<u>תרגיל 1 מבוא לעיבוד ולזיהוי דיבור</u>

<u>אסף ונטורה (313177404), תמוז גיטלר (312243439)</u>

1) <u>חלק תיאורטי:</u>

1.1)

$$F[x_1(t)x_2(t)] =$$

$$\int_{t=-\infty}^{\infty} x_1(t)x_2(t)\, e^{(-2\pi i\omega t)} =$$

$$\int_{t=-\infty}^{\infty} x_1(t)\, \frac{1}{(2\pi)} \int_{f=-\infty}^{\infty} X_2\,(f)e^{(2\pi ift)} e^{(-2\pi i\omega t)} =$$

$$\int_{t=-\infty}^{\infty} x_1(t)\, \frac{1}{(2\pi)} \int_{f=-\infty}^{\infty} X_2\,(f)e^{\left(-2\pi it(\omega-f)\right)} =$$

$$\frac{1}{(2\pi)} \int_{f=-\infty}^{\infty} X_2\,(f) \int_{t=-\infty}^{\infty} x_1(t)\, e^{\left(-2\pi it(\omega-f)\right)}$$

$$= \frac{1}{(2\pi)} \int_{f=-\infty}^{\infty} X_2\,(f)X_1(\omega - f)$$

$$= \frac{1}{(2\pi)} \left(X_1(\omega) * X_2(\omega)\right)$$

כאשר נשתמש **בהתמרות פורייה** במקרה הרציף בעבור המעבר האדום והכחול ולבסוף בהגדרת הקונבולוציה.

1.2.1)

$$X_d^F(\omega) = F[x_d] = F[x(t)\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)]$$
$$= F[x(t)s_T(t)]$$
$$= \frac{1}{(2\pi)}\left(X_1(\omega) * S_T^F(\omega)\right)$$

נשתמש בהגדרת הסיגנל הדיגיטלי ובפונקציית המסרק

ולבסוף במה שהוכחנו **בסעיף 1.1**

1.2.2)

$$\sum_n \int_f x^F(f)\delta\big(f-(\omega-2\pi n/T)\big)df = \sum_n \mathrm{X}^{\mathrm{F}}(\omega-2\pi n/T)$$

פונקציית **הדלתא מעצם הגדרתה תקבל ערך 1 רק במקרה שבו f שווה**

ל$\omega - 2\pi n/T$ וכך ניתן לבטל את האינטגרל ולהגיע לביטוי הנדרש.

1.2.3)

$$
\begin{aligned}
X_d^F(\omega) &= \frac{1}{(2\pi)}\left(X_1(\omega) * S_T^F(\omega)\right) \\
&= \frac{1}{(2\pi)}\left(X_1(\omega) * \frac{2\pi}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi n}{T}\right)\right) \\
&= \frac{1}{(2\pi)}\int_{f=-\infty}^{\infty} X^F(f)\frac{2\pi}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - f - \frac{2\pi n}{T}\right) \\
&= \frac{1}{T}\int_{f=-\infty}^{\infty} X^F(f)\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - f - \frac{2\pi n}{T}\right) \\
&= \frac{1}{T}\int_{f=-\infty}^{\infty} X^F(f)\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - (\omega - \frac{2\pi n}{T})\right) \\
&= \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} X^F(\omega - \frac{2\pi n}{T})
\end{aligned}
$$

במעבר האדום נשתמש בהגדרה הנתונה, נפתח את הקונבולוציה, בעבור דלתא מתקיים

$$\delta(x) = \delta(-x)$$

ולבסוף בסעיף הקודם 1.2.2

1.2.4) ***כיוון ראשון -> :***

בכיוון זה נראה כי לכל n שונה מ0 נקבל שהביטוי בסכימה מסעיף 1.2.3 מתאפס:

$$X_d^F(\omega) = \frac{1}{T}\sum_n \mathrm{X}^\mathrm{F}\left(\omega - \frac{2\pi n}{T}\right)$$

$$\frac{1}{T} = f_s > 2f_{max} = \frac{2\omega_{\max}}{2\pi} \;=>\; -\frac{1}{T} < -\frac{2\omega_{\max}}{2\pi}$$

נתבונן בתדירויות המושגות על ידי הביטוי

$$\omega - \frac{2\pi n}{T} = \omega - \frac{1}{\mathrm{T}}\,2\pi n < \omega - \frac{2\omega_{\max}}{2\pi}\,2\pi n = \omega - n2\omega_{\max}$$

$$\omega - n2\omega_{\max} \notin [-\omega_{\max}, \omega_{\max}]$$

לכן לכל n שונה מ0 נקבל שהביטוי לא בתחום כלומר מתאפס בסכימה ולכן:

$$X_d^F(\omega) = \frac{1}{T}\sum_n \mathrm{X}^\mathrm{F}\left(\omega - \frac{2\pi n}{T}\right) = \frac{1}{T}X^F(\omega)$$

כיוון שני -> :

נניח בשלילה שניתן לקיים את הנדרש בעבור תדירות כלשהי הקטנה מפעמיים fmax :

לכן מתקיים:

$$\frac{1}{T} = f_s \le 2f_{max} = \frac{2\omega_{\max}}{2\pi} \Rightarrow -\frac{1}{T} \ge -\frac{2\omega_{\max}}{2\pi}$$

בעבור n=1 מתקיים ותדירות מקסימלית נקבל דוגמה לתדירות בתחום:

$$\omega_{\max} \ge \omega_{\max} - \frac{2\pi}{\mathrm{T}} \ge \omega_{\max} - 2\pi\,\frac{2\omega_{\max}}{2\pi} = -\omega_{\max}$$

מה שמהווה **סתירה**:

$$X_d^F(\omega_{\max}) = \frac{1}{T}X^F(\omega_{\max}) \neq \frac{1}{T}\left[X^F(\omega_{\max}) + X^F\left(\omega_{\max} - \frac{2\pi}{T}\right)\right] + \sum_{n\neq\{0,1\}} \mathrm{X}^\mathrm{F}\left(\omega_{\max} - \frac{2\pi n}{T}\right)$$

1.3) קצב הדגימה הוא HZ8000 לכן תדירות Nyquist תהיה HZ4000. מסעיף 1.2.3:

$$X_d^F(\omega) = \frac{1}{T}\sum_n \mathrm{X^F}\left(\omega - \frac{2\pi n}{T}\right) = 8000\sum_n \mathrm{X^F}(\omega - 2\pi 8000 n) =$$

$$X_d^F(\omega) = 8000[X^F(2\pi 1000) + \cancel{X^F(2\pi 5000)} + X^F\cancel{(2\pi 1000 - 2\pi 8000)} + X^F(2\pi 5000 - 2\pi 8000)] +$$

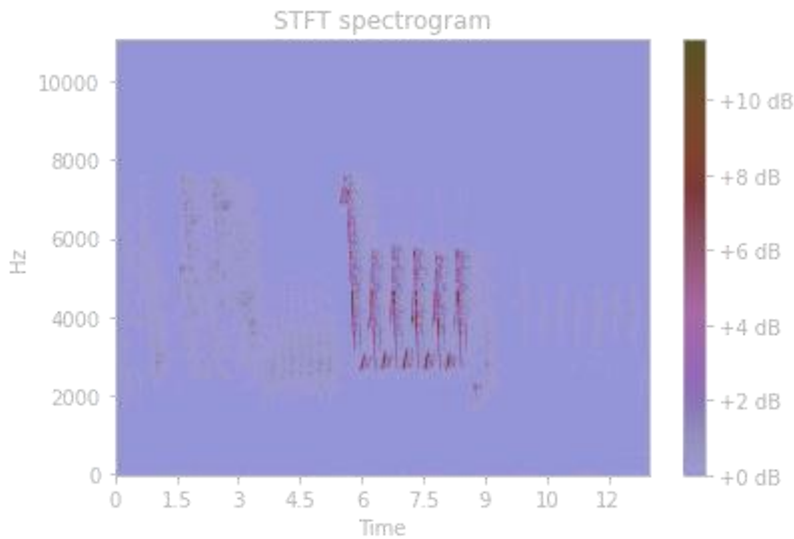
$$= 8000[X^F(2\pi 1000) + X^F(-2\pi 3000)]$$

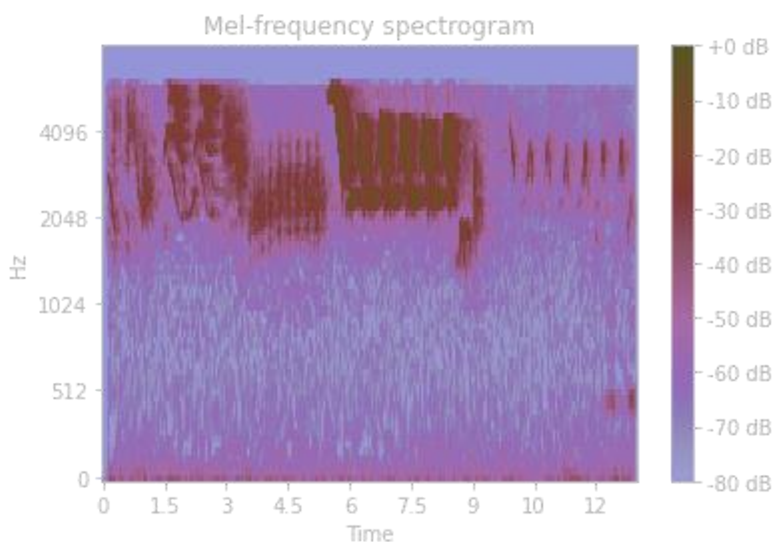
לכן כל מה שמעל תדירות 4000 יתאפס ונשאר עם תדירויות 1000 ו3000 הרץ.

2) חלק מעשי

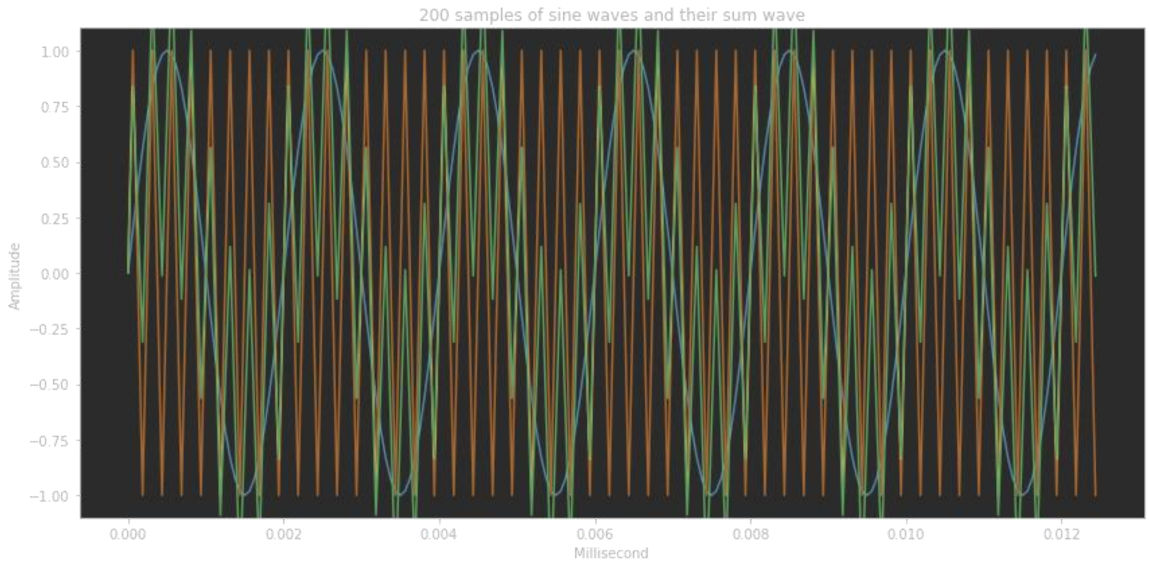
Basic Graphs

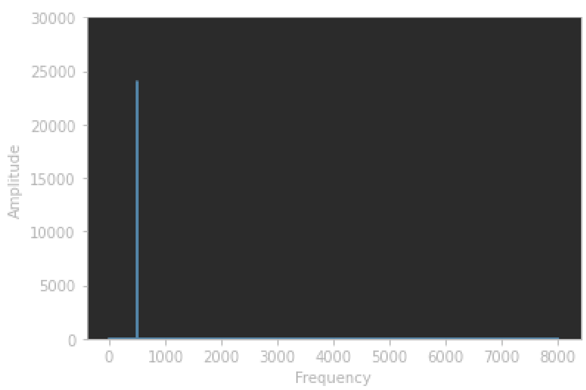
A

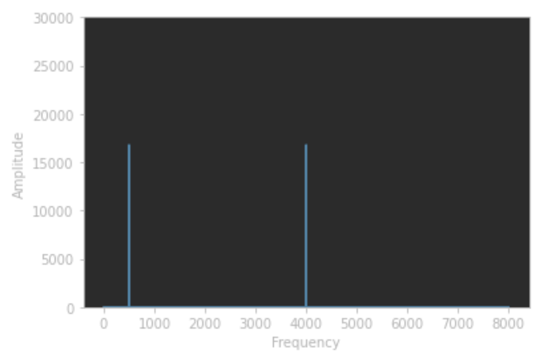


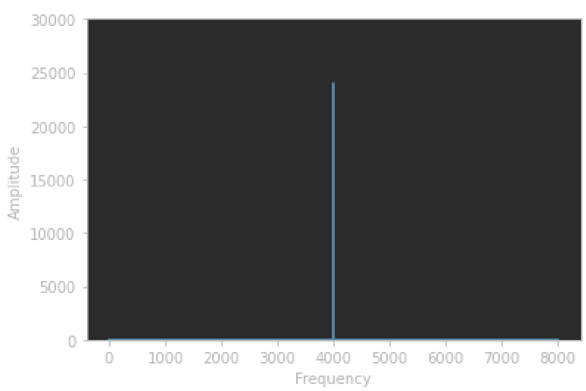


B

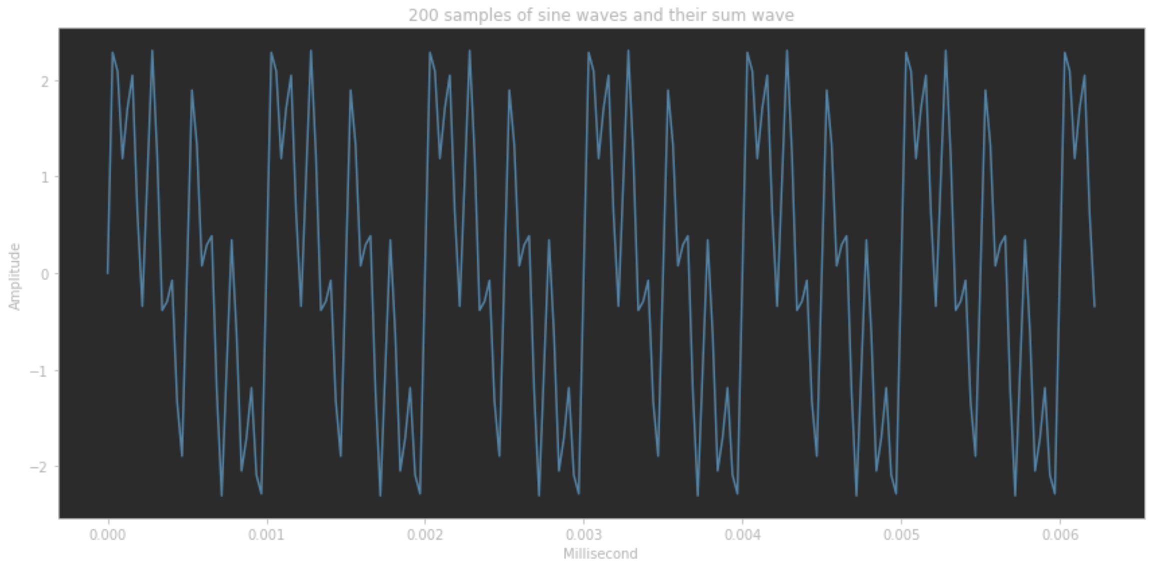

200 samples of sine waves and their sum wave
Amplitude
Millisecond
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
−0.25
−0.50
−0.75
−1.00
0.000
0.002
0.004
0.006
0.008
0.010
0.012

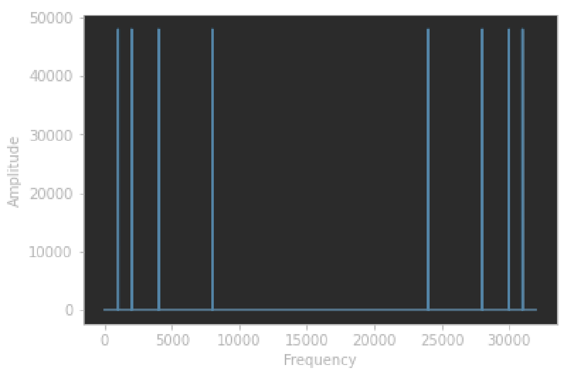

Amplitude
Frequency
30000
25000
20000
15000
10000
5000
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
6000
7000
8000

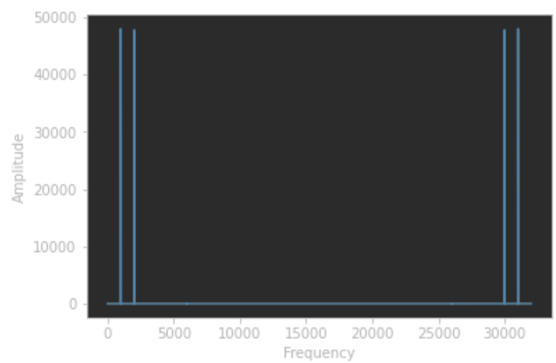

Amplitude
Frequency
30000
25000
20000
15000
10000
5000
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
6000
7000
8000

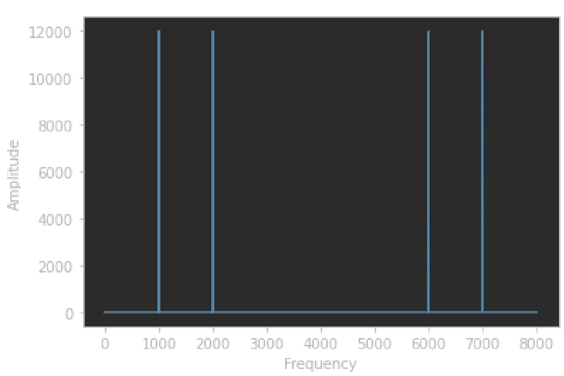

Amplitude
Frequency
30000
25000
20000
15000
10000
5000
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
6000
7000
8000

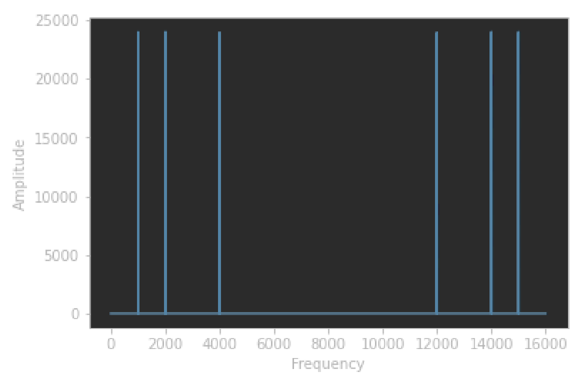
C

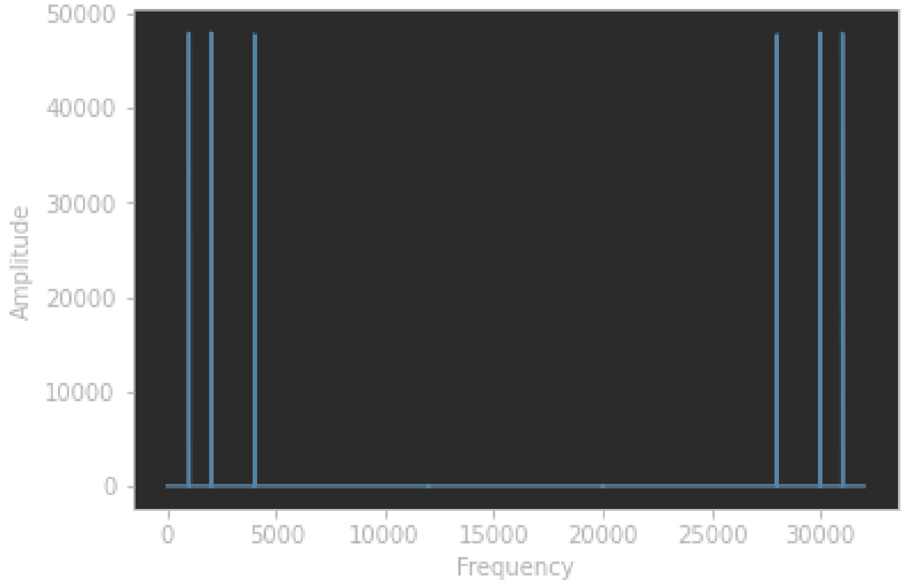

200 samples of sine waves and their sum wave
Amplitude
Millisecond


Amplitude
Frequency


Amplitude
Frequency


Amplitude
Frequency


Amplitude
Frequency



50000
40000
30000
20000
10000
0
Amplitude
0
5000
10000
15000
20000
25000
30000
Frequency