

BÀI 5 : HẠNG CỦA MA TRẬN VÀ NGHIỆM ĐẦY ĐỦ CỦA HỆ

B1: Tìm hạng của các ma trận sau đây:

a, Ma trận cấp 2×4 có tất cả các phần tử đều bằng 1

b, Ma trận cấp 3×4 với $a_{ij} = i + j - 1$

c, Ma trận cấp 3×4 với $a_{ij} = (-2)^j$

Giải:

a, Ta có ma trận đã cho là:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} h_2 - h_1 \rightarrow h_2 \\ h_3 - h_1 \rightarrow h_3 \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{rank}(A) = 1$$

b, Ta có ma trận đã cho là:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} h_2 - 2h_1 \rightarrow h_2 \\ h_3 - 3h_1 \rightarrow h_3 \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & -2 & -3 \\ 0 & -2 & -4 & -6 \end{bmatrix}$$

$$\underline{h_3 - 2h_2 \rightarrow h_3} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \lambda(B) = 2$$

c) Ta có ma trận đã cho là:

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} \underline{h_2 - h_1 \rightarrow h_2} \\ \underline{h_3 - h_1 \rightarrow h_3} \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \lambda(C) = 1$$

B2: Tìm hạng của các ma trận sau:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & 11 & 5 \\ -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 9 \end{bmatrix}$$

Giải:

$$\therefore A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & 11 & 5 \\ -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} \underline{h_2 - 2h_1 \rightarrow h_2} \\ \underline{h_3 + h_1 \rightarrow h_3} \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 0 & 3 & 5 \\ 0 & 6 & 10 \end{bmatrix}$$

Date

No.

$$\xrightarrow{h_3 - 2h_2 \rightarrow h_3} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \lambda(A) = 2$$

$$+ \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & q \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} h_2 - h_1 \rightarrow h_2 \\ h_3 - h_1 \rightarrow h_3 \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & q-1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{h_3 - h_2 \rightarrow h_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & q-2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ q \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \text{Với } q-2 = 0 \Leftrightarrow q = 2$$

$$\Rightarrow \lambda(B) = 2$$

$$+ \text{ Với } q-2 \neq 0 \Leftrightarrow q \neq 2$$

$$\Rightarrow \lambda(B) = 3$$

33: Tìm hạng của ma trận $A, A^T A, A A^T$

$$a, A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$b, A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

BÀI TIẾN

3

Giải:

$$a) \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{h_2 - h_1 \rightarrow h_2} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 0 & -1 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \lambda(A) = 2$$

$$\rightarrow \text{Pa c\u00f3: } A^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^T A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 1 & 1 & 5 \\ 6 & 5 & 26 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} \underline{2h_2 - h_1 \rightarrow h_2} \\ h_2 - 3h_1 \rightarrow h_3 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\underline{h_2 - 2h_2 \rightarrow h_2} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \lambda(A^T A) = 2$$

$$\rightarrow \text{Pa c\u00f3: } A A^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$$

Date

No.

$$= \begin{bmatrix} 27 & 6 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{h_2 - \frac{6}{27}h_1 \rightarrow h_2} \rightarrow \begin{bmatrix} 27 & 6 \\ 0 & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \lambda(AA^T) = 2$$

Vậy :

- 1) $\lambda(A) = 2$
- 2) $\lambda(A^T A) = 2$
- 3) $\lambda(AA^T) = 2$

$$b) \quad 1) \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} \underline{2h_2 - 0h_1 \rightarrow h_2} \\ \underline{2h_3 - h_1 \rightarrow h_3} \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\underline{h_3 - 2h_2 \rightarrow h_3} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \lambda(A) = 2$$

$$2) \quad \text{Ta có: } A^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^T A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

(5)

$$\underline{2h_2 - h_1 \rightarrow h_2} \rightarrow \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \lambda(A^T A) = 2$$

$$+), \text{ Ta có: } AA^T = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} \underline{2h_2 - h_1 \rightarrow h_2} \\ \underline{2h_3 - h_1 \rightarrow h_3} \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\underline{h_3 - 2h_2 \rightarrow h_3} \rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \lambda(AA^T) = 2$$

$$\text{Vậy: } +), \lambda(A) = 2$$

$$+), \lambda(A^T A) = 2$$

$$+), \lambda(AA^T) = 2$$

B4: Tìm nghiệm tổng quát của hệ;

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 6 & 4 & 8 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Giải:

1) Ta có ma trận mở rộng của hệ:

$$[A|b] = \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 4 & 8 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 4 & 1 \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow{h_2 - 2h_1 \rightarrow h_2} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 4 & 1 \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow{h_3 - h_2 \rightarrow h_3} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

Khôi phục hệ, ta được:

$$\begin{cases} x + 3y + z + 2t = 1 \\ 2z + 4t = 1 \end{cases}$$

Biến tự do: x, z

Biến phụ: y, t

1) Xét hệ $Ax = 0$, ta có:

$$\begin{cases} x + 3y + z + 2t = 0 \\ 2z + 4t = 0 \end{cases}$$

$$\text{Cho } y=1, t=0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_1 = (-3, 1, 0, 0)$$

Date

No.

Cho $y = 0, t = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ z = -2 \end{cases}$
 $\Rightarrow S_2 = (0, 0, -2, 1)$

\Rightarrow Nghiệm tổng quát của hệ ~~Đ~~ $Ax = 0$ là:
 $x_n = c_1 (-3, 1, 0, 0) + c_2 (0, 0, -2, 2)$
 $(\forall c_1, c_2 \in \mathbb{R})$

4. Xét hệ:

$$\begin{cases} x + 3y + z + 2t = 1 \\ 2z + 4t = 1 \end{cases}$$

Cho $y = 0, t = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ z = \frac{1}{2} \end{cases}$

\Rightarrow nghiệm riêng của hệ là:

$$x_p = \left(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 0 \right)$$

Vậy nghiệm tổng quát của hệ là:

$$x = x_p + x_n$$

$$\Rightarrow x = \left(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 0 \right) + c_1 (-3, 1, 0, 0) + c_2 (0, 0, -2, 2)$$

$$(\forall c_1, c_2 \in \mathbb{R})$$

35: Cho hệ phương trình

$$Ax = b \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 10 \end{bmatrix}$$

a. Tìm một nghiệm riêng x_p

b. Tìm nghiệm tổng quát của hệ

Giải:

⑧

a) Ta có ma trận mở rộng của hệ

$$[A|b] = \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 0 & 4 & 9 & 10 \end{array} \right]$$

$$\begin{array}{l} h_2 - h_1 \rightarrow h_2 \\ h_3 - 2h_1 \rightarrow h_3 \end{array} \rightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 6 \end{array} \right]$$

Khử phép hệ, ta được:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_3 + 3x_4 = 2 \\ 3x_2 - 3x_4 = 3 \\ 3x_4 = 6 \end{cases}$$

Biến tự: x_1, x_2, x_4

Biến tự do: x_3

$$\text{Cho } x_3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -4 \\ x_2 = 3 \\ x_4 = 2 \end{cases}$$

\Rightarrow Nghiệm riêng của hệ là:

$$x_p = (-4, 3, 0, 2)$$

b) a) Xét hệ $Ax = 0$, ~~ma trận mở rộng của hệ là:~~

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_1 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_2 - 3x_4 = 0 \\ 3x_4 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Cho } x_3 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 0 \\ x_4 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow s = (-2, 0, 1, 0)$$

\Rightarrow Nghiệm tổng quát của hệ $Ax = 0$ là:

$$x_h = c(-2, 0, 1, 0) \quad (\forall c \in \mathbb{R})$$

⊙

1) Nghiệm tổng quát của hệ đã cho $Ax=b$ là:

$$x = x_p + x_n$$

$$\Rightarrow x = (-4, 3, 0, 2) + c(-2, 0, 1, 0) \quad (\forall c \in \mathbb{R})$$

B6: Tìm nghiệm tổng quát dưới dạng $x_p + x_n$ đối với những hệ sau:

a) $x + y + z = 4$ b) $\begin{cases} x + y + z = 4 \\ x - y + z = 4 \end{cases}$

Giải:

a) $x + y + z = 4$

~~Xét hệ $Ax=b$~~

Biến tự do: x

Biến phụ: y, z

+ Xét hệ $Ax=0$, ta có:

$$x + y + z = 0$$

Cho $y=1, z=0 \Rightarrow x=-1$

$$\Rightarrow s_1 = (-1, 1, 0)$$

Cho $y=0, z=1 \Rightarrow x=-1$

$$\Rightarrow s_2 = (-1, 0, 1)$$

\Rightarrow nghiệm tổng quát của hệ $Ax=0$ là:

$$x_n = c_1 s_1 + c_2 s_2 \quad (\forall c_1, c_2 \in \mathbb{R})$$

$$\Rightarrow x_n = c_1(-1, 1, 0) + c_2(-1, 0, 1) \quad (\forall c_1, c_2 \in \mathbb{R})$$

1) Xét hệ $Ax=b$, ta có:

$$x + y + z = 4$$

Biến tự do: x

Biến phụ: y, z

Cho $y=0, z=0 \Rightarrow x=4$

\Rightarrow Nghiệm riêng của hệ là:

$$x_p = (4, 0, 0)$$

(10)

\Rightarrow Nghiệm tổng quát của hệ cho là:

$$x = x_p + x_n$$

$$a) \quad x = (4, 0, 0) + c_1(-1, 2, 0) + c_2(-1, 0, 1) \\ (\forall c_1, c_2 \in \mathbb{R})$$

$$b) \quad \begin{cases} x + y + z = 4 \\ x - y + z = 4 \end{cases}$$

Ta có ma trận mở rộng của hệ:

$$[A | b] = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 4 \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow{h_2 - h_1} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

Khôi phục hệ, ta được:

$$\begin{cases} x + y + z = 4 \\ -2y = 0 \end{cases}$$

Biến tự do: x, y

Biến phụ thuộc: z

* Xét hệ $Ax = 0$, ta có:

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ -2y = 0 \end{cases}$$

$$\text{Cho } z = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow s = (-1, 0, 1)$$

\Rightarrow Nghiệm tổng quát của hệ $Ax = 0$ là:

$$x_n = cs = c(-1, 0, 1) \quad (\forall c \in \mathbb{R})$$

* Xét hệ $Ax = b$, ta có:

$$\begin{cases} x + y + z = 4 \\ -2y = 0 \end{cases} \quad (11)$$

$$\text{Cho } z = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

\Rightarrow Nghiệm riêng của hệ $Ax = b$ là:

$$x_p = (0, 0, 0)$$

\Rightarrow Nghiệm tổng quát của hệ đó cho là:

$$x = x_p + x_n$$

$$\Rightarrow x = (0, 0, 0) + c(-1, 0, 1) \quad (\forall c \in \mathbb{R})$$

B7: Tìm nghiệm đặc biệt từ đó suy ra nghiệm tổng quát của hệ $Ax = b$ với $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 5 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}$

biết rằng hệ trên có một nghiệm riêng $x_p = (0; 1; 1)$

Giải:

1. Xét hệ $Ax = 0$

Ta có ma trận mở rộng của hệ:

$$[A|0] = \left[\begin{array}{ccc|c} 3 & -2 & 1 & 0 \\ 5 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 0 \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow{h_2 - \frac{5}{3}h_1 \rightarrow h_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 3 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{5}{3} & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 0 \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow{\frac{1}{3}h_2 - h_2 \rightarrow h_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 3 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{5}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

(12)

$$3h_2 \rightarrow h_2 \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 3 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

Khởi phục hệ, ta được:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 - 5x_3 = 0 \end{cases}$$

Biến tự do: x_1, x_2

Biến tự do: x_3

$$\text{Cho } x_3 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 5 \end{cases}$$

\Rightarrow Nghiệm đặc biệt của hệ là:

$$s = (3, 5, 1)$$

\Rightarrow Nghiệm đầy đủ của hệ $Ax = 0$ là:

$$x_n = cs = c(3, 5, 1) \quad (\forall c \in \mathbb{R})$$

\Rightarrow Nghiệm tổng quát của hệ $Ax = b$ là:

$$x = x_p + x_n$$

$$\Rightarrow x = (0, 1, 1) + c(3, 5, 1) \quad (\forall c \in \mathbb{R})$$

Vậy: \Rightarrow nghiệm đặc biệt của A là: $s = (3, 5, 1)$

\Rightarrow Nghiệm tổng quát của hệ $Ax = b$ là:

$$x = (0, 1, 1) + c(3, 5, 1) \quad (\forall c \in \mathbb{R})$$

B8: Biết nghiệm tổng quát của hệ

$$Ax = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ là } x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + c \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Hãy tìm ma trận A .

Giải:

Theo đề bài, ta có nghiệm tổng quát của hệ $Ax = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$

$$\text{là } x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + c \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Với $x = x_p + x_n$
 $\Rightarrow x_p = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ và $x_n = c \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

\Rightarrow Ma trận A có 2 biến x_1, x_2
 Với $x_p = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$ biến tự do: x_2

Với $x_n = c \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow$ nghiệm đại biến
 của A là $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow$ biến tự: x_1

\Rightarrow Ma trận A với 2 biến x_1, x_2
 Trong đó: biến tự: x_1
 biến tự do: x_2

$\Rightarrow \lambda(A) = 1$

Mà $Ax = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$

\Rightarrow Ma trận A có dạng:

$$A = \begin{bmatrix} k_1 x_1 & k_2 x_2 \\ k_3 x_1 & k_4 x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \\ k_3 & k_4 \end{bmatrix}$$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} k_1 x_1 + k_2 x_2 = 1 \\ k_3 x_1 + k_4 x_2 = 3 \end{cases}$$

Ta có ma trận mở rộng của hệ:

$$[A|b] = \left[\begin{array}{cc|c} k_1 & k_2 & 1 \\ k_3 & k_4 & 3 \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow{k_2 - mk_1} \left[\begin{array}{cc|c} k_1 & k_2 & 1 \\ k_3 - mk_1 & k_4 - mk_2 & 3 - m \end{array} \right] \quad (m \in \mathbb{R})$$

Cho số m là tham số giới tại

mới khi thực hiện $b_2 - m b_1$ khi:

$$\begin{cases} b_3 - m b_1 = 0 \\ b_4 - m b_2 = 0 \\ 3 - m = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b_3 - 3b_1 = 0 \\ b_4 - 3b_2 = 0 \\ m = 3 \end{cases} \quad (1)$$

Với $m = 3$, ta có:

$$[A|b] = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & | & 1 \\ 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix}$$

Khôi phục hệ, ta được:

$$b_1 x_1 + b_2 x_2 = 1 \quad (2)$$

$$\text{Từ } x_p = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow x_2 = 0 \text{ thì } x_1 = 1$$

$$x_n = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow x_1 = 0 \text{ thì } x_2 = 1$$

Thay $x_1 = 1, x_2 = 0$ và $x_1 = 0, x_2 = 1$ vào (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 1 \cdot b_1 + 0 \cdot b_2 = 1 \\ 0 \cdot b_1 + 1 \cdot b_2 = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b_1 = 1 \\ b_2 = 1 \end{cases}$$

Thay $b_1 = 1, b_2 = 1$ vào (1), ta được:

$$\begin{cases} b_3 = 3 \\ b_4 = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

Date

No.

Với Ma trận A cân tin là:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$