

A 题 比赛出场顺序问题

“五羽轮比”是一种独特的羽毛球双打比赛形式，采用田忌赛马的方式进行，该赛事形式首先由李宁公司倡导，在业余比赛中，尤其是公司或高校中广受欢迎。五羽轮比，就是五名羽毛球队员轮流比赛。每个队伍有五名队员，比赛采用 50 分制，先到 50 分为胜（即使出现 49 : 49 时也无需领先两分致胜）。每局比赛任意一方先得 10, 20, 30, 40 分时，双方换下一个队员，后得整十分的一方不再换人。

一个简单的示例如下：

记对抗双方为 A 队和 B 队，球员（及出场顺序）为 A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 和 B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 。确定双方出场人员后，在对抗过程中各队都不能变更出场顺序。在有某一队获得 10 分（含 10 分）前，第一场对抗双方为 (A_1, A_2) 和 (B_1, B_2) 。某一方得 10 分之后，在有某一队获得 20 分（含 20 分）前，第二场对抗双方为 (A_2, A_3) 和 (B_2, B_3) 。以此类推，第五场对抗双方为 (A_5, A_1) 和 (B_5, B_1) 。某一队首先获得 25 分时，双方交换场地。

请你作为 A 队的领队，解决与其他队伍对抗中的排兵布阵问题。

问题 1. 我方有五名选手 A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 ，对方也有五名选手 B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 。如果对方的出场顺序就是 B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 ，在已知部分对抗的历史数据（见表 A-1）的情况下，我方的最优出场顺序是什么？

问题 2. 假设我方原计划的出场顺序为 A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 ，此时对方针对此顺序采用了他们胜率最高的三种出场顺序之一，我方应怎样调整出场顺序？

问题 3. 我方新增一名候选选手 A_6 ，对方新增一名候选选手 B_6 ，已知关于新选手的对抗结果如表 A-2 所示。

如果双方可以从这 6 名选手中挑选 5 人，并按一定顺序出场，双方是否有稳定的与对方出场顺序无关的己方出场顺序？如果有，给出双方稳定的出场顺序；如果没有，我方应该如何调整出场顺序？

表 A-1: 双方对抗的部分历史数据（来源于两队间的非正式比赛，采用正常的 21 分赛制，而非五羽轮比的竞赛方式）

$(A_1, A_2)-(B_1, B_2)$	23 : 21, 21 : 18, 21 : 19	$(A_2, A_3)-(B_2, B_3)$	21 : 15, 21 : 12
$(A_1, A_3)-(B_1, B_2)$	20 : 22, 21 : 19, 22 : 20	$(A_2, A_4)-(B_2, B_4)$	21 : 15, 13 : 21
$(A_1, A_4)-(B_2, B_4)$	18 : 21, 21 : 17, 21 : 19	$(A_2, A_5)-(B_3, B_5)$	21 : 12, 21 : 16
$(A_1, A_5)-(B_1, B_5)$	18 : 21, 21 : 14, 21 : 16	$(A_3, A_4)-(B_4, B_5)$	21 : 14
$(A_4, A_5)-(B_3, B_5)$	21 : 11, 14 : 21	$(A_3, A_4)-(B_3, B_4)$	19 : 21, 22 : 20
$(A_1, A_3)-(B_3, B_5)$	21 : 10		

表 A-2: 有 A_6, B_6 参与的部分历史数据

$(A_1, A_6)-(B_1, B_3)$	16 : 22, 21 : 19	$(A_2, A_6)-(B_2, B_6)$	23 : 25, 16 : 21
$(A_3, A_5)-(B_5, B_6)$	22 : 20, 21 : 17, 16 : 21	$(A_5, A_6)-(B_4, B_5)$	17 : 21, 22 : 20
$(A_1, A_5)-(B_1, B_6)$	18 : 21, 21 : 14, 21 : 19	$(A_3, A_4)-(B_4, B_6)$	21 : 14

B 题 自动驾驶中的转弯问题

随着科学技术的迅速发展，自动驾驶已不再是无法触及的奇迹。但自动驾驶也面临着一系列的技术难题和安全挑战。自动驾驶汽车需要精确、实时地感知和理解环境，以便做出高效的驾驶决策。在遇到复杂天气时，还需要保持高精度的感知能力。本赛题研究自动驾驶中车辆转弯问题。

问题 1. 对一辆前轮驱动的四轮车辆（见图 B-1），建立描述车辆转弯的数学模型。

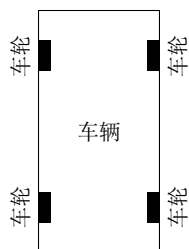


图 B-1: 车辆简化示意图

问题 2. 设一辆四轮车辆长为 4 m，宽为 2 m，车轮的直径为 60 cm，宽度为 16 cm，前轮到车头、后轮到车尾的距离均为 0.5 m（见图 B-2）。车辆向左转弯，车辆转弯速度为 20 km/h，前内轮的转弯角度为 30° 。请根据问题 1 的数学模型，给出每隔 0.1 s 车辆的位置，保存到文件 `result2.xlsx` 中，文件格式如表 B-1 所示。

注：以开始转弯时车辆中心为原点，车头方向为 y 轴。

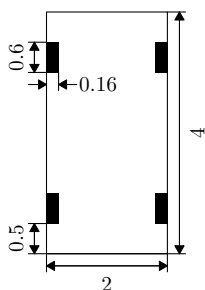


图 B-2: 车辆的具体数据（单位：m）

问题 3. 若车辆 A 停在垂直停车位正中，停车位的长为 5.3 m，宽为 2.4 m，车位前方

表 B-1: result2.xlsx 文件格式

时间/s	车辆中心		前内轮中心		前外轮中心		后内轮中心		后外轮中心	
	x/m	y/m	x/m	y/m	x/m	y/m	x/m	y/m	x/m	y/m
0.0	0	0								
0.1										
...										

道路宽度为 5.5 m，两侧及前方停车位均停有车辆（见图 B-3）。考虑车辆 A 左转出库，出库过程中不允许车辆倒车。请确定该车前内轮的最大和最小转弯角度，及车辆开始转弯的位置。

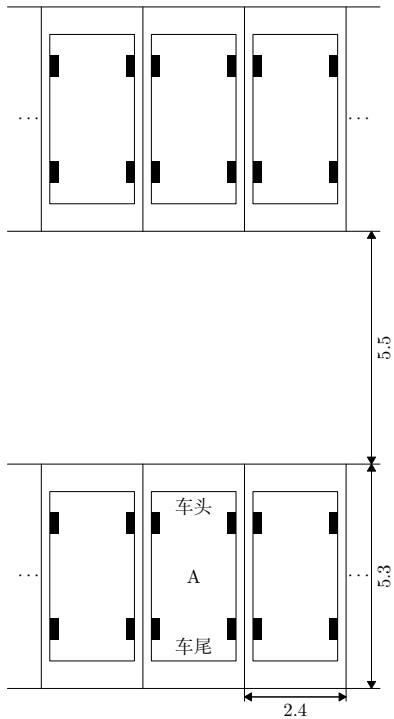


图 B-3: 停车场示意图（单位：m）

C 题 MACD 交易策略问题

均线是一种重要的技术分析指标。在经典的分析中，通常用投资案例的形式来展示均线的效果。例如一个双均线策略为：五日均线向上穿过十日均线称为“金叉”，五日均线向下穿过十日均线称为“死叉”，然后一个简单的策略是“金叉买入”或“死叉卖出”（见图 C-1），该策略在很多量化平台都有实现。



图 C-1: 沪深 300 指数的 K 线图。图中圆圈标注（箭头）的是买入卖出点：红色箭头为金叉，蓝色箭头为死叉。

从图 C-1 下半部，我们还看到一个重要的技术指标：MACD（Moving Average Convergence Divergence）。在 Wind 系统，MACD 的介绍如下（更多的细节可以自行通过网络搜索获得）：

【计算方法】

$DIF = \text{短期移动平均值} - \text{长期移动平均值},$

$DEA = DIF \text{ 的移动平均值},$

$MACD = 2 \cdot (DIF - DEA).$

【应用规则】

1. 柱线正值红线变长，说明是涨势，负值绿线变长说明是跌势；
2. DIF 向上交叉 MACD 为买点；DIF 向下交叉 MACD 为卖点；
3. 股价的高点比前一次的高点高，而 MACD 的高点却比前一次的高点低时，称为牛背离。牛背离暗示股份很快就会反转下跌；股价的低点比前一次的低点低，而 MACD 指标的低点比前一次的低点高时，称为熊背离。熊背离暗示股价很快就会上涨；
4. MACD 指标是中长线指标,适用于较长趋势行情,震荡行情要尽量避免使用;MACD 有一定的滞后性，当一、二天内的涨跌幅度特别大时，MACD 来不及反应，此时指标无法发生作用；
5. MACD 指标的常用三个参数值是 12、26、9。

作为量化入门的探索，在 MACD 等各种技术指标上构建交易系统是量化分析的第一步，而各种量化平台和大模型的出现使得这个过程可以快速完成。根据附件提供的部分品种的日线量价数据，完成如下的任务：

1. 在 MACD 指标的基础上构建一个交易系统，能对每一个品种（提供的数据），给出 MACD 指标的胜率、赔率和频率，以及相应的最大收益、年化收益率、夏普比率、最大回撤等量化指标。
2. 分析上述的结果，通过查询各种资料，实现对 MACD 指标的改良，使得有更好的投资性能。在报告中需要从实证结果和投资交易逻辑两方面对改良版本进行分析。

注：本题目允许参赛者借助大模型等工具进行辅助建模。若使用大模型则仅限于国产大模型，且需要提交完整的对话记录。