# KỸ THUẬT LẬP TRÌNH HƯỚNG ĐỐI TƯỢNG BÀI LUYỆN TẬP SỐ 3

#### **BÀI 1. XEM PHIM**

John quyết định mua xe tải để đưa những con bò của mình đi xem phim. Xe tải có khả năng chở được C kg ( $1000 \le C \le 25000$ ). Cho biết số con bò là N ( $20 \le N \le 100$ ) và khối lượng  $W_i$  của từng con, hãy cho biết khối lượng bò lớn nhất mà John có thể đưa đi xem phim là bao nhiêu.

**Dữ liệu vào:** Dòng 1: 2 số nguyên cách nhau bởi dấu cách: C và N. N dòng tiếp theo ghi các số nguyên  $W_i$  (dữ liệu vào đảm bảo  $W_i \le C$ )

Kết quả: Một số nguyên là tổng khối lượng bò lớn nhất mà John có thể mang đi xem phim.

#### Ví dụ:

| Input: | Output |
|--------|--------|
| 259 5  | 242    |
| 81     |        |
| 58     |        |
| 42     |        |
| 33     |        |
| 61     |        |
|        |        |

## BÀI 2. XÂU CON CHUNG DÀI NHẤT

Xâu ký tự X được gọi là xâu con của xâu ký tự Y nếu ta có thể xoá đi một số ký tự trong xâu Y để được xâu X.

Cho hai xâu ký tự A và B dài không quá 1000 ký tự (chữ cái viết thường hoặc chữ số), hãy tìm xâu ký tự C có độ dài lớn nhất và là xâu con của cả A và B.

Input: Dòng 1: chứa xâu A. Dòng 2: chứa xâu B

Output: Chỉ gồm một dòng ghi độ dài xâu C tìm được

## Ví dụ:

| Input        | Output |
|--------------|--------|
| abc1def2ghi3 | 10     |
| abcdefghi123 |        |

## BÀI 3. DÃY CON TĂNG DÀI NHẤT

Cho một dãy số nguyên gồm N phần tử A[1], A[2], ... A[N].

Biết rằng dãy con tăng là 1 dãy A[i<sub>1</sub>],... A[i<sub>k</sub>]

thỏa mãn  $i_1 < i_2 < ... < i_k$  và  $A[i_1] < A[i_2] < ... < A[i_k]$ .

Hãy cho biết dãy con tăng dài nhất của dãy này có bao nhiều phần tử?

**Input:** Dòng 1 gồm 1 số nguyên là số N  $(1 \le N \le 1000)$ . Dòng thứ 2 ghi N số nguyên A[1], A[2], .. A[N]  $(1 \le A[i] \le 10000)$ .

Output: Ghi ra độ dài của dãy con tăng dài nhất.

Ví dụ:

| Input       | Output |
|-------------|--------|
| 6           | 4      |
| 1 2 5 4 6 2 |        |

## BÀI 4. DÃY CON CÓ TỔNG BẰNG S

Cho N số nguyên dương tạo thành dãy  $A=\{A_1, A_2, ..., A_N\}$ . Tìm ra một dãy con của dãy A (không nhất thiết là các phần tử liên tiếp trong dãy) có tổng bằng S cho trước.

**Input:** Dòng đầu tiên ghi hai số nguyên dương N và S  $(0 \le N \le 200)$  và S  $(0 \le S \le 40000)$ . Các dòng tiếp theo lần lượt ghi N số hạng của dãy A là các số  $A_1, A_2, ..., A_N$   $(0 \le A \le 200)$ .

Output: Nếu bài toán vô nghiệm thì in ra "NO". Nếu bài toán có nghiệm thì in ra "YES"

#### Ví du:

| Input     | Output |
|-----------|--------|
| 5 6       | YES    |
| 1 2 4 3 5 |        |

## BÀI 5. TỔ HỢP C(n, k)

Cho 2 số nguyên n, k. Bạn hãy tính C(n, k) modulo 10^9+7.

#### **Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \le 20$ ).

Mỗi test gồm 2 số nguyên n, k  $(1 \le k \le n \le 1000)$ .

#### **Output:**

Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng.

#### Ví dụ:

| Input | Output |
|-------|--------|
| 2     | 10     |
| 5 2   | 120    |
| 10 3  |        |

### BÀI 6. XÂU CON ĐỐI XỨNG DÀI NHẤT

Cho xâu S chỉ bao gồm các ký tự viết thường và dài không quá 5000 ký tự.

Hãy tìm xâu con đối xứng dài nhất của S.

#### **Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \le 10$ ).

Mỗi test gồm một xâu S có độ dài không vượt quá 5000, chỉ gồm các kí tự thường.

#### **Output:**

Với mỗi test, in ra đáp án tìm được.

#### Ví du:

| Input   | Output |
|---------|--------|
| 2       | 5      |
| abcbadd | 5      |
| aaaaa   |        |
|         |        |

## **BÀI 7. BẬC THANG**

Một chiếc cầu thang có N bậc. Mỗi bước, bạn được phép bước lên trên tối đa K bước. Hỏi có tất cả bao nhiều cách bước để đi hết cầu thang? (Tổng số bước đúng bằng N).

### **Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \le 100$ ).

Mỗi test gồm hai số nguyên dương N và  $K(1 \le N \le 100000, 1 \le K \le 100)$ .

#### **Output:**

Với mỗi test, in ra đáp án tìm được trên một dòng theo modulo 10^9+7.

#### Ví du:

| Input | Output |
|-------|--------|
| 2     | 2      |
| 2 2   | 5      |
| 4 2   |        |
|       |        |

Giải thích test 1: Có 2 cách đó là (1, 1) và (2).

Giải thích test 2: 5 cách đó là: (1, 1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 1), (2, 1, 1), (2, 2).

### BÀI 8. SỐ CÓ TỔNG CHỮ SỐ BẰNG K

Cho 2 số nguyên N và K. Bạn hãy đếm số lượng các số có N chữ số mà tổng các chữ số của nó bằng K.

Lưu ý, chữ số 0 ở đầu không được chấp nhận.

## **Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \le 50$ ).

Mỗi test gồm 2 số nguyên N và K  $(1 \le N \le 100, 0 \le K \le 50000)$ .

#### **Output:**

Với mỗi test, in ra đáp số tìm được theo modulo 10^9+7 trên một dòng.

#### Ví dụ:

| Input: | Output |
|--------|--------|
| 3      | 2      |
| 2 2    | 5      |
| 2 5    | 21     |
| 3 6    |        |
|        |        |

Giải thích test 1: 11 và 20. Giải thích test 2: 14, 23, 32, 41.

### BÀI 9. ĐƯỜNG ĐI NHỎ NHẤT

Cho bảng A[] kích thước N x M (N hàng, M cột). Bạn được phép đi sang phải, đi xuống dưới (thẳng cột) và đi xuống ô chéo dưới. Khi đi qua ô (i, j), điểm nhận được bằng A[i][j].

Hãy tìm đường đi từ ô (1, 1) tới ô (N, M) sao cho tổng điểm là nhỏ nhất.

#### **Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \le 20$ ).

Mỗi test gồm số nguyên dương N và M.

N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm M số nguyên A[i][j]  $(0 \le A[i] \le 1000)$ .

### **Output:**

Với mỗi test, in ra độ dài dãy con tăng dài nhất trên một dòng.

#### Ví dụ:

| Input | Output |
|-------|--------|
| 1     | 8      |
| 3 3   |        |
| 1 2 3 |        |
| 4 8 2 |        |
| 1 5 3 |        |
|       |        |

Giải thích test: Đường đi  $(1, 1) \rightarrow (1, 2) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (3, 3)$ .

## BÀI 10. CHUYỂN TỪ DANH SÁCH CẠNH SANG DANH SÁCH KỀ

Cho đơn đồ thị G vô hướng liên thông được mô tả bởi danh sách cạnh. Hãy in ra danh sách kề tương ứng của G.

### Dữ liệu vào

- Dòng đầu tiên ghi hai số N và M là số đỉnh và số cạnh của đồ thị. 1<N<M<50
- M dòng tiếp theo mỗi dòng ghi 1 cạnh lần lượt theo thứ tự từ nhỏ đến lớn của đồ thị

#### Kết quả

Ghi ra N dòng, mỗi dòng là danh sách kề của từng đỉnh theo thứ tự từ 1 đến N. Các danh sách được viết theo thứ tự tăng dần.

#### Ví dụ

| Input | Output |
|-------|--------|
| 3 3   | 2 3    |
| 1 2   | 1 3    |
| 1 3   | 1 2    |
| 2 3   |        |

## BÀI 11. CHUYỂN TỪ DANH SÁCH KỀ SANG DANH SÁCH CẠNH

Cho đơn đồ thị G vô hướng liên thông được mô tả bởi danh sách kề. Hãy in ra danh sách cạnh tương ứng của G.

Dữ liệu vào

- Dòng đầu tiên ghi số N là số đỉnh (1<N<50)
- N dòng tiếp theo mỗi dòng ghi 1 danh sách kề lần lượt theo thứ tự từ đỉnh 1 đến đỉnh N

#### Kêt quă

Ghi ra lần lượt từng cạnh của đồ thị theo thứ tự tăng dần.

Ví du

| Input | Output |
|-------|--------|
| 3     | 1 2    |
| 2 3   | 1 3    |
| 1 3   | 2 3    |
| 1 2   |        |
|       |        |

## BÀI 12. CHUYỂN MA TRẬN KỂ SANG DANH SÁCH KẾ

Ma trận kề A của một đồ thị vô hướng là một ma trận chỉ có các số 0 hoặc 1 trong đó A[i][j] = 1 có ý nghĩa là đỉnh i kề với đỉnh j (chỉ số tính từ 1).

Danh sách kề thì liệt kê các đỉnh kề với đỉnh đó theo thứ tự tăng dần.

Hãy chuyển biểu diễn đồ thị từ dạng ma trận kề sang dạng danh sách kề.

**Dữ liệu vào**: Dòng đầu tiên chứa số nguyên n - số đỉnh của đồ thị  $(1 < n \le 1000)$ . n dòng tiếp theo, mỗi dòng có n số nguyên có giá trị 0 và 1 mô tả ma trận kề của đồ thị.

**Kết quả:** Gồm n dòng, dòng thứ i chứa các số nguyên là đỉnh có nối với đỉnh i và được sắp xếp tăng dần. Dữ liệu đảm bảo mỗi đỉnh có kết nối với ít nhất 1 đỉnh khác.

| Input | Output |
|-------|--------|
| 3     | 2 3    |
| 0 1 1 | 1 3    |
| 1 0 1 | 1 2    |
| 1 1 0 |        |

## BÀI 13. CHUYỂN DANH SÁCH KỂ SANG MA TRẬN KẾ

Cho đơn đồ thị vô hướng có n đỉnh dưới dạng danh sách kề.

Hãy biểu diễn đồ thi bằng ma trân kề.

**Dữ liệu vào:** Dòng đầu tiên chứa số nguyên n - số đỉnh của đồ thị  $(1 \le n \le 1000)$ . n dòng tiếp theo, dòng thứ i chứa các số nguyên là các đỉnh kề với đỉnh i.

Kết quả: Ma trận kề của đồ thị.

Ví dụ:

| Input | Output |
|-------|--------|
| 3     | 0 1 1  |
| 2 3   | 1 0 1  |
| 1 3   | 1 1 0  |
| 1 2   |        |

## BÀI 14. TÌM ĐƯỜNG ĐI TRONG ĐỔ THỊ VỐ HƯỚNG

Cho đồ thị có N đỉnh và M cạnh. Có Q truy vấn, mỗi truy vấn yêu cầu trả lời câu hỏi giữa 2 đỉnh x và y có tồn tại đường đi tới nhau hay không?

#### **Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \le 20$ ).

Mỗi test gồm 2 số nguyên N, M  $(1 \le N, M \le 1000)$ .

M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên u, v cho biết có cạnh nối giữa đỉnh u và v.

Dòng tiếp là số lượng truy vấn Q  $(1 \le Q \le 1000)$ .

Q dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên x và y.

### **Output:**

Với mỗi truy vấn, in ra "YES" nếu có đường đi từ x tới y, in ra "NO" trong trường hợp ngược lai.

#### Ví du:

| Input: | Output |
|--------|--------|
| 1      | NO     |

| 6 5 | YES |
|-----|-----|
| 1 2 |     |
| 2 3 |     |
| 3 4 |     |
| 1 4 |     |
| 5 6 |     |
| 2   |     |
| 1 5 |     |
| 2 4 |     |
|     |     |

## BÀI 15. KIỂM TRA ĐỒ THỊ CÓ PHẢI LÀ CÂY HAY KHÔNG

Một đồ thị N đỉnh là một cây, nếu như nó có đúng N-1 cạnh và giữa 2 đỉnh bất kì, chỉ tồn tại duy nhất 1 đường đi giữa chúng.

Cho một đồ thị N đỉnh và N-1 cạnh, hãy kiểm tra đồ thị đã cho có phải là một cây hay không?

## Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \le 20$ ).

Mỗi test bắt đầu bởi số nguyên N  $(1 \le N \le 1000)$ .

N-1 dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên u, v cho biết có cạnh nối giữa đỉnh u và v.

#### **Output:**

Với mỗi test, in ra "YES" nếu đồ thị đã cho là một cây, in ra "NO" trong trường hợp ngược lại.

### Ví dụ:

| Input | Output |
|-------|--------|
| 2     | YES    |
| 4     | NO     |
| 1 2   |        |
| 1 3   |        |
| 2 4   |        |
| 4     |        |
| 1 2   |        |
| 1 3   |        |
| 2 3   |        |
|       |        |

## BÀI 16. SỐ LƯỢNG HÒN ĐẢO

Cho một bản đồ kích thước  $N \times M$  được mô tả bằng ma trận A[][].A[i][j] = 1 có nghĩa vị trí (i, j) là nổi trên biển. 2 vị trí (i, j) và (x, y) được coi là liền nhau nếu như nó có chung đỉnh hoặc chung cạnh. Một hòn đảo là một tập hợp các điểm (i, j) mà A[i][j] = 1 và có thể di chuyển giữa hai điểm bất kì trong đó.

Nhiệm vụ của bạn là hãy đếm số lượng đảo xuất hiện trên bản đồ.

**Input:** Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \le 20$ ).

Mỗi test bắt đầu bởi 2 số nguyên N và M  $(1 \le N, M \le 500)$ .

N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm M số nguyên A[i][j].

Output: Với mỗi test, in ra số lượng hòn đảo tìm được.

Ví dụ:

| Input:    | Output |
|-----------|--------|
| 1         | 5      |
| 5 5       |        |
| 1 1 0 0 0 |        |
| 0 1 0 0 1 |        |
| 1 0 0 1 1 |        |
| 0 0 0 0 0 |        |
| 1 0 1 0 1 |        |
|           |        |

## BÀI 17. THUẬT TOÁN BFS

Cho đồ thị vô hướng G=(V, E). Hãy thực hiện thuật toán duyệt đồ thị BFS bắt đầu tại một đỉnh  $u \in V$ .

### Input

Dòng đầu tiên gồm một số nguyên T  $(1 \le T \le 20)$  là số lượng bộ test.

Tiếp theo là T bộ test, mỗi bộ test có dạng sau:

- Dòng đầu tiên gồm 3 số nguyên N=|V|, M=|E|, u  $(1 \le N \le 10^3, 1 \le M \le 10^5, 1 \le u \le N)$ .
- M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên a, b (1 ≤ a, b ≤ N, a ≠ b) tương ứng cạnh nối hai chiều từ a tới b.
- Dữ liệu đảm bảo giữa hai đỉnh chỉ tồn tại nhiều nhất một cạnh nối.

## Output

Với mỗi bộ test, in ra trên một dòng theo thứ tự các đỉnh được duyệt trong quá trình duyệt đồ thị bằng thuật toán BFS bắt đầu tại đỉnh u.

#### Ví dụ

| Input | Output    |
|-------|-----------|
| 1     | 3 1 5 2 4 |
| 5 5 3 |           |
| 1 2   |           |
| 1 3   |           |
| 2 4   |           |
| 3 5   |           |
| 4 5   |           |

## BÀI 18. THUẬT TOÁN DFS

Cho đồ thị vô hướng G=(V, E). Hãy thực hiện thuật toán duyệt đồ thị DFS bắt đầu tại một đỉnh  $u \in V$ .

### Input

Dòng đầu tiên gồm một số nguyên T  $(1 \le T \le 20)$  là số lượng bộ test.

Tiếp theo là T bộ test, mỗi bộ test có dạng sau:

• Dòng đầu tiên gồm 3 số nguyên N=|V|, M=|E|, u (1  $\leq$  N  $\leq$  10  $^3,$  1  $\leq$  M  $\leq$  10  $^5,$  1  $\leq$  u  $\leq$  N).

- M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên a, b (1 ≤ a, b ≤ N, a ≠ b) tương ứng cạnh nối hai chiều từ a tới b.
- Dữ liệu đảm bảo giữa hai đỉnh chỉ tồn tại nhiều nhất một cạnh nối.

#### Output

Với mỗi bộ test, in ra trên một dòng theo thứ tự các đỉnh được duyệt trong quá trình duyệt đồ thị bằng thuật toán DFS bắt đầu tại đỉnh u.

#### Ví du

| Input | Output    |
|-------|-----------|
| 1     | 3 1 2 4 5 |
| 5 5 3 |           |
| 1 2   |           |
| 1 3   |           |
| 2 4   |           |
| 3 5   |           |
| 4 5   |           |

## BÀI 19. THÀNH PHẦN LIÊN THÔNG - BFS

Cho đồ thị vô hướng G=(V, E). Hãy tìm tất cả các thành phần liên thông của đồ thị bằng thuật toán BFS.

### Input

Dòng đầu tiên gồm một số nguyên T  $(1 \le T \le 20)$  là số lượng bộ test.

Tiếp theo là T bộ test, mỗi bộ test có dạng sau:

- Dòng đầu tiên gồm 2 số nguyên N=|V|, M=|E|  $(1 \le N \le 10^3, 1 \le M \le 10^5)$ .
- M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên a, b (1 ≤ a, b ≤ N, a ≠ b) tương ứng cạnh nối hai chiều từ a tới b.
- Dữ liệu đảm bảo giữa hai đỉnh chỉ tồn tại nhiều nhất một cạnh nối.

#### Output

Với mỗi bộ test, in ra trên nhiều dòng, mỗi dòng là các đỉnh thuộc cùng một thành phần liên thông, theo thứ tự duyệt BFS.

#### Ví dụ

| Input | Output  |
|-------|---------|
| 1     | 1 2 4 3 |
| 8 8   | 5 6 7 8 |
| 1 2   |         |
| 1 4   |         |
| 2 3   |         |
| 3 4   |         |
| 5 6   |         |
| 5 7   |         |
| 6 8   |         |
| 7 8   |         |

## BÀI 20. THÀNH PHẦN LIÊN THÔNG -DFS

Cho đồ thị vô hướng G=(V, E). Hãy tìm tất cả các thành phần liên thông của đồ thị bằng thuật toán DFS.

#### Input

Dòng đầu tiên gồm một số nguyên T  $(1 \le T \le 20)$  là số lượng bộ test.

Tiếp theo là T bộ test, mỗi bộ test có dạng sau:

- Dòng đầu tiên gồm 2 số nguyên N=|V|, M=|E|  $(1 \le N \le 10^3, 1 \le M \le 10^5)$ .
- M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên a, b (1 ≤ a, b ≤ N, a ≠ b) tương ứng canh nối hai chiều từ a tới b.
- Dữ liệu đảm bảo giữa hai đỉnh chỉ tồn tại nhiều nhất một cạnh nối.

### Output

Với mỗi bộ test, in ra trên nhiều dòng, mỗi dòng là các đỉnh thuộc cùng một thành phần liên thông, theo thứ tự duyệt DFS.

## Ví dụ

| Input | Output  |
|-------|---------|
| 1     | 1 2 3 4 |
| 8 8   | 5 6 8 7 |
| 1 2   |         |
| 1 4   |         |
| 2 3   |         |
| 3 4   |         |
| 5 6   |         |
| 5 7   |         |
| 6 8   |         |
| 7 8   |         |

## BÀI 21. ĐƯỜNG ĐI - BFS

Cho đồ thị vô hướng G=(V, E). Hãy tìm đường đi giữa hai đỉnh u,  $v \in V$  bằng thuật toán BFS.

#### Input

Dòng đầu tiên gồm một số nguyên T  $(1 \le T \le 20)$  là số lượng bộ test. Tiếp theo là T bộ test, mỗi bộ test có dạng sau:

- Dòng đầu tiên gồm 4 số nguyên N=|V|, M=|E|, u, v  $(1 \le N \le 10^3, 1 \le M \le 10^5, 1 \le u, v \le N)$ .
- M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên a, b (1 ≤ a, b ≤ N, a ≠ b) tương ứng cạnh nối hai chiều từ a tới b.
- Dữ liệu đảm bảo giữa hai đỉnh chỉ tồn tại nhiều nhất một cạnh nối.

#### Output

Với mỗi bộ test, in ra trên một dòng số lượng các cạnh trên đường đi từ u đến v theo thuật toán BFS. Nếu không có đường đi giữa u và v thì in ra -1.

### Ví dụ

| Input   | Output |
|---------|--------|
| 2       | 1      |
| 4 3 1 3 | -1     |
| 1 2     |        |
| 1 3     |        |
| 2 4     |        |
| 3 4     |        |
| 4 2 1 3 |        |

| 1 2 |  |
|-----|--|
| 3 4 |  |

## BÀI 22. ĐƯỜNG ĐI - DFS

Cho đồ thị vô hướng G=(V, E). Hãy tìm đường đi giữa hai đỉnh u,  $v \in V$  bằng thuật toán DFS.

#### Input

Dòng đầu tiên gồm một số nguyên T  $(1 \le T \le 20)$  là số lượng bộ test.

Tiếp theo là T bộ test, mỗi bộ test có dạng sau:

- Dòng đầu tiên gồm 4 số nguyên N=|V|, M=|E|, u, v  $(1 \le N \le 10^3, 1 \le M \le 10^5, 1 \le u, v \le N)$ .
- M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên a, b (1 ≤ a, b ≤ N, a ≠ b) tương ứng canh nối hai chiều từ a tới b.
- Dữ liệu đảm bảo giữa hai đỉnh chỉ tồn tại nhiều nhất một cạnh nối.

#### **Output**

Với mỗi bộ test, in ra trên một dòng số lượng các cạnh trên đường đi từ u đến v theo thuật toán DFS. Nếu không có đường đi giữa u và v thì in ra -1.

#### Ví dụ

| Input   | Output |
|---------|--------|
| 2       | 3      |
| 4 3 1 3 | -1     |
| 1 2     |        |
| 1 3     |        |
| 2 4     |        |
| 3 4     |        |
| 4 2 1 3 |        |
| 1 2     |        |
| 3 4     |        |

# BÀI 23. CÂY KHUNG CỦA ĐỒ THỊ THEO THUẬT TOÁN BFS

Cho đồ thị vô hướng G=(V, E). Hãy xây dựng một cây khung của đồ thị G với đỉnh  $u \in V$  là gốc của cây bằng thuật toán BFS.

#### Input

Dòng đầu tiên gồm một số nguyên T  $(1 \le T \le 20)$  là số lượng bộ test.

Tiếp theo là T bộ test, mỗi bộ test có dạng sau:

- Dòng đầu tiên gồm 3 số nguyên N=|V|, M=|E|, u  $(1 \le N \le 10^3, 1 \le M \le 10^5, 1 \le u \le N)$ .
- M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên a, b (1 ≤ a, b ≤ N, a ≠ b) tương ứng cạnh nối hai chiều từ a tới b.
- Dữ liệu đảm bảo giữa hai đỉnh chỉ tồn tại nhiều nhất một cạnh nối.

#### **Output**

Với mỗi bộ test, nếu tồn tại cây khung thì in ra N-1 cạnh của cây khung với gốc là đỉnh u trên N-1 dòng theo thứ tự duyệt của thuật toán BFS. Ngược lại nếu không tồn tại cây khung thì in ra -1.

## Ví dụ

| Input Output |
|--------------|
|--------------|

| 2     | 2 1 |
|-------|-----|
| 4 4 2 | 2 4 |
| 1 2   | 1 3 |
| 1 3   | -1  |
| 2 4   |     |
| 3 4   |     |
| 4 2 2 |     |
| 1 2   |     |
| 3 4   |     |

## BÀI 24. CÂY KHUNG CỦA ĐỒ THỊ THEO THUẬT TOÁN DFS

Cho đồ thị vô hướng G=(V, E). Hãy xây dựng một cây khung của đồ thị G với đỉnh  $u \in V$  là gốc của cây bằng thuật toán DFS.

### Input

Dòng đầu tiên gồm một số nguyên T  $(1 \le T \le 20)$  là số lượng bộ test.

Tiếp theo là T bộ test, mỗi bộ test có dạng sau:

- Dòng đầu tiên gồm 3 số nguyên N=|V|, M=|E|, u (1  $\leq$  N  $\leq$  10<sup>3</sup>, 1  $\leq$  M  $\leq$  10<sup>5</sup>, 1  $\leq$  u  $\leq$  N).
- M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên a, b (1 ≤ a, b ≤ N, a ≠ b) tương ứng cạnh nối hai chiều từ a tới b.
- Dữ liệu đảm bảo giữa hai đỉnh chỉ tồn tại nhiều nhất một cạnh nối.

#### Output

Với mỗi bộ test, nếu tồn tại cây khung thì in ra N-1 cạnh của cây khung với gốc là đỉnh u trên N-1 dòng theo thứ tự duyệt của thuật toán DFS. Ngược lại nếu không tồn tại cây khung thì in ra -1.

#### Ví dụ

| Input | Output |
|-------|--------|
| 2     | 2 1    |
| 4 3 2 | 1 3    |
| 1 2   | 3 4    |
| 1 3   | -1     |
| 2 4   |        |
| 3 4   |        |
| 4 2 2 |        |
| 1 2   |        |
| 3 4   |        |

## BÀI 25. ĐỈNH KHỚP CỦA ĐỒ THỊ

Cho đồ thị vô hướng G=(V, E). Hãy tìm tập các đỉnh khớp của đồ thị G. Đỉnh khớp của một đồ thị vô hướng là đỉnh mà nếu bỏ đi khỏi đồ thị cùng các cạnh kề với nó thì sẽ làm tăng số thành phần liên thông của đồ thị đó.

#### Input

Dòng đầu tiên gồm một số nguyên T (1  $\leq$  T  $\leq$  20) là số lượng bộ test.

Tiếp theo là T bộ test, mỗi bộ test có dạng sau:

• Dòng đầu tiên gồm 2 số nguyên N=|V|, M=|E| ( $1 \le N \le 10^3$ ,  $1 \le M \le 10^5$ ).

- M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên a, b (1 ≤ a, b ≤ N, a ≠ b) tương ứng canh nối hai chiều từ a tới b.
- Dữ liệu đảm bảo giữa hai đỉnh chỉ tồn tại nhiều nhất một cạnh nối.

### Output

Với mỗi bộ test, in ra hai dòng.

Dòng đầu tiên gồm một số nguyên K ( $K \ge 0$ ) là số lượng các đỉnh khớp của đồ thị.

Dòng thứ hai gồm K số nguyên  $u_1,\,u_2,\,...,\,u_K\,(1\leq u_1< u_2<...< u_k\leq N)$  là số hiệu các đỉnh khớp của đồ thị.

#### Ví dụ

| Input | Output |
|-------|--------|
| 2     | 0      |
| 3 3   | 1      |
| 1 2   | 2      |
| 1 3   |        |
| 2 3   |        |
| 3 2   |        |
| 1 2   |        |
| 2 3   |        |

## BÀI 26. CẠNH CẦU CỦA ĐỒ THỊ

Cho đồ thị vô hướng G=(V, E). Hãy tìm tập các cạnh cầu của đồ thị G. Cạnh cầu của một đồ thị vô hướng là cạnh mà nếu bỏ đi khỏi đồ thị thì sẽ làm tăng số thành phần liên thông của đồ thi đó.

### Input

Dòng đầu tiên gồm một số nguyên T  $(1 \le T \le 20)$  là số lượng bộ test.

Tiếp theo là T bộ test, mỗi bộ test có dạng sau:

- Dòng đầu tiên gồm 2 số nguyên N=|V|, M=|E|  $(1 \le N \le 10^3, 1 \le M \le 10^5)$ .
- M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên a, b (1 ≤ a, b ≤ N, a ≠ b) tương ứng cạnh nối hai chiều từ a tới b.
- Dữ liệu đảm bảo giữa hai đỉnh chỉ tồn tại nhiều nhất một cạnh nối.

### Output

Với mỗi bộ test, in ra hai dòng.

Dòng đầu tiên gồm một số nguyên K (K  $\geq 0)$  là số lượng các cạnh cầu của đồ thị.

Dòng thứ hai gồm K số nguyên  $u_1, u_2, ..., u_K$   $(1 \le u_1 < u_2 < ... < u_k \le M)$  là số hiệu các cạnh cầu của đồ thị theo thứ tự đọc dữ liệu.

#### Ví dụ

| Input | Output |
|-------|--------|
| 2     | 0      |
| 3 2   |        |
| 1 2   | 1      |
| 1 3   | 2      |
| 4 3   |        |
| 1 2   |        |
| 2 3   |        |
| 3 4   |        |

## BÀI 27. ĐƯỜNG ĐI NGẮN NHẤT

Cho đơn đồ thị vô hướng liên thông G = (V, E) gồm N đỉnh và M cạnh, các đỉnh được đánh số từ 1 tới N và các cạnh được đánh số từ 1 tới M.

Có Q truy vấn, mỗi truy vấn yêu cầu bạn tìm đường đi ngắn nhất giữa đỉnh X[i] tới Y[i].

### Input:

Dòng đầu tiên hai số nguyên N và M  $(1 \le N \le 100, 1 \le M \le N*(N-1)/2)$ .

M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 3 số nguyên u, v, c cho biết có cạnh nối giữa đỉnh u và v có độ dài bằng c  $(1 \le c \le 1000)$ .

Tiếp theo là số lượng truy vấn Q ( $1 \le Q \le 100000$ ).

Q dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên X[i], Y[i].

#### **Output:**

Với mỗi truy vấn, in ra đáp án là độ dài đường đi ngắn nhất tìm được.

#### Ví du:

| Input: | Output |
|--------|--------|
| 5 6    | 8      |
| 1 2 6  | 10     |
| 1 3 7  | 3      |
| 2 4 8  |        |
| 3 4 9  |        |
| 3 5 1  |        |
| 4 5 2  |        |
| 3      |        |
| 1 5    |        |
| 2 5    |        |
| 4 3    |        |
|        |        |

## BÀI 28. CÂY NHỊ PHÂN TÌM KIẾM

Bạn hãy cài đặt cấu trúc cây nhị phân tìm kiếm (không cần đảm bảo tính chất cân bằng) với các node trên cây chứa các số nguyên dương không quá 1000 và thực hiện các loại truy vấn sau:

- 1. Dạng 1: Thêm một node vào cây
- 2. Dạng 2: Xóa một node trên cây và đưa node trái nhất của cây con phải lên thay thế
- 3. Dạng 3: Duyệt cây theo thứ tự trước và in ra
- 4. Dạng 4: Duyệt cây theo thứ tự giữa và in ra
- 5. Dang 5: Duyêt cây theo thứ tư sau và in ra

**Dữ liệu vào** gồm nhiều dạng truy vấn, luôn bắt đầu bằng dạng 1, mỗi truy vấn trên một dòng. Mỗi dòng sẽ ghi số thứ tự của dạng truy vấn. Trong đó truy vấn dạng 1 và 2 sẽ kèm theo một số nguyên dương không quá 1000 là số cần thêm hoặc loại ra khỏi cây (truy vấn dạng 1 được đảm bảo giá trị không trùng với các node đã có, truy vấn dạng 2 luôn đảm bảo chắc chắn đã có node cần loại ở trong cây). Cây được đảm bảo luôn có không quá 1000 node.

Kết quả in ra thứ tự duyệt khi gặp truy vấn 3,4,5.

#### Ví dụ:

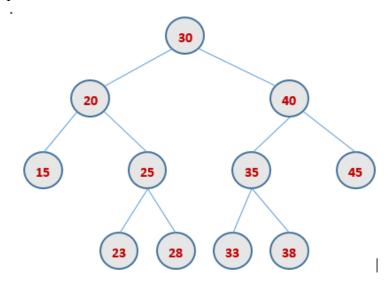
| Input | Output |
|-------|--------|
|       |        |

| 1 30 | 30 16 10 4 17 57 40 |
|------|---------------------|
| 1 15 | 4 10 16 17 30 40 57 |
| 1 50 | 4 10 17 16 40 57 30 |
| 1 10 |                     |
| 1 17 |                     |
| 1 40 |                     |
| 1 57 |                     |
| 1 68 |                     |
| 1 4  |                     |
| 1 16 |                     |
| 2 15 |                     |
| 2 50 |                     |
| 2 68 |                     |
| 3    |                     |
| 4    |                     |
| 5    |                     |

## BÀI 29. NODE LÁ

Cho dãy số gồm N số là phép duyệt theo thứ tự trước (Preoder) của một cây nhị phân tìm kiếm. Hãy in ra tất cả các node lá của cây ?

Ví dụ với dãy A[] =  $\{30, 20, 15, 25, 23, 28, 40, 35, 33, 38, 45\}$  là phép duyệt cây theo thứ tự trước sẽ cho ta kết quả: 15, 23, 28, 33, 38, 45.



### Input

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T (T  $\leq$  100).
- Những dòng kế tiếp đưa vào T bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng thứ nhất là số tự nhiên N (N  $\leq$  10<sup>4</sup>). Dòng tiếp theo là N số là phép duyệt theo thứ tự trước của cây BST.

#### **Output:**

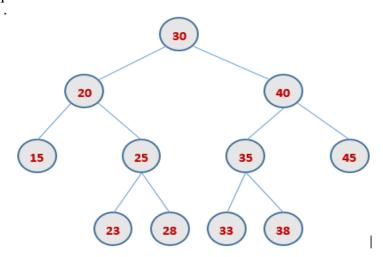
• Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng sắp xếp theo độ lớn tăng dần.

| Input:                           | Output            |
|----------------------------------|-------------------|
| 2                                | 1 7 50            |
| 6                                | 15 23 28 33 38 45 |
| 10 5 1 7 40 50                   |                   |
| 11                               |                   |
| 30 20 15 25 23 28 40 35 33 38 45 |                   |

## BÀI 30. ĐỘ SÂU CỦA CÂY

Cho dãy số gồm N số là phép duyệt theo thứ tự trước (Preoder) của một cây nhị phân tìm kiếm. Hãy tìm độ sâu của cây ?

Ví dụ với dãy A[] =  $\{30, 20, 15, 25, 23, 28, 40, 35, 33, 38, 45\}$  là phép duyệt cây theo thứ tự trước sẽ cho ta kết quả là 3.



### **Input:**

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T ( $T \le 100$ ).
- Những dòng kế tiếp đưa vào T bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng thứ nhất là số tự nhiên N (N  $\leq$  10<sup>4</sup>). Dòng tiếp theo là N số là phép duyệt theo thứ tự trước của cây BST.

Output: Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

| Input:                           | Output |
|----------------------------------|--------|
| 2                                | 2      |
| 6                                | 3      |
| 10 5 1 7 40 50                   |        |
| 11                               |        |
| 30 20 15 25 23 28 40 35 33 38 45 |        |