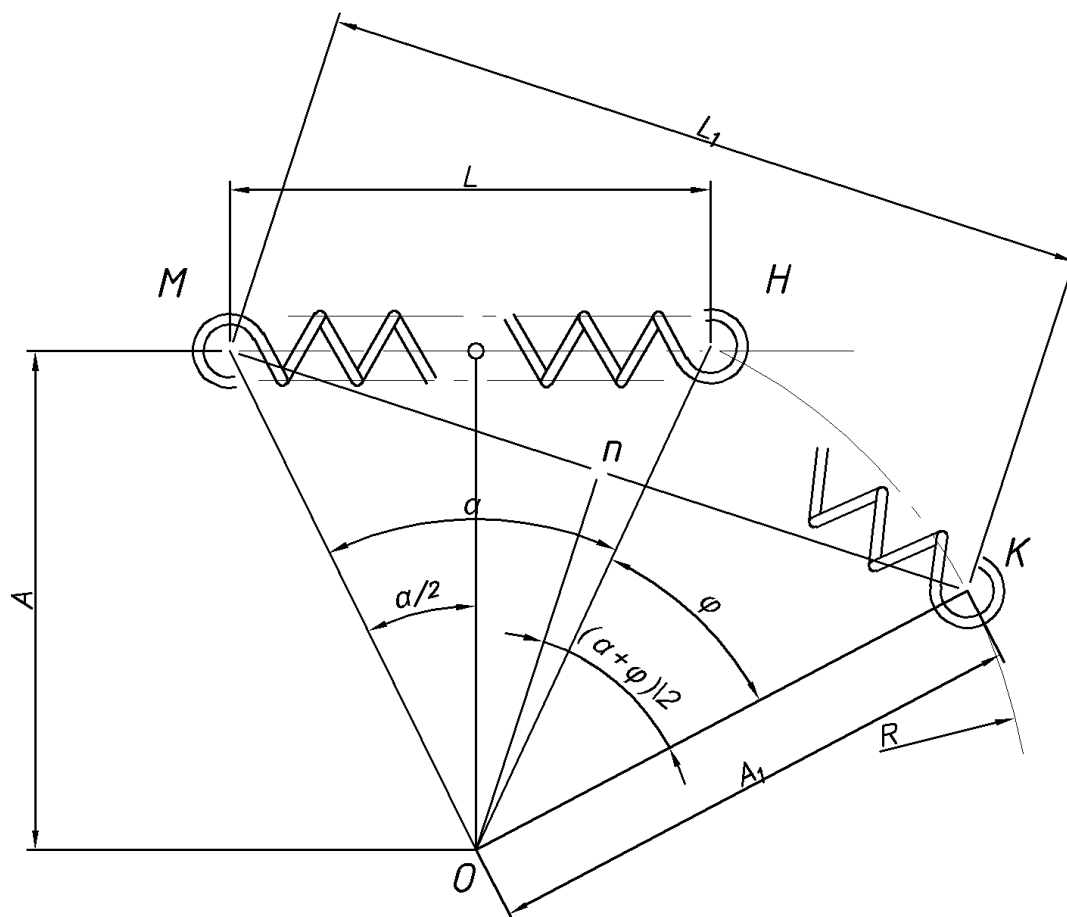


Рисунок 1: К расчёту параметров люфтовывирающей пружины

Буквами на рисунке обозначены:

L	начальная длина пружины
L_1	длина пружины в растянутом состоянии
A	начальное плечо
A_1	новое плечо действия пружины
α	угловой размер пружины в начальном состоянии
φ	угол взаимного смещения составных частей колеса
R	расстояние от центра колеса до точки крепления пружины

Люфтовывирающим колесом решено сделать выходное, под номером 10. Расчёт пружины ведётся по необходимому рабочему усилию, которое

вычисляется по формуле [2]:

$$P_2 = \frac{\xi M_{\text{кр}}}{2(A \cos \frac{180^\circ n}{z} - \frac{L}{2} \sin \frac{180^\circ n}{z})},$$

где A - расстояние от оси пружины до центра колеса,
 n - число зубьев, на которое производится взаимное
 смещение составных частей колеса,
 L - начальная длина пружины.

Приняв $L=17\text{мм}$, $A=35\text{мм}$, $n=4$, $z=160$, $\xi = 2$, получим:

$$P_2 = \frac{2 \cdot 540}{35 \cdot \cos \frac{180^\circ \cdot 4}{160} - \frac{17}{2} \cdot \sin \frac{180^\circ \cdot 4}{160}} = 15.78 \text{ Н}$$

Сила пружины при максимальной деформации [2]:

$$P_3 = \frac{P_2}{1 - \delta} = \frac{15.78}{1 - 0.05} = 16.61 \text{ Н}$$

По найденному усилию по таблицам найдём подходящую пружину, склоняясь к более коротким и жёстким. Наш выбор: №173 II класса 2 разряда с параметрами: $P_3 = 16.67 \text{ Н}$, $d=0.45 \text{ мм}$, $D=2.2 \text{ мм}$, $z_1=75.033 \text{ Н/мм}$, $f_3=0.22 \text{ мм}$. Далее рассчитаем параметры пружины для нашего случая.

Определим величину деформации F_2 при нагрузке P_2 . Если

$$L_1 = L \cos \frac{180^\circ n}{z} + 2A \sin \frac{180^\circ n}{z} = 22.44 \text{ мм},$$

то

$$F_2 = L_1 - L = 5.44 \text{ мм}.$$

Тогда жёсткость определяемой пружины будет

$$z = \frac{P_2}{F_2} = \frac{15.78}{5.44} = 2.9 \text{ Н/мм};$$

необходимое (и полное) число рабочих витков

$$n_1 = n = \frac{z_1}{z} = 26;$$

длина пружины в свободном состоянии

$$H_0 = (n_1 + 1)d = (26 + 1) \cdot 0.45 = 12.15 \text{ мм};$$

Длина развёрнутой пружины:

- приближённая формула:

$$L \approx 3.2Dn_1 = 183.04 \text{ мм}$$

- точная формула:

$$L = \frac{\pi D_0 n}{\cos(\operatorname{atan}(\frac{d+0.3}{\pi D_0}))} + \pi D_0 = 187.57 \text{ мм};$$

полная длина с крючками

$$L' = H_0 + 2D = 12.15 + 2 \cdot 2.2 = 16.55 \text{ мм}.$$

Следовательно, конструктивные размеры выбраны верно.

1.3.2. Расчёт валов

Рассчитаем предпоследний вал на прочность. Найдём необходимые

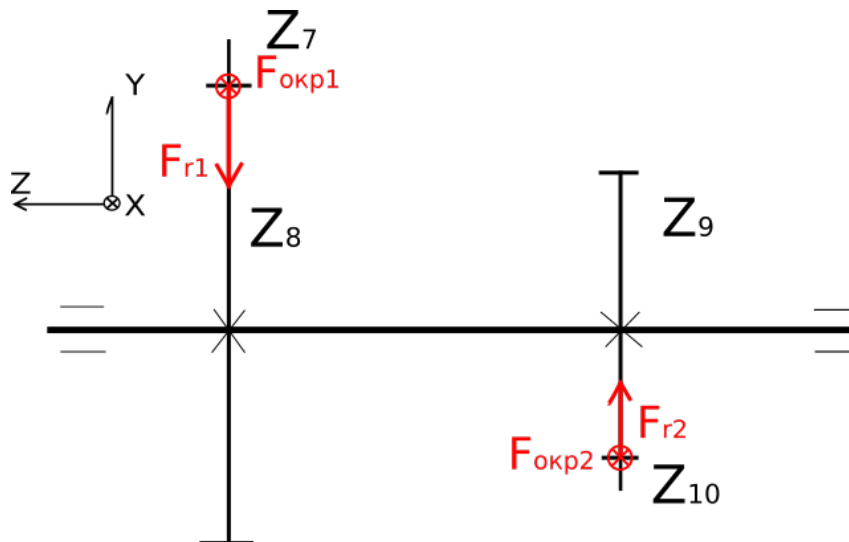


Рисунок 2: Схема вала 4 с приложенными силами

силы (с учётом $M_4 = 124.27$):

$$F_{окр1} = \frac{M_4}{0.5d_1} = 4.69 \text{ Н},$$

$$F_{\text{окр2}} = \frac{M_4}{0.5d_2} = 11.51 \text{ H},$$

$$F_{r1} = F_{\text{окр1}} \cdot \tan(20^\circ) = 1.71 \text{ H},$$

$$F_{r2} = F_{\text{окр2}} \cdot \tan(20^\circ) = 4.19 \text{ H},$$

Найдём реакции в опорах.

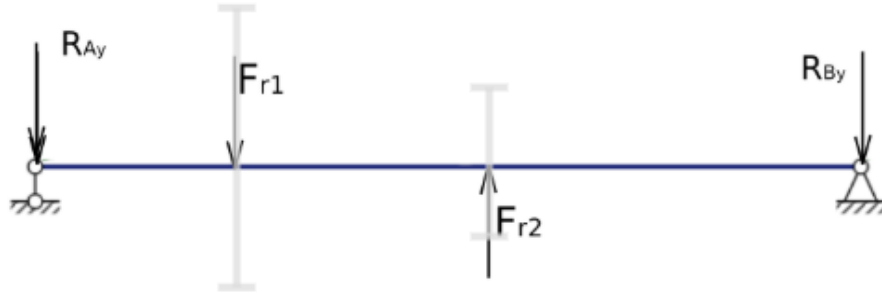


Рисунок 3: Схема балки в плоскости YOZ

$$\sum M_A = 0$$

$$F_{r1} \cdot 6 - 15 \cdot F_{r2} + 27 \cdot R_{By} = 0$$

$$R_{By} = 1.95 \text{ H}$$

$$\sum_i F_i = 0$$

$$R_{Ay} + F_{r1} + R_{By} = F_{r2}$$

$$R_{Ay} = 0.53 \text{ H}$$

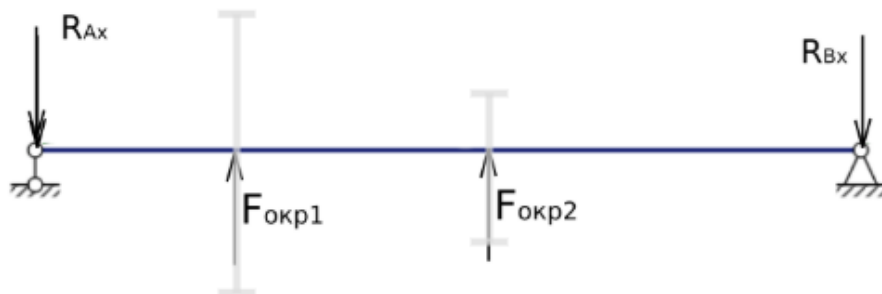


Рисунок 4: Схема балки в плоскости XOZ

$$\sum M_A = 0$$

$$R_{B_x} = \frac{15 \cdot F_{\text{окр2}} + 6 \cdot F_{\text{окр1}}}{27} = 7.43 \text{ Н}$$

$$R_{A_x} = F_{\text{окр2}} + F_{\text{окр1}} - R_{B_x} = 8.76 \text{ Н}$$

Представим эпюры рассчитанных моментов:

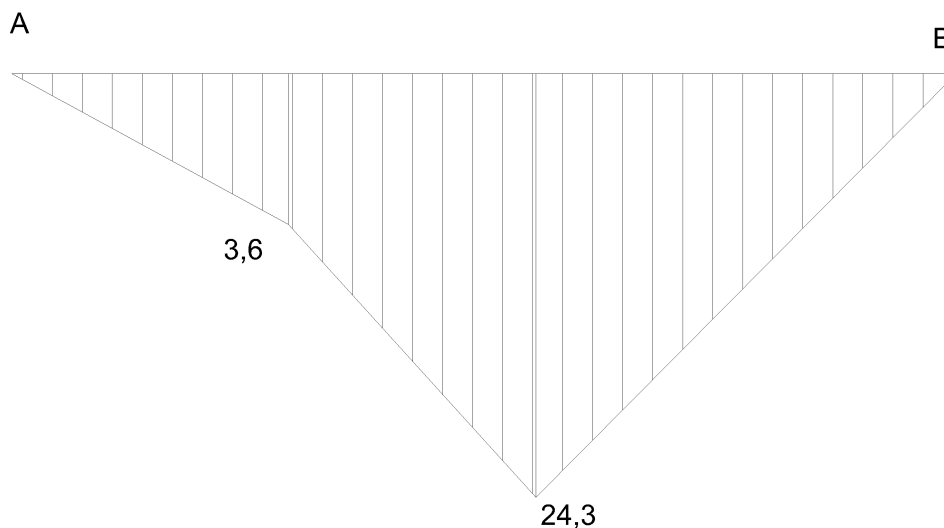


Рисунок 5: Эпюра изгибающего момента в плоскости YOZ

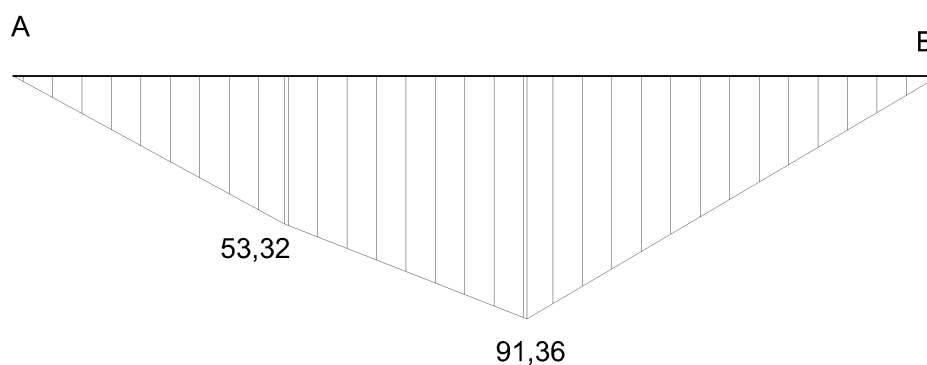


Рисунок 6: Эпюра изгибающего момента в плоскости XOZ

Учтя, что на вал действуют одновременно и изгибающий, и крутящий моменты, проведём расчет на прочность через приведенный момент в опасном сечении. По эпюрам очевидно, что это сечение находится на месте крепления шестерни (зубчатого колеса №9).

$$M_{\text{изг}}^{\Sigma} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = \sqrt{91.36^2 + 24.3^2} = 94.54 \text{ Нмм}$$

$$M_{\text{прив.}} = \sqrt{M_{\text{изг}}^{\Sigma 2} + 0,75M_{\text{кр}}^2} = 143.25 \text{ Нмм}$$

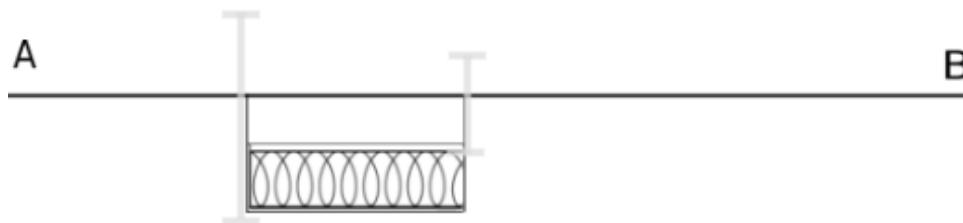


Рисунок 7: Эпюра крутящего момента

Расчёт минимального диаметра вала проведём по формуле [1]:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{\text{пр}}}{0,1[\sigma_F]}}$$

где $[\sigma_F]$ - допускаемое изгибающее напряжение, вычисляется как $[\sigma_F] = 0,1[\sigma_b]$.

Материалом выберем сталь 40Х, параметры которой приведены в таблице 5.

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{143.25}{0,1 \cdot 0,1 \cdot 1000}} = 2.43 \text{ мм}$$

Принимаем минимальный диаметр ближайшим сверху из стандартных диаметров, равным $d_{\text{мин}} = 3 \text{ мм}$, который при этом вполне подходит по конструктивным соображениям. Такой диаметр будет у вала в местах крепления к подшипникам.

1.3.3. Расчёт штифтов

Расчитаем минимальный диаметр штифта. Для этого воспользуемся следующей формулой:

$$d_{\text{ш}} \geq 2\sqrt{\frac{M}{\pi d[\tau_{\text{ср}}]}}$$

где $[\tau_{\text{ср}}]$ - допустимое напряжение на срез, МПа,

d - диаметр вала, мм,

M - крутящий момент на валу, Нмм. Материалом для штифта примем Сталь50, для неё $[\tau_{\text{ср}}] = 75 \text{ МПа}$. Так как все валы в местах посадки зубчатых колёс имеют одинаковую толщину $d=4\text{мм}$, то рассчитаем толщину штифта для наиболее нагруженного вала V.

$$d_{\text{ш}} \geq 2\sqrt{\frac{121.79}{\pi \cdot 4 \cdot 75}} = 0,72 \text{ мм}$$

Округлив в большую сторону, примем диаметром штифтов $d_{ш} = 1$ мм.

1.3.4. Расчёт опор

Подберём опоры для валов. Выберем опоры качения, а именно - радиальные подшипники, так как нагрузка на валы только радиальная.

Применем формулу для расчёта динамической грузоподъемности [1] (т.к. скорость вращения больше 1 об/мин):

$$C_P = 0,01P\sqrt[3]{60nL_h},$$

где n - частота вращения рассчитываемого вала (IV), об/мин,
 P - эквивалентная динамическая нагрузка,
 L_h - время работы, ч.

Рассчитаем P по формуле [1]:

$$P = (XF_r + YF_a)k_\sigma k_\tau = 10.53 \text{ Н},$$

где $(X, Y) = (1, 0)$ - коэффициенты, учитывающие направление нагрузки,
 $k_\sigma = 1$ - коэффициент безопасности,
 $k_\tau = 1,2$ - коэффициент температуры,
 F_r - радиальная нагрузка,
 F_a - осевая нагрузка (равна 0).
Приняв $n=218$ об/мин, $L_h = 3000$ ч, получаем

$$C_P = 0,01 \cdot 10.53 \cdot \sqrt[3]{60 \cdot 218 \cdot 3000} = 35.79 \text{ Н}$$

[?] На основе полученного значения выберем подшипник "Подшипник шариковый радиальный однорядный №2000083 ГОСТ 8538-74" со следующими параметрами:

d, мм	D, мм	B, мм	r, мм	C, Н	C ₀ , Н
3	7	2.5	0.3	430	136

Таблица 7: Характеристики основного подшипника

Выберем такой подшипник для всех валов.

1.4. Расчёт показателей точности кинематической схемы

1.4.1. Расчёт погрешности

Для зубчатой передачи назначим 7-ю степень точности как наиболее часто применяемую для точных передач. Кроме того, приняв во внимание окружные скорости колёс, возможное изменение размеров из-за колебаний температуры и прочие параметры, назначаем для передач сопряжение F.

Общую погрешность передачи находят как сумму люфтовой и кинематической погрешностей:

$$\Delta\varphi_{\Sigma} = \Delta\varphi_{i0} + \Delta\varphi_{\text{л}}$$

Рассчитаем люфтовую погрешность. Она складывается из погрешностей элементарных передач $\Delta\varphi_{\text{ли}}$, нормированных на соответствующее передаточное отношение.

Значение погрешностей для цилиндрических передач определяют в угловых минутах по формуле:

$$\Delta\varphi_{\text{ли}} = 7,4 \frac{j_{n-\text{max}}}{mz},$$

где

m - модуль колеса, мм;

z - число зубьев колеса

$j_{n-\text{max}}$ - вероятный максимальный угловой зазор, мкм.

С учётом типа сопряжения возьмём из ГОСТ 9178-81 значения $j_{n-\text{max}}$:

a_w , мм	15.75	15.75	24	32.75	58.8
$j_{n\text{max}}$, мкм	11	11	13	16	19

Вычислим погрешности:

$$\Delta\varphi_{\text{л}12} = 7.4 \frac{11}{0.5 \cdot 25} = 6.51'$$

$$\Delta\varphi_{\text{л}34} = 7.4 \frac{11}{0.5 \cdot 25} = 6.51'$$

$$\Delta\varphi_{\text{л}56} = 7.4 \frac{13}{0.5 \cdot 25} = 7.7'$$

$$\Delta\varphi_{л78} = 7.4 \frac{16}{0.5 \cdot 25} = 9.47'$$

$$\Delta\varphi_{л9 \ 10} = 7.4 \frac{19}{0.6 \cdot 36} = 6.51'$$

Соответственно, люфтовая погрешность равна:

$$\Delta\varphi_{л} = \sum_{k=1}^5 \frac{\Delta\varphi_{лк}}{i_{k-n}} = 2.19'$$

Рассчитаем кинематическую погрешность, приведённую к выходному валу. Она складывается из погрешностей элементарных передач $\Delta\varphi_{ik}$ по следующей формуле:

$$\Delta\varphi_{i0} = \frac{\Delta\varphi_{i1}}{i_{1-(n+1)}} + \frac{\Delta\varphi_{i2} + \Delta\varphi_{i3}}{i_{2-(n+1)}} + \dots + \Delta\varphi_{i2n}$$

Величина $\Delta\varphi_i$ определяется по формуле:

$$\Delta\varphi_i = 4.8 \frac{F_p + F_f}{mz},$$

где

F_p - допуск на накопленную погрешность шага зубчатого колеса, мкм;

F_f - допуск на погрешность профиля зуба, мкм;

По ГОСТ 9178-81 найдём эти погрешности и рассчитаем погрешности:

m, мм	0.5		0.5		0.5		0.5		0.6	
z	25	38	25	38	25	106	25	106	36	160
d, мм	12.5	19	12.5	19	12.5	35.5	12.5	53	21.6	96
F_p , мкм	22	24	22	24	22	30	22	35	26	42
F_f , мкм	9	9	9	9	9	9	9	9	10	10
$\Delta\varphi_i$, угл. мин.	11.9	12.67	11.9	12.67	11.9	14.98	11.9	16.9	8	11.56
i	1.51		1.62		2.63		4.27		4.57	

Таблица 8: Характеристики зубчатых колес

Тогда общая кинематическая погрешность равна:

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_{i0} = & \frac{11.9}{125.54} + \frac{12.67 + 11.9}{83.14} + \frac{12.67 + 11.9}{51.32} + \\ & + \frac{14.98 + 11.9}{19.51} + \frac{16.9 + 8}{4.57} + 11.56 = 19.25'\end{aligned}$$

А суммарная погрешность:

$$\Delta\varphi_{\Sigma} = \Delta\varphi_{i0} + \Delta\varphi_{\pi} = None + 19.25 = 21.44'$$

ferefr

[1] Тищенко

[2] Шарловский