更新日：３/２

#### 市場リスクの計量化とVaR

# リスク計測の意味とVaRの定義

【問題2.1】

以下の表に示した日時収益率データをもとに以下の問いに答えよ．

1. 保有株式ポートフォリオの日次ボラティリティを求めよ．
2. 正規分布を仮定したときの99%VaRを計算せよ．
3. TOPIXに対するリスク感応度を，①1月4日の感応度，②10日間の平均感応度，③回帰分析による感応度のそれぞれについて求めよ．



（Proof）

1. (2.3)式を用いることで，

■

1. より

■

1. 各時点における感応度は以下のとおりである．

また，計算式は(2.1)式を利用している．

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.1) |



これより，以下の結果が得られる．

1. 3.5
2. 2.82

また，今回の問題の場合，株式ポートフォリオのリスク感応度は，CAPMのβになるので，

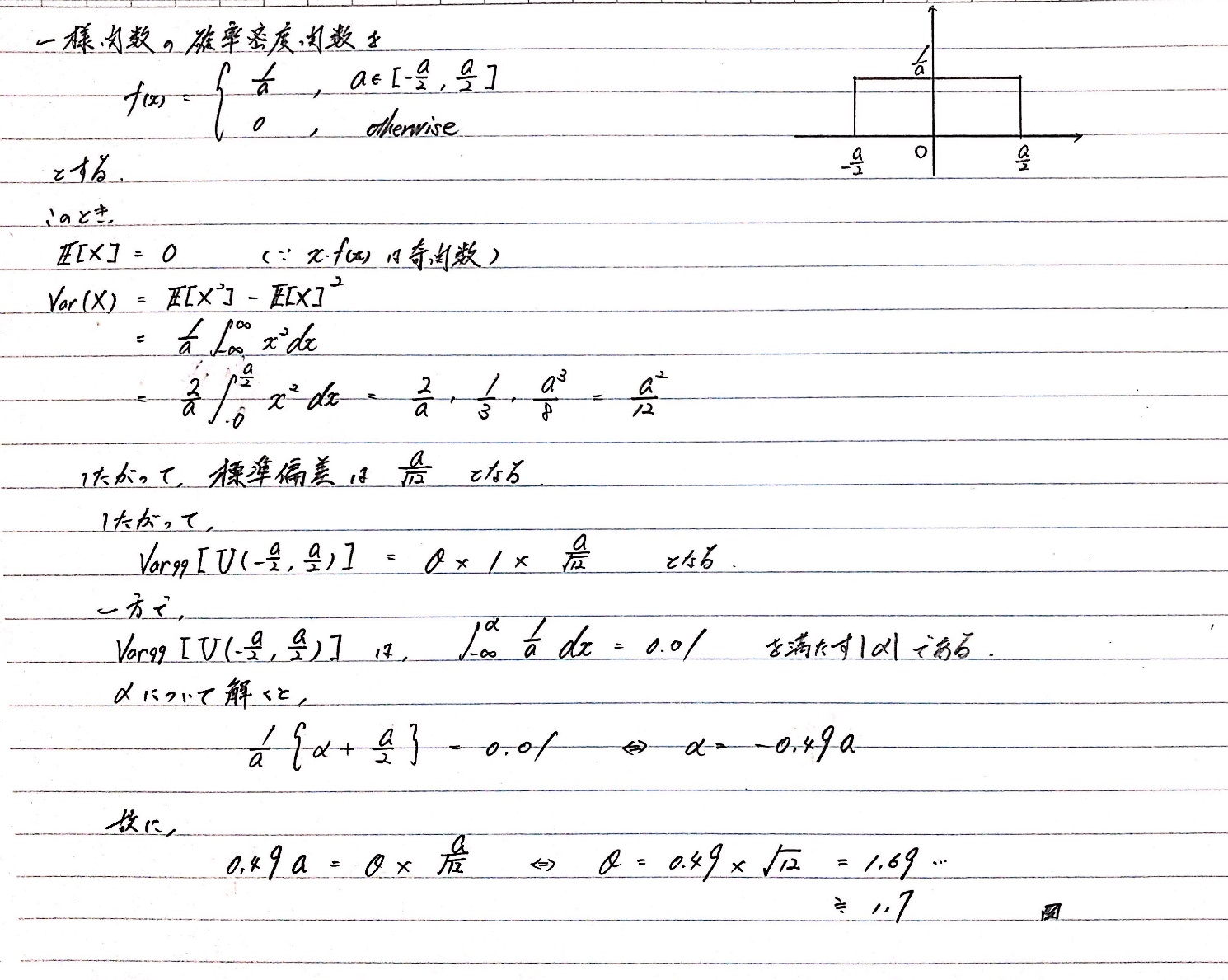
である．したがって，リスク感応度を計算すると，



【問題2.2】

VaRの信頼係数をとしたのは，収益率分布に正規分布を仮定したからである．他の分布が仮定されればこの数値が変化することを，一様分布を仮定した場合について信頼係数を求め，確認せよ．

（Proof）



【問題2.3】

表に51日間のTOPIXの終値データがある．このデータより日次の常数収益率を求め，Gearyの検定により，正規性の確認をせよ．また，対数収益率の場合はどうか検定せよ．（ただし，有意水準は95%）

（Proof）

(2.14)式にしたがって，統計検定料と算術収益率と対数収益率の統計検定量Gを算出した結果は以下のとおりである．



したがって，算術収益率と対数収益率ともによりも大きいので，正規分布に従うという仮定は棄却されない．

【問題2.4】

下方リスクの代表例としてVaRを紹介したが，他の下方リスクにはどのような指標があるか．また，その指標のVaRとの優劣を論じよ．

（Proof）

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **種類** | **利点** | **欠点** |
| CVaR | 損失額が正規分布から外れている場合に使用することが出来る．また，劣加法性を満たしているため，現実可能なポートフォリオ集合XでCVaRを最小化することが可能． | データ量が多くなった時に，計算に時間を要する． |
| ストレステスト | VaRと異なり，定性的にどのような事象が発生するかという専門家の知見を活用することが出来る． | モデルを作成するうえで選択肢が多く，選択肢を決定する方針も見当たらない．また，VaRと違いヒストリカルなデータを分析して結果を出しているわけではないので，客観的に妥当性を示すことが出来ない． |

# リスク計測モデルの基本構造

【問題3.1】

1. 米国株ポートフォリオのS&Pに対する感応度，および円/ドルレートに対する感応度を求めよ．
2. S&P，円/ドルレートのそれぞれの標準偏差と相関係数を求めよ．
3. 米国株ポートフォリオの標準偏差および99%VaRを求めよ．



（Proof）

1. (3.11)式を用いて，感応度を計算すると以下の通りになる．

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.11) |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | : | 米国株ポートフォリオ |
|  | : | S&P，円/ドルレート |



1. 3つの資産に関する分散共分散行列を求めると以下のとおりである．



また，相関係数行列についても以下の通り．



したがって，求める値は次の通り．



1. (1), (2)の結果より，デルタ法を用いて99%VaRを計算すると以下のとおりである．



【問題3.2】

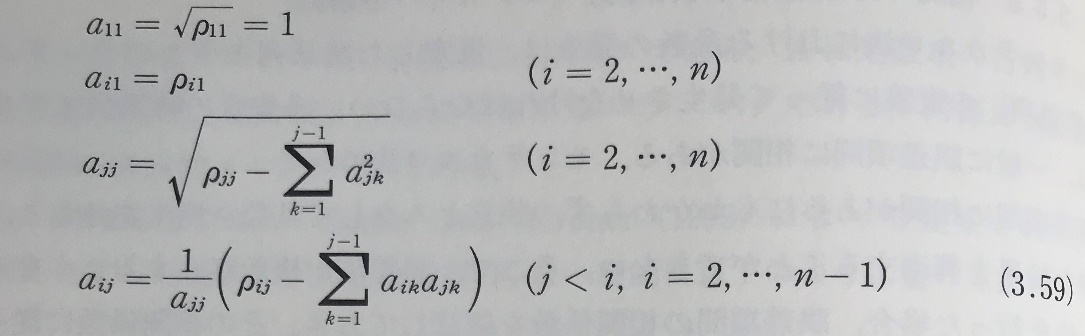
以下の相関行列に従う乱数を生成せよ．

ただし，互いに無相関な3つの乱数系列は得ているものとし，

の1次変換によって生成する場合の，変換行列***A***を求めよ．

（Proof）

(3.59)式を用いて，行列***A***を求めると以下のとおりである．





この行列***A***を用いて，新たな乱数を生成すると，次のとおりである．



【問題3.3】

デルタ法で用いる標準偏差は一般にHV（過去のデータより算出されたボラティリティ）を用いる．もし，HVの代わりに，オプション価格から得られたIVを用いた場合，想定される問断点を論じよ．

（Proof）

HVは，過去のデータに基づいた実際の値である．一方で，IVはBlack Scholesの公式から導いた理論価格と市場価格が整合するようなボラティリティであるため，実現値ではない．また，Black Scholesの公式の条件を満たしているとは限らない．

【問題3.4】

ポートフォリオのリスクファクターに関する感応度をとし，それぞれの収益率の標準偏差を, ，共分散をとすると，

であることを示せ．

(Proof)

(3.11)式について，両辺をで割ることによって確かめることが出来る．実際，

▪

# リスク計測モデルのデータ処理法

【問題4.1】

ルート倍法は日次収益率が独立であるという仮定の下で成立していた．もし，独立が保証されない場合，は最大どれくらいになるか．ただし，日次収益率の標準偏差をとしデルタ法を前提とせよ．

（Proof）

各時点における日次収益率の標準偏差を ，における日次収益率の相関係数をとすると，デルタ法によるリスクの合成は以下の通りとなる．

標準偏差が最大になる⇒ であるから，

したがって，独立が保証されていないときの の最大値は次の通りとなる．

【問題4.2】

減衰係数が0.7の指数加重平均移動平均法を行ったとする．観測期間を10日（目～目）にした場合の各データに対するウェイトを求めよ．その時11日以前のウェイトの累積和を求めよ．また，残分ウェイト累積和が大きいと判断した時の修正ウェイトを計算せよ．

（Proof）

(4.5)式に沿って，各時点のウェイトを計算すると以下の通りとなる．



また，（4.7）式に従ってウェイトの累積和を計算すると以下のとおりである．



この結果を用いて，ウェイトを再計算すると，結果は以下の通り．



【問題4.3】

全問で与えられたウェイトおよびを用いて標準偏差を計算せよ．さらにウェイトなしの場合を計算し，結果を比較せよ．ただし，10日間収益率が以下の通りに与えられている．



（Proof）

(4.1)，(4.2)式に従い標準偏差を計算した結果は次のとおりである．



【考察】

ウェイトがついている場合とついていない場合で，標準偏差が30％異なっていることが分かる．これは，ウェイトを付けた場合，直近の影響を大きくとらえる影響があり，直近のデータが大きく変動していることが原因であると考えられる．

【問題4.4】

以下の30日分の日次収益率データの平均と標準偏差を，Box-Car法，Moving-Window法，ルート倍法によって求め，差異を論ぜよ．

（Proof）

各方法で平均・分散を計算した結果が以下のとおりである．



# 資産別のリスク計測モデル

【問題5.1】

【問題5.2】

【問題5.3】