

BÀI 5 : CÁC SỐ NGẪU NHIÊN CỦA
BNN MỘT CHIỀU

5.1 : Phân phối xác suất của bùn đất xé

X lè :

$$f(x) = C_3^x \left(\frac{1}{4}\right)^x \left(\frac{3}{4}\right)^{3-x}, x=0,1,2,3$$

Hãy tìm tóm tắt của X.

Giai:

Tóm tắt của X là:

$$\mu = E(X) = \sum_{x=0}^3 x f(x)$$

$$= \sum_{x=0}^3 x C_3^x \left(\frac{1}{4}\right)^x \left(\frac{3}{4}\right)^{3-x}$$

$$= \frac{3}{4}$$

Vậy $E(X) = \frac{3}{4}$

5.2 : Cho bùn X có bảng phân phối xác suất

này sau:

X	0	1	2	3	4
$f(x)$	0,41	0,37	0,16	0,05	0,01

Hãy tìm số lèi tóm tắt trên mỗi 10m
của loài sòi vài nái lèi.

Giai:

Tóm tắt của X là tóm tắt trên mỗi 10m
của loài sòi vài lèi,

$$\mu = E(X) = \sum_{x=0}^3 x f(x)$$

$$= 0,0 \cdot 0,41 + 1 \cdot 0,37 + 2 \cdot 0,16 + 3 \cdot 0,05 + 4 \cdot 0,01$$

(1)

$$= 0,88$$

Vậy $E(X) = 0,88$

5.3: Bảng cách đầu tư vào cổ phần đầu
tài định, một người có thể kiếm được
4000 USD một năm với xác suất 0,3 hoặc
là 1000 USD với xác suất 0,7. Người này
hi vọng sẽ kiếm được bao nhiêu trong
một năm?

Gọi:

Gọi X là số tiền có thể kiếm được trong
một năm

$$\Rightarrow X = \{-1000, 4000\}$$

Ta có bảng phân phối đầu tiên của
bản X với phân phối xác suất $f(x)$:

x	-1000	4000
$f(x)$	0,7	0,3

\Rightarrow kỳ vọng của bản X là:

$$\mu = E(X) = \sum_x x f(x)$$

$$= (-1000) \cdot 0,7 + 4000 \cdot 0,3 \\ = 500$$

Vậy người đó kỳ vọng sẽ kiếm được 500 USD
trong một năm

5.4. Nếu lãi suất của một nhà kinh doanh ô tô (tính theo đơn vị 5000 USD), thu được từ mỗi chiếc xe ô tô là một biến ngẫu nhiên X với hàm mật độ sau:

$$f(x) = \begin{cases} 2(1-x), & x \in (0;1) \\ 0, & x \notin (0;1) \end{cases}$$

Tìm lãi suất trung bình từ 1 chiếc ô tô.

Gợi ý:

Gọi X là lãi suất thu được từ một chiếc xe ô tô (đơn vị 5000 USD)
 \Rightarrow Ký vọng của biến X là:

$$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$$

$$= \int_0^1 x \cdot 2(1-x) dx$$

$$= \left(x^2 - \frac{2}{3}x^3 \right) \Big|_0^1 = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

\Rightarrow Lãi suất trung bình từ một chiếc ô tô
 $\text{là: } 5000 \cdot \frac{1}{3} = \frac{5000}{3} = 1666,6667 \text{ (USD)}$

5.5. Hàm mật độ của biến liên tục X, biến này tổng số giá (theo đơn vị 100 giờ) mà một giài dinh sử dụng máy hút bụi trong một năm như sau:

$$f(x) = \begin{cases} x & , x \in (0; 1) \\ 2-x & , x \in [1; 2] \\ 0 & , x \notin (0; 1) \cup [1; 2] \end{cases}$$

(Hàng tần số giá sử dụng máy hút bụi của một già đình thay một năm?)

Giai:

Gọi X là hàng tần số giá một già đình sử dụng máy hút bụi trong một năm (tỷ lệ 100 giờ)

\Rightarrow Ký vọng của ban X là:

$$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$$

$$= \int_{-\infty}^0 x f(x) dx + \int_0^1 x f(x) dx + \int_1^2 x f(x) dx + \int_2^{+\infty} x f(x) dx$$

$$= \int_0^1 x \cdot x dx + \int_1^2 x \cdot (2-x) dx$$

$$= \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 + \left(2x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^2$$

$$= \frac{1}{3} + \left(4 - \frac{8}{3} - 1 + \frac{1}{3} \right)$$

$$= 1$$

\Rightarrow Trung bình số giờ sử dụng máy hút bụi của một già đình thay một năm là:

$$1 \cdot 100 = 100 \text{ (giờ)}$$

(4)

5.6: Gọi X là biến với phân phối xác suất
như sau:

x	-3	6	9
$f(x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

Hãy tìm kí vựng của biến $g(X) = (2X+1)^2$

Giai:

Kí vựng của biến ~~$g(X)$~~ $= (2X+1)^2$
là:

$$\begin{aligned} M_{g(x)} &= \sum g(x) \cdot f(x) \\ &= g(-3) \cdot f(-3) + g(6) \cdot f(6) + g(9) \cdot f(9) \\ &= 25 \cdot \frac{1}{6} + 169 \cdot \frac{1}{2} + 361 \cdot \frac{1}{3} \\ &= 209 \end{aligned}$$

Vậy kí vựng của biến $g(X) = (2X+1)^2$
là: ~~209~~ , $M_{g(x)} = 209$

5.7: Biến liên tục X có hàm mật độ là:

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & \text{khi } x > 0 \\ 0, & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$$

Hãy tìm kí vựng của biến $g(X) = e^{\frac{2X}{2}}$

Giai:

Ký vọng của biến $g(x) = e^{\frac{2x}{3}}$ là:

$$\mu_{g(x)} = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \cdot g(x) dx$$

$$= \int_0^{+\infty} g(x) \cdot g(x) dx$$

$$= \int_0^{+\infty} e^{\frac{2x}{3}} \cdot e^{-x} dx$$

$$= \int_0^{+\infty} e^{-\frac{x}{3}} dx$$

$$= \left(-3 \cdot e^{-\frac{x}{3}} \right) \Big|_0^{+\infty}$$

$$= \left(-3 \cdot \frac{1}{e^{\frac{x}{3}}} \right) \Big|_0^{+\infty}$$

$$= -3 \cdot \frac{1}{e^{\frac{+\infty}{3}}} + 3 \cdot *$$

$$= 3$$

Vậy kí vọng của biến $g(x) = e^{\frac{2x}{3}}$ là
 $\mu_{g(x)} = 3$

5.8: Cho X là biến ngẫu nhiên và phân phối xác suất như sau:

x	-2	3	5
$y(x)$	0,3	0,2	0,5

Hãy tìm độ lệch chuẩn của X

→ Ký vọng của bùn X là:

$$\mu = E(X) = \sum_n x y(x)$$

$$= (-2) \cdot 0,3 + 3 \cdot 0,2 + 5 \cdot 0,5 \\ = 2,5$$

→ Ta có:

$$E(X^2) = \sum_x x^2 \cdot y(x) \\ = (-2)^2 \cdot 0,3 + 3^2 \cdot 0,2 + 5^2 \cdot 0,5 \\ = 15,5$$

⇒ Phản sai của bùn X là:

$$\sigma^2 = E(X^2) - \mu^2$$

$$= 15,5 - 2,5^2 = 9,25$$

⇒ Độ lệch chuẩn của X là

$$\sigma = \sqrt{9,25} = 3,0414$$

5.9: Tỷ lệ người taxi lái cói thuế chia
trong qua đường bến xe là một分布
liên tục X có hàm mật độ như sau:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2(x+2)}{5}; & 0 < x < 1 \\ 0 & ; x \notin (0, 1) \end{cases}$$

~~Ghi~~ Hãy tìm phuy sai của X

Giai:

+) kỳ vọng của分布 X là:

$$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$$

$$= \int_0^1 x \cdot \frac{2(x+2)}{5} dx$$

$$= \left(\frac{2x^3}{15} + \frac{2x^2}{5} \right) \Big|_0^1 = \frac{8}{15}$$

+) Ta có:

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x) dx$$

$$= \int_0^1 x^2 \cdot \frac{2(x+2)}{5} dx$$

$$= \left(\frac{2x^4}{20} + \frac{4x^3}{15} \right) \Big|_0^1 = \frac{11}{30}$$

\Rightarrow Phản sai của X là:

$$\sigma^2 = E(X^2) - \mu^2 = \frac{11}{30} - \left(\frac{8}{15}\right)^2 \\ = 0,0822$$

5.10: Thời gian, tilis theo đơn vị phút, để một chiếc máy bay nhận được giấy phép cất cánh tại một sân bay nào đó là bùn $Y = 3X - 2$, trong đó X là bùn có hòn mìn $\frac{1}{4}$:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} e^{-\frac{x}{4}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

Hãy tìm giá trị +tung bùn và phản sai của bùn Y .

Giai:

+ Giá trị +tung bùn của bùn Y là:

$$\mu_Y = \int_{-\infty}^{+\infty} Y \cdot f(x) dx$$

$$= \int_0^{+\infty} (3x - 2) \cdot \frac{1}{4} e^{-\frac{x}{4}} dx = 10$$

+ Phản sai của bùn Y là:

$$\sigma_Y^2 = \sigma_{3x-2}^2 = 3^2 \cdot \sigma_X^2 = 9 \cdot \sigma_X^2$$

\Rightarrow Phản sai của X là:

$$\sigma_x^2 = E(X^2) - \mu^2$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x) dx - \left(\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx \right)^2$$

$$= \int_0^{+\infty} x^2 \cdot \frac{1}{4} e^{-\frac{x}{4}} dx - \left(\int_0^{+\infty} x \cdot \frac{1}{4} e^{-\frac{x}{4}} dx \right)^2$$

$$= 32 - 4^2 = 16$$

$$\Rightarrow \sigma_y^2 = 9 \cdot \sigma_x^2 = 9 \cdot 16 = 144$$

Vậy: \rightarrow Giá trị phản sai bình của bùn Y là:

$$\mu_y = 10$$

\rightarrow Phản sai của bùn Y là:

$$\sigma_y^2 = 144$$