גופים האפלטונים

הגוף האפלטוני ומקור שמו

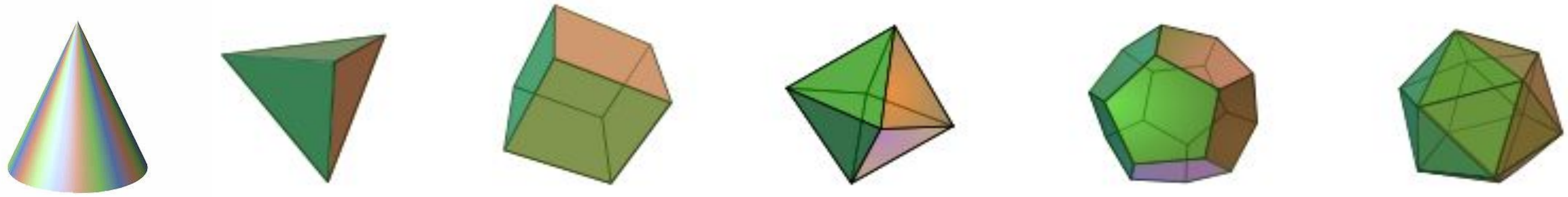
הגופים האפלטונים הם הפאונים המשוכללים. גופים אלו מכונים גם "**הגופים האפלטוניים**" או "הגופים המשוכללים של אפלטון", וזאת משום שהם מוזכרים בדיאלוג האפלטוני "טימאוס", אם כי הם היו ידועים עוד לפני זמנו של אפלטון

המיוחד בגוף האפלטוני

במובן מסויים אלו הן הצורות התלת-ממדיות הסימטריות ביותר האפשריות.

כפי שניתן לראות הגוף אפלטון עונה על 3 דרישות:

1. הוא פאון קעור
2. כל פאה שלו היא מצולע משוכלל, וכל הפאות שלו הן אותו מצולע משוכלל (אותו גודל, אותו מספר צלעות)
3. כל קודקוד של המצולע נמצא על אותו מספר פאות (קודוקוד הוא "שפיץ"- מקום שבו שלוש או יותר פאות נפגשות)



ובכן, יש את הקובייה שכולנו מכירים,

יש את הטטרהדרון - פירמידה בעלת בסיס משולש (אם הבסיס היה מרובע, הצורה לא הייתה פאון משוכלל שכן הבסיס היה פאה השונה מהותית משאר הפאות שהן משולשים)

הצורות האחרות אולי מוכרות פחות: האוקטהדרון נראה כמו שתי פירמידות מרובעות שהרכיבו זו על זו - שמונה פאות שהן משולשים.

הדודקהדרון הוא בעל 12 פאות שכל אחת מהן היא מחומש; והאיקוסהדרון מורכב מ-20 פאות שכולן משולשים

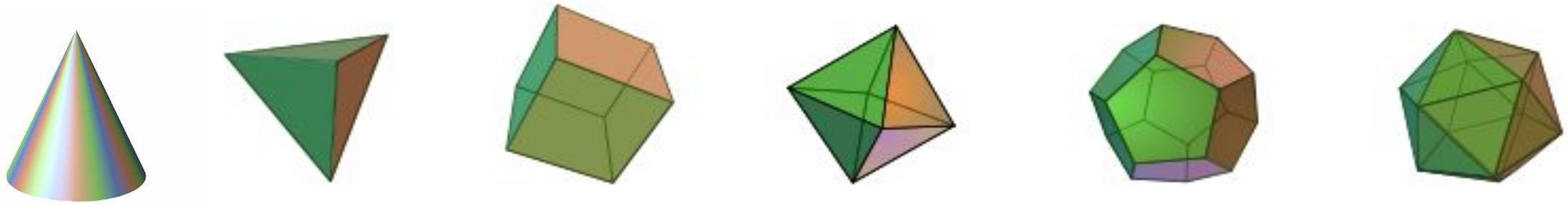
סרטונים והדמיות

https://youtube.com/playlist?list=PLf_jocrg8-W2A9-Fqf1ahbAv7bxiIbcBG

https://youtu.be/voUVDAgFtho

https://www.youtube.com/watch?v=9KXuaT18Jyw&list=PLDMgpZU6z5ZxbzVFRWGUYrOfGeg0_pxH8&index=3

https://he.wikipedia.org/wiki/%D7%A7%D7%95%D7%91%D7%A5:Regular_dodecahedron_net.gif



הפאון הארכימדי ומקור שמו

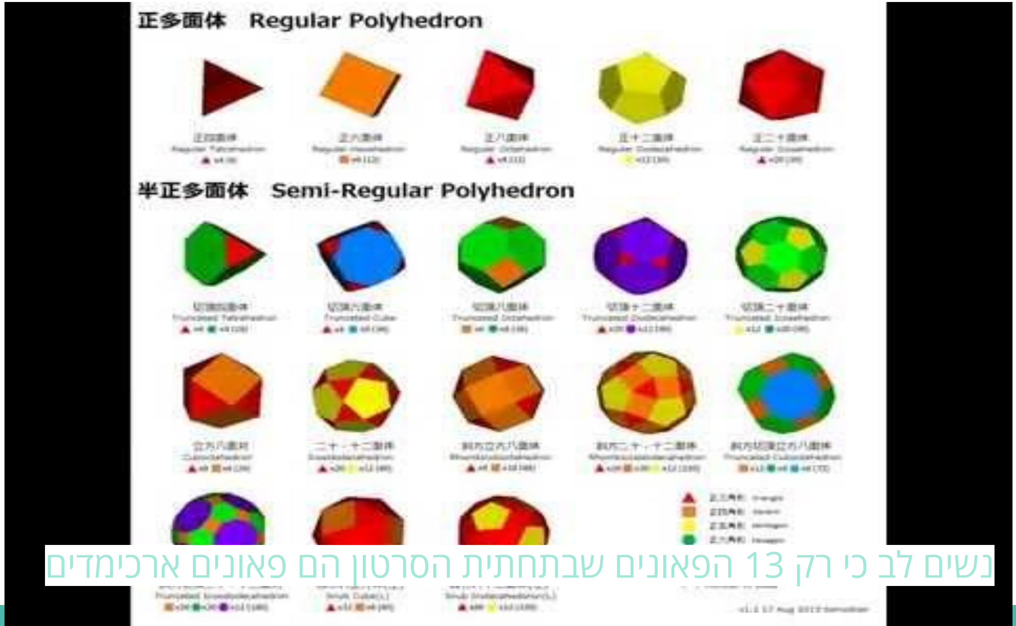
פאון ארכימדי הוא פאון קמור משוכלל למחצה, שאינו מנסרה או אנטי-מנסרה, ושלא כמו בפאונים האפלטוניים, לא כל פאותיו חופפות. אז מה מיוחד בו?
כל הפאות של פאון ארכימדי חופפות לאחד משני מצולעים משוכללים או יותר, אשר כולם בעלי אותו אורך צלע. כמו כן, כל הקודקודים זהים, כלומר, כל הפאות הנפגשות בקודקוד אחד חופפות לפאות הנפגשות בבל קודקוד אחר. את הפאונים הארכימדיים אי אפשר לבנות מן "הפאונים האפלטוניים".

מקור השם: הפאונים הארכימדיים נקראים על שם *ארכימדס*, שעסק בהם בספר שבל עותקיו אבדו.
בתקופת הרנסאנס, אמנים ומתמטיקאים העריכו "צורות טהורות", וגילו מחדש את הפאונים הללו. החיפוש הושלם בסביבות 1619, באשר יוהאנס קפלר הגדיר את המנסרות, אנטי-מנסרות והגופים הבלתי-קמורים הידועים בשם פאוני קפלר-פוינסוט.

סוגים של פאונים ארכימדיים

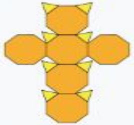
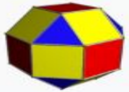
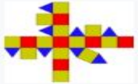
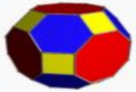
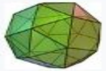
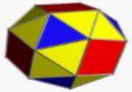
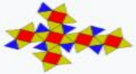
יש שלושה-עשר פאונים ארכימדיים, מהם שניים בעלי כיווניות ימנית או שמאלית, וביחד סה"כ 15 פאונים שונים. פאון ארכימדי מאופיין על ידי תבנית הקודקודים, המכתיבה אלו מצולעים נפגשים בכל קודקוד.

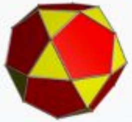
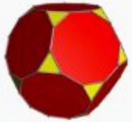
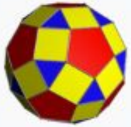
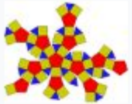
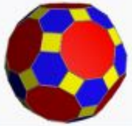
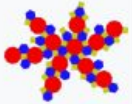
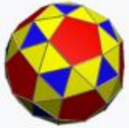
לדוגמה, בפאון שתבניתו 4.6.8 נפגשים בכל קודקוד ריבוע, משושה משוכלל, ומתומן משוכלל.



נשים לב כי רק 13 הפאונים שבתחתית הסרטון הם פאונים ארכימדים

פרוט הגופים הארכימדים ותכונותיהם

שם (תבנית קודקודים)	דמות שקופה	דמות אטומה	פריסה	פאות		מקצועות	קודקודים	טיפוס חבורת הסימטריה
ארבעון קטום או טטרהדרון קטום (3.6.6)	 (אנימציה)			8	4 משולשים 4 משושים	18	12	T_d
קובוקטהדרון (3.4.3.4)	 (אנימציה)			14	8 משולשים 6 ריבועים	24	12	O_h
קובייה קטומה או הקסהדרון קטום (3.8.8)	 (אנימציה)			14	8 משולשים 6 מתומנים	36	24	O_h
תמניון קטום או אוקטהדרון קטום (4.6.6)	 (אנימציה)			14	6 ריבועים 8 משושים	36	24	O_h
רומביקובוקטהדרון או רומביקובוקטהדרון קטן (3.4.4.4)	 (אנימציה)			26	8 משולשים 18 ריבועים	48	24	O_h
קובוקטהדרון קטום או רומביקובוקטהדרון גדול (4.6.8)	 (אנימציה)			26	12 ריבועים 8 משושים 6 מתומנים	72	48	O_h
קובייה מסותתת או הקסהדרון מסותת או קובוקטהדרון מסותת (2 צורות כיווניות) (3.3.3.3.4)	 (אנימציה)  (אנימציה)			38	32 משולשים 6 ריבועים	60	24	O

איקוסידודקהדרון (3.5.3.5)	 (אנימציה)			32	20 משולשים 12 מחומשים	60	30	I_h
תריסרון קטום או דודקהדרון קטום (3.10.10)	 (אנימציה)			32	20 משולשים 12 מעושרים	90	60	I_h
עשרימון קטום או איקוסהדרון קטום או כדור באקי או 'כדורגל' (5.6.6)	 (אנימציה)			32	12 מחומשים 20 משושים	90	60	I_h
רומביקוסידודקהדרון או רומביקוסידודקהדרון קטן (3.4.5.4)	 (אנימציה)			62	20 משולשים 30 ריבועים 12 מחומשים	120	60	I_h
איקוסידודקהדרון קטום או רומביקוסידודקהדרון גדול (4.6.10)	 (אנימציה)			62	30 ריבועים 20 משושים 12 מעושרים	180	120	I_h
דודקהדרון מסותת או איקוסידודקהדרון מסותת (2 צורות כיווניות) (3.3.3.3.5)	 (אנימציה)  (אנימציה)			92	80 משולשים 12 מחומשים	150	60	I

המתמטיקאים שעסקו בנושא הם אפלטון וארימדס

אפלטון - ידע כללי

אפלטון היה פילוסוף יווני אשר כתביו שימשו אבני יסוד לפילוסופיה המערבית אחריו, הוא היה אחד הראשונים שסיפר את הסיפור של אטלנטיס, היה תלמידו של סוקרטס, מורו של אריסטו, מחברם של כתבים רבים ומייסד האקדמיה באתונה.

בחייו הקדיש אפלטון את מיטב זמנו להרצאה באקדמיה, אך הוא גם כתב על נושאים פילוסופיים רבים. כיום נותרו לנו כתביו הפילוסופיים-דרמטיים, אשר נשמרו בכתב-ידו ושוחזרו ונערכו במהדורות ותרגומים רבים. רובם המוחלט של כתביו מורכבים מדיאלוגים, אולם מיוחסים לו גם מספר מכתמים ומכתבים. כל הדיאלוגים של אפלטון שרדו, אולם מהדורות מודרניות של יצירותיו מכילות בדרך כלל דיאלוגים אשר האותנטיות שלהם מוטלת בספק על ידי רוב החוקרים.

אפלטון נולד למשפחה אתונאית אצילית. מצעירותו התעניין בפוליטיקה אולם סלידתו ממעשי השלטון הטירנים, משטר נע בין סוגים שונים של דיקטטורה גרם לו להתרחק מהפוליטיקה. הוצאתו להורג של סוקרטס החזיר אותו לעיסוק בחקר פוליטיקה. הזעזוע היה כה עמוק שהוא דן בשאלה איזה משטר שבתוכו אנשים כסוקרטס (פילוסופים השואלים שאלות) לא יוצאו להורג-הוא מגיע למודל הנקרא: **מלך פילוסוף** שהופך להיות מטרת חייו.

השכלת אפלטון הייתה רחבה יותר מזו שרכש אצל סוקרטס- היה לו ידע רב במתמטיקה. אפלטון הקים את האקדמיה הראשונה- שהתקיימה כ-900 שנה. אנו יודעים כי אריסטו אחרי מות אפלטון הקים מודל אחר של אקדמיה.

באקדמיה של אפלטון ניתן דגש על חקר מתמטיקה ומדעים. אנו מניחים כי מודל החינוך הפילוסופי המוצג בספר ז' הוא האופן בו ניסה אפלטון לחנך את תלמידיו.

הדיאלוגים שאפלטון מחבר נועדו לקהל הרחב. יש סברה כי הייתה לו תורה בעל פה שלימד באקדמיה אולם אין ידע על תכניה.

זיקתו של אפלטון למתמטיקה וההדגשה היתרה של היחסים המתמאטיים בהסבר העולם באו לאפלטון בירושה אינטלקטואלית מהאסכולה הפיתגוראית.

תרומת אפלטון לחקר המתמטי

דעותיו של אפלטון הן הבסיס למה שקרוי בפילוסופיה בכלל ובדיונים על טיבה של המתמטיקה בפרט, בשם אפלטוניזם.כאן גם נעוצה תרומתו ההיסטורית

במובנו הרחב ביתר, האפלטוניזם מביע אמונה בממשויות מסוימות, מופשטות, נצחיות וחסינות מפני שינוי, שאינן תלויות בעולם בין החלוף שאנו תופסים בחושינו . לפי אפלטון קיומם הממשי של עצמים מתמטיים הוא עובדה אובייקטיבית לא פחות מאשר קיומו של היקום עצמו. לא זו בלבד שהמספרים הטבעיים , המעגלים והריבועים קיימים , אלא קיימים גם מספרים מדומים , פונקציות , פרקטלים ועוד..ושפע משפטים העוסקים הישויות אלה. כל מושג מתמטי וכל פסוק המחונן "באמת אובייקטיבית " הם ישויות מוחלטות הקרויות אוניברסלים. אי אפשר ליצור אותם או להשמידם. קיומן אינו תלוי בידיעתינו אותם . עצמים אלה אינם פיזיים הם מהויות שמחוץ לזמן. בעיני אפלטון הדברים היחידים שיש להם קיום אמיתי ושלם הם הצורות והרעיונות המפשטים של המתמטיקה ורק באמצעותה אנו רוכשים ידע ודאי ואובייקטיבי לחלוטין אפלטון לא השתמש במתמטיקה לניסוח חוקי טבע שאפשר להעמידם למבחן הניסוי

בטימאיוס מתאר אפלטון את מבנה החומר באמצעות חמשת הפאונים \גופים גיאומטרים\מרחביים משוכללים.(אותם כבר חקרו הפיתגוראים ותיאיטטוס התעמק בהם) חמשת הפיאונים (אוקטהדרון, איקוסהדרון, טטרהדרון, דודקהדרון והקוביה) מכיוון שכל הפיאות של 4 היסודות הארציים בנויים ממשולשים קיימת אפשרות מעבר מיסוד אחד לשני. המעבר מתבצע ע"י כך שהצורה הגיאומטרית (6) המתאימה ליסוד האחד מתפרקת למשולשים ואלה מתרכבים חזרה לצורה הגיאומטרית המתאימה ליסוד השני. על פי התפיסה האפלטונית , החומריות מקבל פשר בעזרת צורות גיאומטריות משוכללות הנגזרות מהבינה הצרופה . צורות אלה ניתנות לתרגום מספרי פשוט במונחים של מספרי הפאות, הצלעות והקודקודים של הגופים המרחביים המתאימים לאטומי היסודות.

משל המערה - אפלטון

חזון אפלטון בדבר מהותה האמיתית של המתמטיקה התייחס במישרין למשל המערה המפורסם שלו, שבו הבהיר את תקפותו המפוקפקת של המידע המתקבל באמצעות חושי האדם. מה שאנו רואים כעולם הממשי, אמר אפלטון, אינו ממשי יותר מהצללים המוטלים על כתליה של מערה. לפי אפלטון אנו בני האדם כלל, איננו שונים מהכלואים במערה הסבורים בשוגג כי הצללית הם המציאות . אפלטון מכוון לאמיתות המתמטיות שמתייחסות לא למעגלים , למשולשים ולריבועים שאפשר לשרטט, אלא לעצמים מופשטים המצויים בעולם אידיאלי (3) שבו שוכנות המושלמויות והצורות האמיתיות . העולם האפלטוני הזה של צורות מתמטיות נבדל מעולמינו הפיזי , ובעולם הזה אמיתיים הם משפטי המתמטיקה , כגון משפט פיתגורס . המשולש ישר הזווית שאנו משרטטים על נייר אינו אלא העתק לא מושלם –קרוב – של המשולש האמיתי, המופשט. אפלטון גם נגע בטיבה של ההוכחה המתמטית כתהליך המבוסס על הנחות מוצא ועל אקסיומות כדוגמת האקסיומה הראשונה של הגיאומטריה האוקלידית ("בין שתי נקודות כלשהן ניתן למתוח קו ישר") בפוליטיאה משלב אפלטון את מושג האקסיומות עם רעיונו בדבר עולם הצורות המתמטיות : " יודע אתה כמדומני, שהעוסקים בגיאומטריה וחשבון וכיו"ב..והריי אף זאת ידעת, שנוסף על כך הם משתמשים בצורות הנראות לעין ודנים על הללו, אך על פי שלא להם מתכוונים הם במחשבתם , אלא לאותם צורות שהללו נמשלות להן, שהרי תכלית דיונם אינה אלא הריבוע כשלעצמו , והאלכסון כשלעצמו , ולא זה שהם מציירים אותו ..הם תרים אחר אותן הצורות

ארכימדס - ידע כללי

ארכימדס היה מתמטיקאי פיזיקאי, פילוסוף, מהנדס, ממציא ואסטרונום ביוון העתיקה.

הוא היה בין הראשונים ליישם את המתמטיקה לחקר תופעות פיזיקליות נחשב לגדול המתמטיקאים ואחד המדענים המובילים של העת העתיקה, עם זאת – הידע הביוגרפי אודותיו הוא מועט מאוד. העתקים ספורים של חיבוריו שרדו במהלך ימי הביניים, והיוו מקור משפיע של רעיונות עבור מדענים במהלך הרנסאנס, במהלך המהפכה המדעית, ועד לימינו.

כתלמיד בבית הספר של אוקלידס, ארכימדס החל את דרכו בלימוד עבודתו שלו ושל ממשיכיו, אך עד מהרה עבודתו עלתה בהרבה על כל קודמיו. הוא ייסד את מדעי ההידרוסטטיקה והסטטיקה בכך שתיאר את החוק הראשון של ההידרוסטטיקה (הידוע כחוק הציפה או "חוק ארכימדס") ותיאר גם את החוק עליו מבוסס המנוף, המכשיר עליו מבוססת המכניקה. הוא חזה את החשבון האינטגרלי והאנליזה המודרנית, ונעזר במושג האינפיניטסימל ובשיטת המיצוי כדי לגזור ולהוכיח ריגורוזית מגוון של משפטים גאומטריים, ביניהם שטח המעגל, שטח הפנים והנפח של הספירה, והשטח החסום תחת פרבולה – אשר במסגרת חישובו ביצע את הסיכום הידוע הראשון של טור אינסופי. הישגים מתמטיים אחרים שלו הם מתן אומדן מדויק למדי לקבוע המתמטי פאי (שנקרא מאז "מספר ארכימדס"), הגדרת ספירלה הנושאת את שמו, וחקירתה ויצירת מערכת חדשה לכתיב מספרים גדולים מאוד.

ארכימדס - המשך

בנוסף לתגליות בתחומי המתמטיקה, הגאומטריה, והפיזיקה, תכנן ארכימדס מכונות רבות שהיו חדשניות מאוד. הוא השתמש בכלים המתמטיים שפיתח לחקר בעיות הידרוסטטיות הנוגעות ליציבותם של גופים במים (בספרו "על גופים צפים"), וגם יישם את הידע הזה בבניית הספינה הגדולה ביותר שנבנתה בעת העתיקה – הסירקוזיה. נזקפות לזכותו המצאות חדשניות רבות, ביניהם משאבת הבורג המפורסמת שלו, מערכות גלגלות מורכבות, ומכונות מלחמה הגנתיות שנועדו להגן על מולדתו סִירָקוּסַאי (סירקוזה) מפלישת רומי (ההיסטוריונים של רומא העתיקה הראו עניין רב בארכימדס וכתבו חיבורים רבים על חייו ועבודתו).

ארכימדס נהרג במהלך המצור על סירקוסאי. על פי האגדה, בזמן הפלישה הרומאית לסירקוסאי, ארכימדס היה שקוע כולו בלימוד צורה גאומטרית שצוירה בחול, ולפיכך לא השיב לשאלות התיחקור של חייל רומאי. כתוצאה מכך דקר אותו החייל למוות. היסטוריון המתמטיקה אריק טמפל בל מנה את ארכימדס כאחד משלושת המתמטיקאים הגדולים בכל הזמנים, יחד עם סר אייזק ניוטון וקרל פרידריך גאוס, ורבים נוספים מחשיבים את עבודתו המתמטית לחשובה ביותר.

תרומת ארכימדס לחקר המתמטי

ארכימדס היה לדעת רבים אחד המתמטיקאים הגדולים בכל הזמנים, הוא גם תכנן מכונות רבות וחדשניות מאוד לזמנו

ארכימדס היה נביא מתמטי. עבודתו מבשרת פיתוחים מתקדמים ביותר בתורת המספרים, בגיאומטריה, ומה שאולי היה הישגו הנבואי המרשים ביותר – החשבון האינפיניטיסימלי, שכאמור ניוטון ולייבניץ פיתחו בסופו של דבר כמעט 2,000 שנה אחרי מותו. ארכימדס פיתח טכניקות לחישובי שטחים וסכומים אינסופיים, ברמה שאיש במאות השנים שחלפו מאז ימיו לא הצליח להתקרב אליה. אין לנו דרך לדעת מה עבר בראשו של הגאון הזה. הוא לא "הוכיח" את מרבית משפטיו במובן שבו אנחנו דורשים היום, אבל אין לזקוף זאת לחובתו. המתמטיקה הדרושה להוכחות אלו הגיעה רק בעתיד הרחוק מאוד מבחינתו. זה לא הפריע לארכימדס להבין בחוש את המתמטיקה הזאת, והיום אנו יודעים לומר בוודאות שתוצאותיו נכונות ברמה מפליאה

כמו כן ארכימדס מצא בקרוב את ערך המספר פיי, חישב שטח ונפח של כדור וגליל וגילה את 12 הגופים (החצי משוכללים).

אפלטון טבעי?

(לפני שנסקור את קיומם של אפלטונים וגופים ארכמידיים בטבע ובמדע. נענה קודם על השאלה שמופיע למעלה, אפלטון טבעי? לא! אין בטבע גוף הבנוי בצורה סימטרית במאה אחוז, ובכל הבריאה של הקב"ה אין 2 פריטים הזהים אחד לשני במאה אחוז. הסימטריה אותה אנחנו מתארים היא רק בדמיון שלנו וכל המידע המובא על הגופים פה יכול לתאר אותם עד דיוק מקסימלי של 99.99%)

הגוף הראשון עליו נדבר הוא פאון אריכמדי שנקרא בשם **עשרימון קטום** או בכינויו הידוע... הכדורגל. העשרימון הקטום קרוי כך בשל היותו מצולע משוכלל בעל עשרים פאות משולשות (עשרימון) שנקטמו ע"י משולשים בכל אחד מקודקודיו. החיתוך שבכל אחד משלושת הקודקודים של המשולשים הופך אותם למשושים. כשנסתכל על העשרימון הקטום שבאיור נוכל לדמיין את צלעות המשושים ממשיכות עד לנקודת מפגש במרכז המחומש וכך נקבל בחזרה את השלושים משולשים של העשרימון.

גם לפאונים המשוכללים יש מקור בטבע והוא נמצא די גבוה. הפיזיקאי זוכה פרס הנובל פרופסור פרנק וילצ'ק, מסביר כי קפלר (מדען מתמטי שעסק רבות במחשבה האפלטונית) ניסה לתאר באמצעות הפאונים האפלטונים את היחסים והמרחקים בין הפלנטות של מערכת השמש שלנו. באותם ימים היו ידועים למדע 6 פלנטות בלבד - ארץ, חמה, נוגה, מאדים, צדק ושבתאי. מלבד כדור הארץ שממנו נחקרת המערכת, אנו נשארים עם חמש פלנטות כמנין הפאונים המשוכללים. במילים פשוטות, האסטרונום טען כי אם לוקחים פלנטה אחר פלנטה ועוטפים אותה בפאונים משוכללים, מתקבל היחס המתמטי שבין גרמי השמיים והשמש. דמיינו בובת מטריושקה שבגרעינה פלנטה עטופה בפאון משוכלל, וסביבה שכבות נוספות של פלנטה-פאון וכך הלאה בהתאם לגודל הפלנטות, כשהצמד העוטף את כולם הוא קובייה וסביבה שבתאי. הסידור הזה, מסביר פרופסור וילצ'ק, "על אף שלא היה מדויק, היה קרוב מספיק כדי לשכנע את קפלר כי ייתכן שהוא על המסלול הנכון. מעודד, הוא יצא, באומץ, להוכיח זאת". בסופו של דבר אכן קפלר גילה כי היחסים בין הפאונים והפלנטות אינם מדויקים (אין מאה אחוז, כבר אמרנו?), אבל ניסיונו להוכיח זאת בפירוש קירב אותו לתיאור המדויק ביותר של מערכת השמש עד זמנו. החוקים שניסח בהמשך ובעקבות התיאוריה האפלטונית מהווים את יסוד האסטרונומיה עד ימינו.

האפלטון הבא שנמצא בטבע הוא האפלטון הפשוט והמוכר לכולנו - הקוביה. הסיפור שלה לא קרה כל כך מזמן, ביום סתווי מתון ב-2016". באותו יום המתיק המתמטיקאי ההונגרי גאבור דומוקס סוד עם עמיתו, הגיאופיזיקאי דאגלס ג'רולמאק. בעוד השניים מהלכים על חצץ בחצר ביתו של האחרון, מספר סוקול, פתח דומוקס ושאל: "כמה פאות יש לכל אחת מהאבנים הללו? מה אם אומר לך שהמספר תמיד יהיה באזור השש?" "לאחר מכן", ממשיך סוקול, "הוא שאל שאלה גדולה יותר [...] מה אם העולם עשוי מקוביות? סופה של הפגישה הוליד נוסחא המוכיחה כי "כל סלע שנשבר באופן אקראי, יתפרק לצורות בעלות ממוצע של שש פאות ושמונה קודקודים" ובמילים אחרות - קוביות. לאחר בדיקה של הנושא באופן יסודי ומעמיק ובצורה מקצועיות ממוצע הקודקודים היה 5.77. הדפוס הדו-ממדי היה אמור לספק 6 קודקודים (בשונה מ-8 הקודקודים של הקובייה התלת ממדית). "עבור גיאופיזיקאי זה היה קרוב מספיק כדי לחגוג. עבור מתמטיקאי, לא כל-כך". דומוקס, אם כן, המשיך לשבור את הראש על הבעיה, עד שזה היכה בו. כדור הארץ עגול, ואילו יתר התופעות נבדקו על מישורים שטוחים. בשקלול צורתו העגולה של שטח פני כדור הארץ, הממוצע שקיבל דומוקס היה 5.77 קודקודים. הלוחות המצפים את כדור הארץ, כמו גם הסלעים שממנו הוא מורכב ותופעות טבע נוספות, כולם נשברים לפי דפוס דומה, עם ההתאמות הדרושות בין דו לתלת ממד.

בסופו של דבר ג'רולמאק, שהיה סקפטי בהתחלה לגבי העניין, השתכנע מהעקביות של המספרים ואף למד לחבב את הקשר של התיאוריה לאפלטון. "זוהי הדוגמה הישירה ביותר [לתיאוריה האפלטונית] שאפשר לחשוב עליה", אמר. "הממוצע הסטטיסטי של כל התצפיות האלה הוא קובייה, אבל הקובייה אף פעם לא קיימת" - וכמו שאמרנו למעלה, השלמות לא קיימת בטבע.