2021年3月2日

#### リスク管理勉強会（資産別のリスク計測モデル）

# 金利モデルの計量化

## 金利のリスクファクター

【金利リスクの特徴】

他のリスクと違い，金利のリスクファクターは，**期間構造（term structure）**という特別な関係があり，その計量化には少し複雑なステップが必要．

【金利のリスクファクターの種類】

|  |  |
| --- | --- |
| **種類** | **説明** |
| 信用度と通貨 | 金利リスクの信用度とは，利払い主体の債務行使能力のこと．市場金利は，国債レート，銀行間レート，事業債レートと信用力に対して金利水準が異なる．この**金利差（スプレッド）**が日々変動するため，信用度をリスクファクターとして位置付けることが必要． |
| 残存期間 | 最も重要なリスクファクターが残存期間に関するものである．イールドカーブは日々変動し，短期金利と長期金利の変動が必ずしも一定でないため，その変動を把握するために複数のリスクファクターを設定する必要がある．（通常は8~15程度） |
| 金利の種類 | 金利には，債券利回り（YTM）や，スワップレート（ゼロレート），フォワードレートあるいはDFなど様々な種類がある．これらの金利の種類によって市場レートが異なるため，金利の種類ごとに別のリスクファクターを設定する必要あり．（ただし，上記の2つに比べるとリスクが小さいため，金利の種類による金利差を特定の金利で代表させる例などがある．） |

## リスクファクターの推定と補間

リスクファクターを決定したとしても，リスクファクターの金利をダイレクトに観測できないので，何らかの推定が必要となることがある．

**⇒**グリッドポイントに対応する対応したレートを算出する方法として，「**補間**」がある．イールドカーブの推計方法として補間には，「線形補間」や「3次スプライン補間」が良く利用される．

|  |  |
| --- | --- |
| **補間方法** | **説明** |
| 線形補間 | 観測可能な隣り合った点を「直線」で結ぶことにより補間する． |
| 3次スプライン補間 | 観測ポイント間をそれぞれ別の3次関数で滑らかにつながるように補間する．  【推計ロジック】  観測可能な残存期間との間を補間する．3次関数を  と置き，次の条件を満たすように定数を推計する．   1. 観測点を通る． 2. 各について，境界となる観測ポイントでの1次関数が等しい． 3. 各について，境界となる観測ポイントでの2次導関数が等しい． |

**期間構造の推計モデル**

上記の補間方法は，観測ポイントが少ないときのイールドカーブの推計方法である．

国債など多くの市場金利データがある場合には，通常の金利期間構造モデルを使用する．その代表的なものは**正方行列法，マカロフの方法，フグレの方法**など．

## イールドカーブの変動モデル

金利リスクのうち市場リスクと呼ばれるものは，主にイールドカーブの変動に起因するものである．

⇒金利モデルの計量化を行うときは，イールドカーブの変動をモデル化する必要がある．モデル化の方法については，リスクファクター間のリスクの合成をいかなる方法（デルタ法，ヒストリカル法，モンテカルロ法）に依って行うかに関連している．

【デルタ法】

グリッドポイントのリスク変動の分散共分散行列によって表現されるため，金利リスク以外のリスクと全く同じ計算ステップを行う．

【モンテカルロ法】

リスクファクターの変動モデル（時系列モデル）に金利特有の特徴を与える．

金利リスクファクターの時系列変動は，イールドカーブの変動から**加法的ショック**（パラレルシフト）,**乗法的ショック**，**対数的ショック**などのいくつかの形態に分類できる．

**⇒**金利そのものの時系列モデルを作成するのではなく，水準，傾き，曲率など，イールドカーブの形状示す何らかのパラメータをモデル化する方法がとられる．

## リスクファクターへのマッピング

**感応度を保存する方法**

分配の前後で次の条件①，②を満たすようにマッピングを行う．（デルタ法を意識したマッピング方法）

1. 現在価値は分配の前後で変化しない
2. 分配した各グリッドポイントの金利の変化に対するCFの現在価値の変化率は，分配の前後で変化しない．

【条件】

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ： | CFの発生時点 |
|  | ： | グリッドポイント |
|  | ： | 各時点でのDF |
|  | ： | 各時点でのCF |

条件①，②よりいかが成り立つ．

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.7) |
|  | (5.8) |

DF が線形補間されているとすると

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.9) |

となる．以上の式からを求めると，以下の結果となり，期間を按分されていることが分かる．

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.10) |

**VaRを保存する方法**

感応度を保存する方法では，マッピング前後でVaR値は変化する．これを補う方法として，次の条件によって分配を行う．

1. 現在価値はマッピングの前後で変化しない．
2. マッピング後の各グリッドポイントにおけるVaR値の合計は，マッピング前のVaR値と等しい．
3. マッピング後の各グリッドポイントにおける符号（ポジションがロングかショートか）はマッピング前後の符号に等しい．

簡単のために，現在価値をと置き換える．

期間でのCF（時価）を，その前後のグリッドポイント, にそれぞれとして分配する（分配比率は)）．

条件①より，

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.11) |

次に，条件②について，リスクファクターの線形性を前提とすると，VaRのリスク合成は以下の式で表すことが出来る．

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.12) |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ： | におけるCFのVaR． |
|  | ： | におけるリスクファクターの相関係数 |

このとき，VaRについて以下の関係式が成り立つ．

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.13) |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ： | リスクファクターのボラティリティ． |
|  | ： | 信頼係数 |

これを(5.12)式に代入して，

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.14) |

両辺をで除し，これに(5.11)式を代入して，

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.15) |

両辺を2乗して を消去し，配分比率について整理する．

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.16) |

条件③より，となるので，解は一意に定まる．はグリッドポイント上の変動で得た値より求めることが出来るが， については，グリッドポイント上にはないため，リスクファクターのデータから求めることが出来ない．そのため，線形補間などにより推計しておく必要がある．

## リスク量の算出

リスクファクター（グリッドポイント）にマッピングされた金利資産は，

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.17) |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ： | グリッドポイントの個数． |
|  | ： | 番目のグリッドポイントの金利 |
|  | ： | 番目のグリッドポイントのマッピングされた資産 |

により現在価値を求めることが出来る．金利リスクはこの現在価値の変動そのものなので，の将来の分布をとすれば，VaRは

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.18) |

により求めることが出来る．したがって，分布を求めることが出来れば，金利のリスクの計量化は完成する．

【分布を求める方法】

デルタ法，ヒストリカル法，モンテカルロ法などがあるが，ここではデルタ法を説明．

【デルタ法による分布の推計】

各グリッドポイントの金利に対する感応度は

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.19) |

となる．感応度が求められれば，各リスクファクターの分散共分散行列を掛け合わせることで分布の標準偏差を求めることが出来る．

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.20) |
|  | (5.21) |

とすれば，の分散はは，

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.22) |

デルタ法を採用しているので，分布は正規分布を仮定している．2章で学んだ通り，分布の標準偏差が得られれば，VaRは

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.23) |