BÀI 2: CÁC CÔNG THỨC TÍNH XÁC SUẤT

2.1: Xác suất để 1 ngành kinh doanh của Mỹ có trụ sở tại Munich là 0,7; xác suất để nó có trụ sở tại Brussels là 0,4 và xác suất để nó có trụ sở ở Munich hoặc Brussels hoặc cả hai là 0,8. Tính xác suất để ngành kinh doanh đó có trụ sở:

a, Ở cả hai thành phố trên

b, Không ở thành phố nào trong hai thành phố trên.

Giải:

Gọi A là biến cố: "Ngành kinh doanh có trụ sở tại Munich"

B là biến cố: "Ngành kinh doanh có trụ sở tại Brussels"

=> A + B là biến cố: "Ngành kinh doanh có trụ sở ở Munich hoặc Brussels hoặc cả hai"

a, Gọi D là biến cố: "Ngành kinh doanh có trụ sở ở cả 2 thành phố"

$\Rightarrow P(D) = P(AB)$

Áp dụng công thức:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

$$\Leftrightarrow P(AB) = P(A) + P(B) - P(A+B)$$

$$\Leftrightarrow P(AB) = 0,7 + 0,4 - 0,8 = 0,3$$

Vậy xác suất để ngành kinh doanh có trụ sở ở cả hai thành phố là 0,3

Date . . . No.

b, Gọi E là biến cố: "Ngành kinh doanh không ở thành phố nào trong hai thành phố trên"

$\Rightarrow P(E) = P(\overline{A+B}) = 1 - P(A+B)$
$= 1 - 0,8 = 0,2$

Vậy xác suất để ngành kinh doanh không ở thành phố nào trong hai thành phố là 0,2.

2.2: Từ kinh nghiệm của mình, một người mua bán cổ phiếu tin rằng, với điều kiện kinh tế hiện nay, một khách hàng sẽ đầu tư vào trái phiếu với xác suất là 0,6, đầu tư vào chứng chỉ quỹ là 0,3 và đầu tư vào cả 2 loại trên với xác suất 0,15. Tìm xác suất để tại thời điểm này một khách hàng sẽ:
a, Đầu tư vào trái phiếu miễn thuế hoặc chứng chỉ quỹ.
b, Không đầu tư vào trái phiếu cũng không đầu tư vào chứng chỉ quỹ.
Giải:

Gọi A là biến cố: "Đầu tư vào trái phiếu"
B là biến cố: "Đầu tư vào chứng chỉ quỹ"
$\Rightarrow$ AB là biến cố: "Đầu tư vào cả trái phiếu và chứng chỉ quỹ"

a, Gọi C là biến cố: "Đầu tư vào trái phiếu hoặc chứng chỉ quỹ"
$\Rightarrow P(C) = P(A+B)$

Date . . . No.

Áp dụng công thức:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,6 + 0,3 - 0,15 = 0,75$$

Vậy xác suất để một khách hàng đầu tư vào trái phiếu miễn thuế hoặc chứng chỉ quỹ là 0,75.

b) Gọi D là biến cố: "Không đầu tư vào trái phiếu cũng không đầu tư vào chứng chỉ quỹ"

$$\Rightarrow P(D) = P(\overline{A+B}) = 1 - P(A+B) = 1 - 0,75 = 0,25$$

2.3: Một lớp học có 100 sinh viên, trong đó có 54 sinh viên học toán, 69 sinh viên học lịch sử và 35 sinh viên học cả toán và lịch sử. Chọn ngẫu nhiên một sinh viên, tìm xác suất để:

a) Sinh viên đó học toán hoặc lịch sử

b) Sinh viên đó không học cả 2 môn

c) Sinh viên đó học lịch sử nhưng không học toán.

Giải: Số phần tử của kg mẫu là: $n(\Omega) = 100$

Gọi A là biến cố: "Sinh viên học toán"

B là biến cố: "Sinh viên học lịch sử"

$\Rightarrow$ AB là biến cố: "Sinh viên học cả toán và lịch sử"

a) Gọi C là biến cố: "Sinh viên học toán hoặc lịch sử"

Date . . . No.

$\Rightarrow P(C) = P(A+B)$

Áp dụng công thức:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

$$= \frac{n(A)}{n(\Omega)} + \frac{n(B)}{n(\Omega)} - \frac{n(AB)}{n(\Omega)}$$

$$= \frac{54}{100} + \frac{69}{100} - \frac{35}{100}$$

$$= 0,88$$

Vậy xác suất để sinh viên được chọn học toán hoặc lịch sử là 0,88.

b, Gọi D là ~~xác suất~~ biến cố: "Sinh viên không học cả hai môn"

$\Rightarrow P(D) = P(\overline{AB}) = 1 - P(AB)$

$$= 1 - \frac{n(AB)}{n(\Omega)} = 1 - \frac{35}{100}$$

$$= 0,65$$

Vậy xác suất để sinh viên được chọn không học cả hai môn là 0,65.

c, Gọi E là biến cố: "Sinh viên học lịch sử nhưng không học toán"

$\Rightarrow P(E) = P(B) - P(AB)$

$$= \frac{n(B)}{n(\Omega)} - \frac{n(AB)}{n(\Omega)} = \frac{69}{100} - \frac{35}{100}$$

$$= 0,34$$

2.4: Cho một mẫu ngẫu nhiên gồm 200 người đã trưởng thành, được phân loại theo giới tính và trình độ học vấn như sau.

Trình độ học vấn	Nam	Nữ
Sơ cấp	38	45
Trung cấp	28	50
Cao đẳng	22	17

Chọn ngẫu nhiên một người từ nhóm này, tìm xác suất để:

a, Người được chọn là nam giới, biết rằng người đó có trình độ trung cấp

b, Người được chọn không có trình độ cao đẳng, biết rằng người đó là nữ giới.

Giải:

a, Gọi A là biến cố: "Người được chọn có trình độ trung cấp"

B là biến cố: "Người được chọn là nam giới"

Ta có: số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = 200$

Lại có: $n(A) = 78$

$n(B) = 88$

$n(AB) = 28$

$\Rightarrow P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{78}{200} = 0,39$

$P(AB) = \dfrac{n(AB)}{n(\Omega)} = \dfrac{28}{200} = 0,14$

$\Rightarrow$ Xác suất để người được chọn là nam giới với điều kiện người đó có trình độ trung cấp là:

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{A} = \frac{0,14}{0,39} = \frac{14}{39}$$

b, Gọi C là biến cố: "Người được chọn không có trình độ cao đẳng"

D là biến cố: "Người được chọn là nữ giới"

$\Rightarrow$ $n(D) = 112$

$n(CD) = 45 + 50 = 95$

$$\Rightarrow P(D) = \frac{n(D)}{n(\Omega)} = \frac{112}{200} = 0,56$$

$$P(CD) = \frac{n(CD)}{n(\Omega)} = \frac{95}{200} = 0,475$$

$\Rightarrow$ Xác suất để người được chọn không có trình độ cao đẳng với điều kiện người đó là nữ giới là:

$$P(C|D) = \frac{P(CD)}{P(D)} = \frac{0,475}{0,56} = \frac{95}{112}$$

2.5: Trong một cuộc thăm dò dân ý, xác suất để người chồng tham gia bỏ phiếu là 0,21; xác suất để người vợ tham gia bỏ phiếu là 0,28; và xác suất để cả 2 cùng tham gia bỏ phiếu là 0,15. Tìm xác suất để:

a, có ít nhất 1 người trong gia đình tham gia bỏ phiếu

b, Người vợ sẽ tham gia bỏ phiếu, biết rằng chồng cô ta cũng tham gia.

c, Người chồng sẽ tham gia bỏ phiếu, biết rằng vợ anh ta không tham gia.

Giải:

Gọi A là biến cố: "Người chồng tham gia bỏ phiếu"

B là biến cố: "Người ~~vợ~~ vợ tham gia bỏ phiếu"

$\Rightarrow$ AB là biến cố: "Cả 2 vợ chồng cùng tham gia bỏ phiếu"

a, Gọi C là biến cố: "Có ít nhất một người tham gia bỏ phiếu"

$\Rightarrow P(C) = P(A+B)$

Áp dụng công thức:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$
$$= 0{,}21 + 0{,}28 - 0{,}15$$
$$= 0{,}34$$

Vậy xác suất để có ít nhất một người trong gia đình tham gia bỏ phiếu là 0,34.

b, Xác suất để người vợ tham gia bỏ phiếu với điều kiện người chồng cũng tham gia là:

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0{,}15}{0{,}21} = \frac{5}{7}$$

c, Xác suất để người chồng tham gia bỏ phiếu với điều kiện người vợ không tham gia là:

$$P(A|\bar{B}) = \frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(A) - P(AB)}{1 - P(B)}$$
$$= \frac{0{,}21 - 0{,}15}{1 - 0{,}28} = \frac{1}{12}$$

2.6: Xác suất để 1 phương tiện biển kiểm soát Canada đến thăm quan khu hang động Luray là 0,12, xác suất để khách du lịch tới đó cắm trại là 0,28 với xác suất để khách du lịch tới khu hang động cắm trại có sử dụng phương tiện mang biển kiểm soát của Canada là 0,09. Tìm xác suất:

a, Một khách du lịch tới khu hang động cắm trại biết rằng người đó mang sử dụng phương tiện mang biển kiểm soát Canada.

b, Một phương tiện mang biển kiểm soát Canada tới khu hang động biết rằng phương tiện đó là của khách du lịch đi cắm trại.

c, Một phương tiện tới khu hang động không mang biển kiểm soát Canada hoặc không phải là của khách du lịch đi cắm trại.

Giải:

Gọi A là biến cố: "Hành khách đi phương tiện biển kiểm soát Canada đến khu hang động"

B là biến cố: "Hành khách cắm trại ở khu hang động"

=> AB là biến cố: "Hành khách đến hang động cắm trại bằng phương tiện mang biển kiểm soát Canada"

a, Xác suất để hành khách tới hang động cắm trại với điều kiện họ sử dụng phương tiện mang biển kiểm soát Canada là:

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,09}{0,12} = 0,75$$

Date . . . No.

b) Xác suất để một phương tiện mang biển kiểm soát Canada tới khu ~~cấm thai~~ hang động với điều kiện phương tiện là của khách du lịch đi cắm trại là:

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,09}{0,28} = \frac{9}{28} = 0,3214$$

c) Gọi C là biến cố: "Một phương tiện khi tới khu hang động không mang biển Canada hoặc không phải của khách du lịch cắm trại"

$\Rightarrow P(C) = P(\overline{AB}) = 1 - P(AB) = 1 - 0,09$
$= 0,91$.

2.7: Xác suất để một bác sĩ chẩn đoán đúng bệnh là 0,7. Nếu bác sĩ chẩn đoán sai, xác suất để bệnh nhân bị chẩn đoán sai phát đơn kiện đòi bồi thường là 0,9. Tìm xác suất để bác sĩ chẩn đoán sai bệnh và bị bệnh nhân đòi bồi thường.

Giải:

Gọi A là biến cố: "Bác sĩ chuẩn đoán sai bệnh"

B là biến cố: "Bệnh nhân phát đơn kiện đòi bồi thường"

=> +) Xác suất của biến cố A là:

$P(A) = 1 - 0,7 = 0,3$

+) Xác suất của biến cố: "Bệnh nhân bị chuẩn đoán sai phát đơn kiện bồi thường (với điều kiện bác sĩ chuẩn đoán sai)" là 0,9.

HẢI TIẾN

Tức là:

$P(B|A) = 0,9$

Gọi C là biến cố: "Bác sĩ chẩn đoán sai và bị bệnh nhân phát đơn kiện đòi bồi thường"

$\Rightarrow P(C) = P(AB)$

Áp dụng công thức:

$P(AB) = P(A) \cdot P(B|A)$

$= 0,3 \cdot 0,9 = 0,27$

Vậy xác suất để bác sĩ chẩn đoán sai bệnh và bị bệnh nhân phát đơn kiện đòi bồi thường là 0,27.

2.8: Để buộc mọi người lái xe đúng tốc độ quy định, CSGT đặt hệ thống rađa bắn tốc độ ở 4 vtrí khác nhau trong TP. Tỉ lệ và thời gian hđ của mỗi hệ thống rađa ở mỗi vị trí L_1, L_2, L_3, L_4 lần lượt là 40%, 20%, 20% và 30%. Một người lái xe quá tốc độ quy định phải đi qua các vị trí này với xác suất tương ứng là 0,2; 0,1; 0,5 và 0,2. Tìm xác suất để

a, Anh ta nhận biên lai phạt

b, Nếu ng đó nhận biên lai phạt, tìm xác suất để anh ta đi qua L_2.

Giải

a, Gọi B_i là các biến cố: "Người lái xe đi quá tốc độ ở vị trí L_i"

($\text{Với } 1 \le i \le 4,\ i \in \mathbb{N}$)

A là biến cố: "Người lái xe nhận biên lai phạt"

Theo đề bài, ta có:

$P(B_1) = 0,2$, $P(B_2) = 0,1$

$P(B_3) = 0,5$, $P(B_4) = 0,2$

và $P(A|B_1) = 0,4$

$P(A|B_2) = 0,2$

$P(A|B_3) = 0,2$

$P(A|B_4) = 0,3$

Mà B_1, B_2, B_3, B_4 là các biến cố tạo nên một phân hoạch.

Áp dụng công thức, ta có xác suất đầy đủ của biến cố A là:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{4} P(B_i)P(A|B_i)$$

$$= P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3) + P(B_4)P(A|B_4)$$

$$= 0,2 . 0,4 + 0,1 . 0,2 + 0,5 . 0,2 + 0,2 . 0,3$$

$$= 0,26$$

Vậy xác suất để người lái xe nhận biên lai phạt là 0,26.

b, Xác suất để người lái xe đi qua L_2 và bị phạt là:

$$P(B_2|A) = \frac{P(B_2) . P(A|B_2)}{P(A)} \text{ (CT Bayes)}$$

$$\Leftrightarrow P(B_2|A) = \frac{0,1 . 0,2}{0,26} = \frac{1}{13}$$

29: Một cửa hàng bán sơn Latex và Semigloss. Tỷ lệ khách hàng mua sơn Latex là 75%. Trong số khách hàng mua sơn Latex có 60% khách hàng mua kèm chổi lăn sơn. Tỷ lệ khách hàng mua sơn Semigloss kèm chổi là 30%. Chọn ngẫu nhiên 1 khách hàng mua 1 thùng sơn kèm chổi lăn sơn, tính xác suất để khách mua loại sơn Latex.

Giải:

Gọi B_1, B_2 lần lượt là các biến cố: "khách hàng mua sơn ứng với các loại lần lượt là sơn Latex và Semigloss"

A là biến cố: "khách mua sơn ~~lat~~ kèm chổi lăn sơn"

Theo giả thiết, ta có:

$P(B_1) = 0,75$; $P(B_2) = 0,25$

và $P(A|B_1) = 0,6$; $P(A|B_2) = 0,3$

Vì B_1 và B_2 là hai biến cố tạo nên một phân hoạch

Nên áp dụng công thức, ta có xác suất đầy đủ của biến cố A là:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{2} P(B_i)\,P(A|B_i)$$

$$= P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)$$

$$= 0,75 \cdot 0,6 + 0,25 \cdot 0,3$$

$$= 0,525$$

=> Xác suất khách hàng mua sơn Latex có kèm chổi lăn sơn là:

$$P(B_2|A) = \frac{P(B_2) \cdot P(A|B_2)}{P(A)} \quad (\text{CT Bayes})$$

$$= \frac{0,25 \cdot 0,3}{0,525} = \frac{1}{7}$$

2.10 : Trong một nhà tù liên bang có 2/3 tù nhân dưới 25 tuổi. Biết rằng 3/5 số tù nhân là nam, 5/8 số tù nhân là nữ hoặc lớn hơn hoặc bằng 25 tuổi. Tìm xác suất để một tù nhân được chọn ngẫu nhiên từ nhà tù là nữ và có độ tuổi lớn hơn hoặc bằng 25 tuổi.

Giải:

Gọi A là biến cố: "Tù nhân là nữ"
B là biến cố: "Tù nhân lớn hơn hoặc bằng 25 tuổi"

~~=> A + B là biến cố: "Tù nhân là nữ lớn hơn hoặc bằng 25 tuổi"~~

=> A + B là biến cố: "Tù nhân là nữ hoặc lớn hơn hoặc bằng 25 tuổi"

Theo giả thiết, ta có:

$$P(A) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

$$P(B) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$P(A+B) = \frac{5}{8}$$

Gọi C là biến cố: "Tù nhân là nữ và tuổi lớn hơn hoặc bằng 25"

$$\Rightarrow P(C) = P(AB)$$

Date . . . No.

Áp dụng công thức:

$$P(AB) = P(A) + P(B) - P(A+B)$$

$$\Leftrightarrow P(AB) = \frac{2}{5} + \frac{1}{3} - \frac{5}{8}$$

$$= \frac{13}{130}$$

Vậy xác suất để chọn ra tù nhân nữ có độ tuổi lớn hơn hoặc bằng 25 là $\frac{13}{130}$

HẢI TIẾN