

נסתכל על הטבלה הבאה, שעוסקת בהחזרה של x מתוך n עצמים/סלילים

עם חשבונית לסדר	בה' חשבונית לסדר	
$\frac{n!}{(n-k)!k!} = \binom{n}{k}$	$n(n-1)\dots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$	בה' חזרות (כל עצם אפשרי לסדר פעם אחת בלבד...)
$\frac{(k+n-1)!}{k!(n-1)!} = \binom{k+n-1}{k}$	n^k	עם חזרות (נחלק סך אפשרי לקבוצה כמה שרצוי)

חלוקת x בקבוצים לא n חסום

כל הכבולים שאינם זהים	כל הכבולים שיש להם זהות	
$\binom{n}{k}$	$n(n-1)\dots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$	בה' חסום יש לכל היותר k קבוצות אחדות
$\binom{k+n-1}{k}$	n^k	אין הגבלה על מספר הכבולים בישראל

שאלה: באיזה מפתח נחלק בשורה?

- 5 קבוצות יש בישראל (זהים זהות)
 6 קבוצות מצרים (זהים זהות)
 4 קבוצות יוון (זהים זהות)

בכמה אפשרויות נחלק לעשרות?

(A) בה' הגבולות:
 מחלקה התחבולות עם חזרות:

$$\frac{15!}{5! \cdot 4! \cdot 6!}$$

(B) מצרים קבוצות שהתחבולות שלה יהיו סלילים זהים.

קבוצות מצרים = קבוצות אחדות

$$+ 5 \text{ יש בישראל } + 4 \text{ יוון} :$$

$$\frac{10!}{5! \cdot 4!}$$

(ג) דען' ישיאל סמכים זה לזה
 דען' מצרים סמכים זה לזה
 דען' ישיאל ודען' מצרים לא סמכים זה לזה

$\frac{6!}{4!} = \frac{6!}{4!}$ דען' ישיאל
 $\frac{6!}{4!} = \frac{6!}{4!}$ דען' מצרים
 $\frac{6!}{4!} = \frac{6!}{4!}$ דען' אחר

נבחר בדיון השלישי:
 כל האפשרויות:

$$\frac{6!}{4!}$$

פחות:

מצרים ליד ישיאל:
 $\frac{5!}{4!} + \frac{6!}{4!} = \frac{5!}{4!} + \frac{6!}{4!}$

תשובה סופית:

$$\frac{6!}{4!} - \frac{5!}{4!}$$

שאלה

במסעדה יש 4 סוגי מדין.

(א) אדם יקח נכנס למסעדה. סמו מעליון לרצון ד מלחמין.

המנה אפשרות ריחן לעולם יאמץ

מקומה במחירה של $7 = 4$ מילג $4 = 4$ סוגים, בל

השילובים: מקום ד בטבלה הראשונה:

$$\binom{7+4-1}{7} = \binom{10}{7}$$

(ב) שבעה אנשים נכנסים למסעדה. כל אחד מציין מנה
 אחת של מדין.

המנה אפשרות ריחן לעולם יאמץ

$$4 = \frac{4!}{4!} + \frac{4!}{4!} + \frac{4!}{4!} + \frac{4!}{4!} + \frac{4!}{4!} + \frac{4!}{4!} + \frac{4!}{4!}$$

באן שאלה במחירה של ד מילג 4 סוגים חטיבת חטיבת מסדר.
 מקום 2 בטבלה: $4 = 4$

שאלה

$A \mid B$ שני קבוצות

הכלל
לכל
צורה

$$|B| = k$$

$$|A| = n$$

מספר אברי A

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$$

$$B = \{b_1, b_2, \dots, b_k\}$$

(א) כמה פונקציות $f: A \rightarrow B$ קיימות?

נעבור על אברי A לפי הסדר.

לכל אחד מהאברים אלה ב-B. לכל אחד יש k אפשרויות

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$$

לכל אחד k אפשרויות

$$k \cdot k \cdot k \cdot \dots \cdot k = k^n$$

(ב) כמה פונקציות חד-חד-ערכיות $f: A \rightarrow B$ קיימות?

(תשובה: כן, אלא נראה ש $k \geq n$).

נעבור לפי הסדר על אברי A:

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$$

לכל אחד $k, k-1, k-2, \dots, k-(n-1)$ אפשרויות

$$k \cdot (k-1) \cdot (k-2) \cdot \dots \cdot (k-n+1) = \frac{k!}{(k-n)!}$$

$$(c) \quad |A|=5 \quad |B|=2$$

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$$

$$B = \{b_1, b_2\}$$

מנה פונקציות f יש מן A ל- B ?

אם-כן הסבר השלילה:

כל הפונקציות, ולכן התשובה: כן

פונקציה

הפונקציות שהן לא f : יש רק שתי פונקציות:

$$1 \leq i \leq 5 \quad f(a_i) = b_1$$

$$1 \leq i \leq 5 \quad f(a_i) = b_2$$

לא

לכן התשובה היא: $2^5 - 2$

רצות
לא צריך

שאלה:

מספר 10 קבוצות

מה תוצאת אפסית שג

(תוצאה אפסית: 3 קבוצות 1

6 " " 2

5 " " 2

(2 " " 3

מקבוצה בת 10 קבוצות 6 קבוצות

(אם תוצאה אפסית (1-6) יש לה)

בקבוצה אפסית:



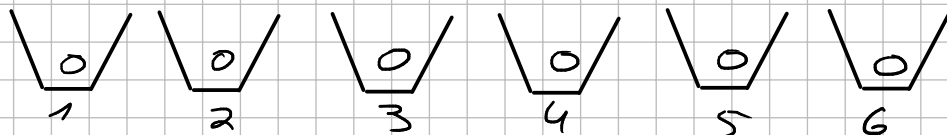
$$\binom{4+n-1}{1} = \binom{6+6-1}{10} = \binom{15}{10}$$

(ה) אם יש דבר שאם לא היה הספחה (6-1) לא היה.

אם כן, השאלה:

כאן הספחה: $\binom{15}{10}$

במקרה 6 בתוצאה בהן 6 הספחה (1-6) מופיעה:



(שאר 4 קבוצות 6 קבוצות 4 קבוצות 6 קבוצות)

$$\binom{4+6-1}{4} = \binom{9}{4}$$

$$\binom{15}{10} - \binom{9}{4}$$

דבר'נא

המקדמים דבר'נא'ם:

הקדמה: ב'ס'י מ'כ'ר'ה $\binom{n}{k}$ כ'א'ש'ר $0 \leq k \leq n$
א'י'ן א'ב'נ'ם

ל'ק'ח'ן "מ'ק'ד'ם דבר'נא'".

(ק'ר'ה: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ = מס'ר ד'א'פ'ס'ו'ר ל'מ'ח'ל'ר k מ'ח'ל'ק ה'ע'צ'מ'ם
ש'ל'נ'א, ו'ב'ל'י ח'צ'ר'ת ו'ב'ל'י ל'ס'פ'ר

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} \quad (1)$$

$$\binom{n}{0} = 1 \quad (2)$$

ה'כ'ו'ת א'ל'ב'ה'י'ת:

$$\binom{n}{0} = \frac{n!}{(n-0)! \cdot 0!} = \frac{n!}{n! \cdot 1} = 1$$

ה'כ'ו'ת ק'א'מ'י'נ'ט'ל'ר'י:

י'ש א'פ'ס'ו'ר א'ח'ת ל'ב'ח'ב א'פ'ס מ'ח'ל'ק ה'ע'צ'מ'ם.

ק'ר'ה: ל'מ'ת ד'ק'ב'ל' א'ח'ת $0!$ א'ב'ל'ר'י:

$$1 = \binom{n}{n} = \frac{n!}{n! \cdot 0!} = \frac{n!}{n! \cdot 1}$$

מ'כ'ר' א'ח'ד

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\binom{n}{n} = \frac{n!}{(n-n)! \cdot n!} = \frac{n!}{0! \cdot n!} = \frac{1}{0!}$$

מ'כ'ר' ש'נ'י:

$$\frac{1}{0!} = 1 \quad \text{א'ס כ'ן:} \quad 0! = 1$$

$$\binom{n}{1} = n \quad (3)$$

$$\binom{n}{1} = \frac{n!}{(n-1)! \cdot 1!} = \frac{n!}{(n-1)! \cdot 1} = n$$

ה'כ'ו'ת ק'א'מ'י'נ'ט'ל'ר'י:

י'ש n א'פ'ס'ו'ר ל'ב'ח'ל'ר 1 מ'ח'ל'ק n .

$$\binom{n}{n} = 1 \quad (4)$$

(מ'כ'ו'ת ק'א'מ'י'נ'ט'ל'ר'י)