ק-3

תרגיל בית 8 / אינטגרציה נומרית.

א.

$$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln(x)$$

$$[\ln(x)]_1^2 = \ln(2)-\ln(1) = 0.6931$$

ב.

$$S_n = \frac{1}{3}\cdot\left(f(1)+f(1+\tfrac{1}{3}(1))+f(1+\tfrac{2}{3}\cdot 1)\right) =$$

$$= \frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{1\frac{1}{3}}+\frac{1}{1\frac{2}{3}}\right) = \frac{47}{60} = 0.78333$$

שגיאה: $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$

$f'(2) = -\frac{1}{4},\ f'(1) = -1$

שגיאה $\le \frac{1}{6}\cdot x\cdot 1 \approx \frac{1}{6}$

$\Leftarrow$ שגיאה = $\frac{1}{6}$. קירוב ≈ 0.7833.

ג.

$$\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1.5}{2}+1+\frac{3}{4}+\frac{3}{5}\right) = \quad = J = 0.7$$

שגיאה: $f''(x) = (-x^{-2})'$

$f''(x) = -(-2\cdot x^{-3}) = 2x^{-3} = \frac{2}{x^3}$

$f''(1) = 2$

$f''(2) = 1/4$

$$e \le \frac{1}{108}\cdot \mathrm{Max}|f''(x)| = \frac{1}{108}\cdot 2 = \frac{2}{108}$$

שגיאה: $e \approx 0.0185$

$J = \quad 0.7$

ד. סימפסון:

$$\frac{1}{9}\cdot\left(f(1)+f(2)+4\cdot f(\tfrac{4}{3})+2\cdot f(\tfrac{5}{3})\right) = \frac{19}{30} \approx 0.6333$$

שגיאה: $\frac{1}{14{,}580}\cdot \mathrm{Max}|f^{4}(x)| \approx \frac{24}{14{,}580} \approx 0.001646$

$f''(x) = 2\cdot -3\cdot x^{-4} = -6x^{-4}$

$f'''(x) = 24\cdot x^{-5}$

$f^{4}(1) = 24$

$f^{4}(2) = \frac{3}{4}$

השגיאה קטנה עם סימפסון.