ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет компьютерных наук

Кафедра цифровых технологий

Математика и компьютерные науки
Распределенные системы и искусственный интеллект

доклад на тему

Достижения арабских математиков в алгебре

Обучающийся ________________ *А.А. Родионов, 1 курс, (магистратура)*
Преподаватель ________________ *С.А. Скляднев, к. физ-мат. н., доцент*

Воронеж 2018

Содержание

1 Введение

Развитие арабской математики началось в 7 в. нашей эры, как раз в эпоху возникновения религии ислама. Она выросла из многочисленных задач, поставленных торговлей, архитектурой, астрономией, географией, оптикой, и глубоко сочетала в себе стремление решить эти практические задачи и напряженную теоретическую работу.

Арабские математики добились решающих достижений и сделали ряд неоспоримых открытий в области разработки алгебраического исчисления, как абстрактного, так и практического, становления теории уравнений, алгоритмических методов на стыке алгебры и арифметики.

В развитии арабской математики можно различить два периода: прежде всего усвоение в VII и VIII вв. греческого и восточного наследия. Багдад был первым крупным научным центром в правления Аль-Мансура (754-775) и Гарун ал-Рашида (786-809). Там было большое количество библиотек, и изготовлялось много копий научных трудов. Переводились труды античной Греции (Евклид, Архимед, Аполлоний, Герон, Птолемей, Диофант), изучались также труды из Индии, Персии и Месопотамии.

Но к IX в. сформировалась настоящая собственная математическая культура, и новые работы вышли за рамки, определенные эллинским математическим наследием.

Первым знаменитым ученым багдадской школы был Мухаммед Аль-Хорезми, деятельность которого протекала в первой половине IX в. Он входил в группу математиков и астрономов, которые работали в Доме мудрости, своего рода академии, основанной в Багдаде в правление ал-Маммуна (813-833). Сохранились пять работ ал-Хорезми, частично переработанные, из которых два трактата об арифметике и алгебре оказали решающее воздействие на дальнейшее развитие математики.

Его трактат об арифметике известен только в латинском варианте XIII в., который, без сомнения, не является точным переводом. Его можно было бы озаглавить «Книга о сложении и вычитании на основе индийского исчисления». Это, во всяком случае, первая книга, в которой изложены десятичная система счисления и операции, выполняемые в этой системе, включая умножение и деление. В частности, там использовался маленький кружочек, выполнявший функции нуля. Ал-Хорезми объяснял, как произносить числа, используя понятия единицы, десятка, сотни, тысячи, тысячи тысяч..., которые он определил. Но форма использованных ал-Хорезми цифр неизвестна, возможно, это были арабские буквы или арабские цифры Востока.

О происхождении арабских цифр стоит сказать отдельно. Арабские цифры — традиционное название десяти математических знаков: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, с помощью которых по десятичной системе счисления записываются любые числа. Эти цифры возникли в Индии (не позднее V в.), в Европе стали известны в X-XIII вв. по арабским сочинениям (отсюда название).

Интересные факты: Ряд интересных математических задач, стимулировавших развитие сферической геометрии и астрономии, поставила перед математикой и сама религия ислама. Это задача о расчёте лунного календаря, об определении точного времени для совершения намаза, а также об определении киблы — точного направления на Мекку.

2 Аль-Хорезми

2.1 Биография

Начнем с обсуждения аль-Хорезми, отца алгебры. Абу Абдулла Мухаммад ибн Муса Аль-Хорезми жил около 800-847 н.э., но эти даты неточны. Эпитет «аль-Хорезми» относится к его месту происхождения, Хорезму или Хорезму, который расположен к югу от дельты реки Аму-Дарья и Аральского моря в Центральной Азии. Однако историк аль-Табари добавляет эпитет «аль-Кутруббулли», указывая, что аль-Хорезми в действительности прибыл из Кутрубулла, недалеко от Багдада между реками Тигр и Евфрат. Другие источники утверждают, что, возможно, предки аль-Хорезми, а не он сам, происходят из Хорезма. Еще одним интересным эпитетом, добавленным аль-Табари, является «аль-Маюси», что означало бы, что аль-Хорезми был приверженцем Зороастрийская религия. Однако предисловие аль-Хорезми к его трактату о альберте не вызывает сомнений, что он был набожным мусульманином; возможно, некоторые из его предков или даже аль-Хорезми в юности были зороастрийцами.

Аль-Хорезми вырос под Багдадом под властью Калифа аль-Мамуна (царствование 813-833 гг. Н.э.), который был великим пропагандистом науки. Аль-Хорезми была предложена должность в Байт-аль-Хикме (Дом Мудрости) в Багдаде; большинство его трактатов посвящено халифу аль-Мамуну.

2.2 Математический вклад Аль-Хорезми

2.2.1 Астрономия

Большинство трактатов аль-Хорезми относятся к области астрономии. Он был одним из разработчиков астролябии, а также составил примерно сотню астрономических таблиц. Одна из этих таблиц, Зидж Аль-Синдхинд (перевод индийской работы, Зидж — общее название для астрономических таблиц в странах ислама.), является первой арабской астрономической работой из всех которые сохранились.

2.2.2 География

Он также написал текст географии, Китаб сурат аль-ард, в котором перечислены долготы и широты городов и населенных пунктов. Это было основано на карте мира аль-Мамуна, на которой работал аль-Хорезми, которая, в свою очередь, была основана на географии Птолемея. Однако карта мира аль-Мамуна была гораздо более точной, чем Птолемея, особенно в отношении исламского мира.

2.2.3 Календарь

Еще одна сохранившаяся работа аль-Хорезми - это его работа над еврейским календарем, в котором точно описывается 19-летний цикл, семь месяцев и правила определения, в какой день недели начинается месяц Тишри. Он также подсчитывает интервал между еврейской эрой или созданием Адама и эры Селуддида, которая началась 1 октября 312 года до нашей эры. Также, аль-Хорезми включает метод определения средней долготы Солнца и Луны.

2.2.4 Арифметика

В дополнение к его работам по алгебре, трактаты аль-Хорезми, которые обеспечили его прочную славу, - его работы по арифметике. Его арифметический трактат, возможно, озаглавлен «Китаб аль-иам ва'л-тафрик би-абаб аль-Хинд», или «Книга добавления и вычитания» по методу расчета индусов. Однако оригинальная арабская рукопись теперь потеряна, и его текст сохранился только в ее латинском переводе, который, возможно, сделал Аделард из Бата в 12 веке. Впервые он был опубликован в 1857 году в журнале «Algoritmi de numero indorum» Б. Бонкомпаньи, а затем опубликован в 1963 году как «Алгоритм Мохаммеда ибн Муса Альхваризми» Курта Фогеля. Это первый известный учебник о десятичной системе, и это первый трактат который систематически излагает использование арабских (или иногда индусско-арабских) цифр 1-9, 0 и позиционной системы счисления.[13] Ввод в использование числа 0 было самым важным; «маленький круг на самом деле является одной из величайших математических инноваций в мире».[13] Символ 0 использовался около 250 лет в исламском мире после его введения аль-Хорезм прежде чем западный мир когда-либо узнал об этом.

Современная цифровая нотация, безусловно, имеет свои корни в аль-Хорезми и других арабских математиках; хотя под влиянием индуистских цифр аль-Хорезми и его арабские преемники ввели полную концепцию десяти чисел и метод десятичных обозначений[13]. Аль-Хорезми представил ноль, и его способ счисления индийских цифр был настолько точными, что он, вероятно, был ответственен за распространенное мнение о том, что наша система счисления - арабская. Хотя аль-Хорезми никогда не претендовал на оригинальность в отношении своей системы чисел, латинские переводы его произведений были широко распространены в Европе, а неосторожные читатели приписывали автора и нумерацию автору[5]. Именно эта связь с числами привело к искажению имени аль-Хорезми к алгоризму, что, в свою очередь, привело к современному слову алгоритм.

2.3 Алгебра Аль-Хорезми

2.3.1 Аль-джабр и Аль-мукабала

В интересах этой статьи наиболее важной темой будет трактат аль-Хорезмита *Китаб аль-джабр ва'л-мукабала*, или *Книга восстановления и балансировки* [5]. Значения слов *аль-джабр* и *аль-мукабалах* обсуждаются. Аль-джабр, которое пришло к нам в форме «алгебры», вероятно, имелось в виду нечто вроде «восстановления» или «завершения», ссылающееся на перенос членов на другую сторону уравнения с отрицательным знаком или добавление одинаковых членов к обоим сторонам уравнения чтобы устранить отрицательные члены [5]. Аль-мукабала, вероятно, означает нечто вроде «восстановления» или «балансировки», ссылаясь на вычеркивание подобных членов с противоположных сторон уравнения или уменьшение положительных членов на вычитание равных значений из обеих сторон уравнения[5], 257. Вместе два слова аль-джабр и аль-мукабала могут означать науку об алгебре. В трактате Аль-Хорезми была первая книга, в которой этот титул обозначался как отдельная дисциплина.

Может быть полезно увидеть примеры того, как аль-Хорезми использовали эти термины. Он сначала ставит проблему:

> Я разделил десять на две части. Я умножил одну из двух частей на другую. После этого я умножил одну из частей саму на себя. Результат

умножения само на себя в четыре раза больше, чем произведение одной из частей на другую.[17]

Аль-Хорезми называет одну из частей «вещь», а другую «десять минус вещь. Он умножает на два, получает «десять вещей минус квадрат», а затем получает (в современных обозначениях):

$$x^2 = 40x - 4x^2$$

Он использует *аль-джабр* для добавления $4x^2$ к обеим сторонам, что дает:

$$5x^2 = 40x$$

Аль-Хорезми затем получает

$$x^2 = 8x$$

из которого он получает

$$x = 8$$

(Для современного читателя очевидно, что аль-Хорезми не допускает x равным 0)

На другой странице у аль-Хорезми есть уравнение:

$$50 + x^2 = 29 + 10x$$

Он использует *аль-мукабалах*, чтобы вычесть из обоих сторон 29, чтобы получить:

$$21 + x^2 = 10x$$

2.3.2 Происхождение алгебры

Важно отметить, что *Происхождение алгебры* уходит корнями к древним египтянам и вавилонянам, у которых были тексты, посвященные проблемам арифметики, алгебры и геометрии еще в 2000 году до нашей эры. В «Арифметике» Диофанта уже появилось несколько уравнений. Однако эти уравнения были решены как часть решений других проблем и не подвергались систематической обработке. Аль-Хорезми был первым, кто систематически изучал алгебру. Хотя существовали уравнения Диофанта, аль-Хорезми, вероятно, не знал о них в то время, когда писал свой трактат; аль-Хорезми не знал греческого языка, и в то время не было арабского перевода Арифметики. На Аль-Хорезми, вероятно, больше влияли индуистские или местные сирийско-персидско-еврейские источники. Однако ни один из этих источников не перешел к аль-Хорезми; несколько текстов, которые, по-видимому, были написаны после Китаб аль-Джабра ва'л-мукабала. Некоторые западные исследователи утверждают, что Аль-Хорезми не является «настоящим математиком», поскольку «в его работе мало того, чего нельзя найти в более ранних индийских источниках».

2.3.3 Алгебраические уравнения

Китаб аль-джаб ва'л-мукабала состоит из трех секций, первая из которых утверждает, что все линейные и квадратичные уравнения могут быть сведены к одному из шести типов:

$$ax^2 = bx$$
$$ax^2 = b$$
$$ax = b$$
$$ax^2 + bx = c$$
$$ax^2 + c = bx$$
$$ax^2 = bx + c$$

Он представляет общие решения для всех этих типов. Рассматривая эти шесть уравнений, очевидно, что аль-Хорезми не принимал отрицательные или нулевые коэффициенты.

Трактаты Аль-Хорезми о смешанных квадратичных уравнениях («корни и числа, равны квадратам», «квадраты и числа, равны корням») лучше всего рассматривать на примере первого типа смешанных квадратичных уравнений. В словах аль-Хорезми:

> *Корни и квадраты, равны числам* Например: один квадрат и десять корней одного и того же значения равны тридцати девяти дирхемов; то есть, какова должна быть площадь, которая, если ее увеличить на десять собственных корней, составляет тридцать девять?
>
> Решение: вы сокращаете вдвое количество корней, которые в данном примере дают пять. Это вы умножаете само на себя; произведение составляет двадцать пять. Добавьте это к тридцати девяти; сумма составит шестьдесят четыре. Теперь возьмите корень этого, который равен восьми, и вычтите из него половину числа корней, что равно четырем. Отстаток три. Это корень площади, о которой вы думали; сам квадрат равен девяти.

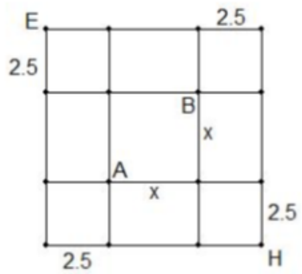
В современных обозначениях уравнение имеет вид:

$$x^2 + 10x = 39$$

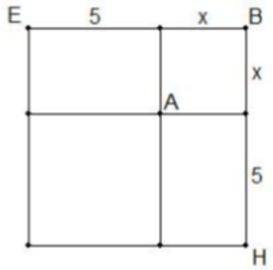
и решение Аль-Хорезми это:

$$(x+5)^2 = 39 + 25 = 64$$
$$x + 5 = \sqrt{64} = 8$$
$$x = 8 - 5 = 3$$
$$x^2 = 9$$

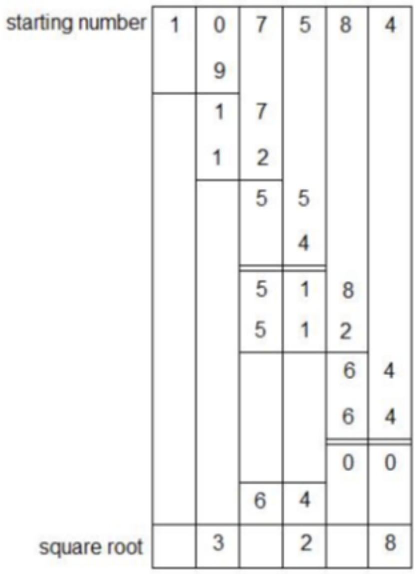
Ал-Хорезми демонстрирует это решение с помощью квадрата AB, стороной которого является искомый корень x. На каждой из четырех сторон он строит прямоугольники, каждый из которых имеет ширину 2.5. Итак, квадрат вместе с четырьмя прямоугольниками равен 39. Чтобы заполнить квадрат EH, аль-Хорезми добавляет четыре раза квадрат 2.5 или 25. Таким образом, площадь большого квадрата EH равна 64, а его сторона равна 8 Таким образом, сторона x исходного квадрата AB равна $8 - 5 = 3$ (см. рисунок ниже).



Аль-Хорезми также представляет более простой похожий метод, который строит прямоугольники ширины 5 с двух сторон квадрата AB. Тогда общая площадь квадрата EH равна $x^2 + 10x + 25 = 39 + 25 = 64$, что дает тот же результат $x = 3$ или $x^2 = 9$ (см. рисунок ниже).



Аль-Хорезми также обсуждает методы извлечения квадратного корня; этот метод, возможно, был адаптирован из индуистских источников. Этоп метод проще всего объяснить на примере. Чтобы найти квадратный корень из 107584, «вертикальные линии нарисованы и цифры разбиты на периоды по две цифры». Ближайший корень из 10 равен 3, и поэтому его квадрат равный 9 вычитается из 10. 3 написанно ниже всего, как часть окончательного квадратного корня. 3 удваивается, чтобы сделать 6, что содержится дважды в 17; $6 \times 2 = 12$, поэтому 12 вычитается из 17 что оставляет 5. Таким образом, 2 записывается внизу как следующая часть окончательного квадратного корня. Затем квадрат 2 (который равен 4) вычитается из 55, что дает в остатке 51. Таким образом, 518 затем делится на двойное 32 (что равно 64), оставляя 8. Таким образом, $8 \times 64 = 512$ вычитается из 518 оставляя 6. Последняя цифра тогда равна 64, что составляет 8 в квадрате, поэтому последняя цифра конечного квадратного корня равна 8. Следовательно, квадратный корень из 107584 равен 328. (рисунок ниже).



2.3.4 Мероопределение

Вторая глава *Алгебры* Аль-Хорезми относится к вопросу о мерах. В нем изложены правила для вычисления площадей и объемов. Площадь круга можно найти, умножив половину диаметра на половину окружности. Чтобы найти окружность, аль-Хорезми предоставляет три правила.

С диаметром d и окружностью p и приблизительным значением $\pi = p/d$:

$$p = 3\frac{1}{7}d, \text{ или } \pi \approx 3.1439$$

$$p = \sqrt{10d^2}d, \text{ или } \pi \approx 3.1639$$

$$p = \frac{62832}{20000}d, \text{ или } \pi \approx 3.1416$$

Первое правило было сформулировано Архимедом и также было дано в *Метрике* Герона Александрийского и в еврейском трактате *Мишнат ха-Миддот*. Второе приведенное правило можно найти в *Брахмашфутасиддханте* Брахмагупты. Третий (эквивалентный точной оценке $\pi \approx 3.1416$) приписывается «Астрономам» Аль-Хорезми, который может относиться к индусскому астроному Ариабхате; то же правило можно найти в его «Арябхатии».

Аль-Хорезми также утверждает, что для прямоугольного треугольника со сторонами a, b c, с «короткими» сторонами a и b:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Он дает доказательство в тексте; однако его доказательство справедливо только для равностороннего треугольника, когда $a = b$. Из этого видно, что основной источник Аль-Хорезми не может быть классическим греческим трактатом, таким как *Начала* Евклида. Еврейский трактат *Мишнат ха-Миддот* тесно связан с главой Аль-Хорезми о измерениях, которая показывает какую-то прямую зависимость или общий источник обоих. Если Соломон Гандс прав, автор еврейского трактата был раввином Неемии, который жил около 150 г. н.э., Аль-Хорезми, возможно, полагался на трактат или на перевод или текст перевода в Перине или Сирии. Однако другие авторы быстро указывают на то, что вывод Соломона Гандса не подтвержден, что оставляет дату появления Мишнат ха-Миддо открытым даже до того периода, когда аль-Хорезми опубликовал свою Алгебру. Гад Сарфатти утверждает, что Мишнат ха-Миддот был написан не позднее позднего исламского периода и может быть адаптацией работы Аль-Хорезми.

2.3.5 Наследия

Последняя глава Алгебры является самой большой. Она целиком состоит из задач и решений, включающих простые арифметические и линейные уравнения. Эти проблемы не будут обсуждаться здесь, поскольку они используют ту же самую алгебру, которая уже обсуждалась.

2.3.6 Влияние

Алгебра Аль-Хорезми стала известна, как только она была опубликована, и мусульманские математики прокомментировали ее во время жизни Аль-Хорезми. Алгебра впервые стала известной на Западе, когда европейские ученые, такие как Аделард Бат (1120 г.) и Роберт Честер (1140 г.), начали переводить арабские произведения на латынь. Леонардо Пизанский, также известный как Фибоначчи, включает в себя многие задачи, связанные с Аль-Хорезми. Однако они, скорее всего, взяты из текстов Абу Камиля, в которых используются многие проблемы и решения Аль-Хорезми. Уильям Луна, еще один итальянский математик, перевел Алгебру Аль-Хорезми на итальянский язык в начале 13 века; на этот перевод ссылались несколько ученых в 16 веке. Влияние трактата Аль-Хорезми достигло работ Иоганнеса де Муриса в 14-м веке, Regiomontanus в 15 веке, а Адам Ризе, Перес де Мойя , Кардана и Адриан Ромена в 16 веке. Даже сегодня некоторые учителя элементарной алгебры используют предложения, уравнения и геометрические представления Аль-Хорезми, даже не зная их источника. Мохини Мохамед очень хорошо подытоживает прочное влияние аль-Хорезми, и поэтому я оставляю ее заключение:

> Во момент его смерти наследие, которое Аль-Хорезми оставил в исламском сообществе, включало способ представления чисел, который привел к удобному методу вычисления, даже с дробями; наука об алгебре; и карту мира, которая является более точной, чем когда-либо прежде.
>
> В западном мире математическая наука была более подвержена влиянию аль-Хорезми, чем любой другой средневековый писатель. Именно благодаря Аль-Хорезми мы можем широко использовать арабские цифры. Позиционная система счисления по основанию 10, свободное использование иррациональных чисел и его введение алгебры в современном смысле сделали его главной фигурой в истории мусульманской математики. Его введение арабских цифр изменило содержание и характер математики и произвело революцию в обычной практике расчета в Средневековой Европе. С интеграцией греческой, индуистской и, возможно, вавилонской математики в его алгебре этот текст является одним из лучших представлений международного символа исламской средневековой цивилизации. Среди прочего, слова алгебра, алгоритм,

шифр и корень выжили в качестве свидетелей роли Аль-Хорезми в создании и распространении науки вычислений.

3 Дальнейшее развитие алгебры

После инновационной Алгебры Аль-Хорезми, развитие алгебры не остановилось. Несколько мусульманских математиков известны своими работами в области алгебры.

3.1 Сабит ибн Курра

Сабит ибн Курра (836-901 н.э.) продолжил общие решения Аль-Хорезми; однако Аль-Хорезми представляет свои общие доказательства в соединение с конкретными уравнениями, тогда как ибн Курра представляет свои решения обобщенно. В свое время ибн Курра имел полный доступ к Началам Евклида и свободно использовал теоремы Евклида в своих алгебраических доказательствах.

В случае $x^2 + px = q$, Сабит ибн Курра верно находит, что $x = \sqrt{q + (\frac{p}{2})^2} - (\frac{p}{2})$. Он приводит общие доказательства, следуя примерам «определение - теорема - доказательство» Евклида.

3.2 Абу Камил

Абу Камил (около 850-930 н.э.) написал трактат под названием «Алгебра», который был комментарием к работе Аль-Хорезми. Его примеры позже были использованы как мусульманским ученым Аль-Караджи в конце 10 века, так и итальянским Леонардо Пизанским или Фибоначчи в конце 12 века. Многие из его примеров взяты из Аль-Хорезми. Абу Камиль также рассматривает геометрические доказательства решений уравнений в терминах конкретных примеров, как Аль-Хорезми, вместо использования общих доказательств, таких как Сабит ибн Курра. Абу Камиль выходит за пределы алгебры Аль-Хорезми и Сабит ибн Курра, предоставляя правила манипулирования следующими алгебраическими величинами:

$$(a \pm b)(b \pm qx) = ab \pm bpx \pm aqx + pqx^2$$
$$(a \pm b)(b \mp qx) = ab \pm bpx \mp aqx - pqx^2$$
$$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$$
$$\sqrt{a/b} = \sqrt{a}/\sqrt{b}$$
$$\sqrt{a} \pm \sqrt{b} = \sqrt{a + b \pm 2\sqrt{ab}}$$

Абу Камиль дает как алгебраические, так и геометрические доказательства для этих уравнений.

3.3 Абу Бакр Аль-Караджи

Аль-Караджи (953-1029 н.э.) имеет тенденцию применять арифметику к алгебре, в отличие от Абу Камиля и Ибн Курры, которые применяют геометрию к алгебре. Абу Бакр Аль-Караджи написал *Дивный*, в котором он развивает алгебру выражений с использованием высших степеней неизвестного. Он использует «корень», «сторону» или «вещь» для обозначения x, «mal» для x2, «куб» для x3, «mal mal» для x4, «mal куб» для x5 и т. д. Он создает каждую степень неизвестного путем умножения на предыдущие элементы; это новшество позволило аль-Караджи обращаться с такими уравнениями, как $x^4 + 4x^3 - 6$ и $5x^6 - (2x^2 + 3)$

3.4 Аль Самуил (Самуил Марокканский)

Ибн Яхья Аль-Магриби Аль-Самуил (1130-1180 гг. Н. Э.) Родился в Багдаде. Хотя он родился в еврейской семье, он обратился в ислам в 1163 году, когда ему приснился сон, говорящий ему об этом. Он был известным врачом и путешествовал по современному Ирану, чтобы заботиться о своих пациентах, в том числе о принцах. Его «Сияющая книга расчетов» дает правила для знаков, создавая понятия положительных (избыточных) и отрицательных (дефицитных) чисел. Затем он дает правила вычитания степеней:

$$(-ax^n) - (-bx^n) = -(ax^n - bx^n) \text{ ,если } a > b$$
$$(-ax^n) - (-bx^n) = +(bx^n - ax^n) \text{ ,если } a < b$$

Аль-Самуил излагает диаграмму, чтобы научить читателя, как умножать и делить простые выражения, такие как «часть mal куба» или «mal mal куб, который равны $\frac{1}{x^5}$ и x^7

Он также приводит примеры деления сложных многочленов, что было большим развитием в алгебре. Его первый пример показывает, как решить:

$$\frac{20x^6 + 2x^5 + 58x^4 + 75x^3 + 125x^2 + 96x + 94 + 140x^-1 + 50x^-2 + 90x^-3 + 20x^-4}{2x^3 + 5x + 5 + 10x^-1}$$

Он создает диаграмму (рисунок ниже) с верхней строкой как имена порядков в естественной последовательности слева направо, а строка ниже - как строка ответа, которая начинается пустой и заполняется по мере продолжения. Остальная часть диаграммы разделена на горизонтальные полосы с двумя рядами каждая:

x^6	x^5	x^4	x^3	x^2	x^1	x^0	x^{-1}	x^{-2}	x^{-3}	x^{-4}
cc	*mc*	*mm*	*cube*	*māl*	*thing*	*unit*	*part*	*pm*	*pc*	*pmm*
			10	1	4	10	0	8	2	
20 2	2 0	58 5	75 5	125 10	96 0	94 0	140 0	50 0	90 0	20 0
	2 2	8 0	25 5	25 5	96 10	94	140	50	90	20
		8 2	20 0	20 5	86 5	94 10	140	50	90	20
			20 2	0 0	66 5	54 5	140 10	50	90	20
					16 2	4 0	40 5	50 5	90 10	20
						4 2	0 0	10 5	10 5	20 10

Аль-Самуил начинает с деления $20cc$ на $2c$ для получения $10c$, а затем вычитает ($10c\times$ делитель) из делимого. Старое делимое заменяется остатком после вычитания, а делитель копируется вправо. Повторяя эту процедуру, 2 нового делимого делится на 2 делителя, а частное 1 помещается в столбец справа от 10 в строке ответа. Аль-Самуил продолжает повторять процедуру до тех пор, пока не достигнет своего конечного результата:

$$10x^3 + x^2 + 4x + 10 + 8x^-2 + 2x^-3$$

Аль-Самуил следует этому примеру с несколькими другими, повторяя ту же процедуру, но допуская отрицательные коэффициенты. Его открытие процедуры деления в столбик было значительным достижением в исламской алгебре.

3.5 Омар Хайям

Полное имя Омара Хайяма - Абу аль-Фат Омар бен Ибрагим Аль-Хайям и родился в современном Иране. Дословный перевод его имени означает «делатель палаток». Это, возможно было дело его отца. Хайям стал известен в результате популярного перевода Эдварда Фитцджеральда в 1859 году почти 600 коротких четырех стихотворений - Рубайята.

Его блестящий вклад был продолжен в XIX веке. Среди многих других он работал над вопросами, связанными с постулатом о параллельным прямых (пятый постулат Евклида). Используя четырехугольник, он обнаружил подход к исследованию, став стандартным. Он точно обнаружил, что нужно показать, чтобы доказать постулат о параллельных прямых, и именно на этих идеях была обнаружена неевклидова геометрия. Хайям также утверждал, что рациональные числа должны охватываться цифрами, отступающими от греческой традиции, влияние которых было тогда и должно было оставаться мощной силой в математике и философии до XIX века.

Он также обнаружил методы извлечения корня в сколь угодно большой степени. Он обнаружил (в алгебре) геометрический метод решения кубических уравнений путем пересечения параболы с кругом, но, по крайней мере частично, эти методы были описаны более ранними авторами, такими как Абу аль-Джуд. Чтобы увидеть, рассмотрим круг и параболу:

$$(x-a)^2 + y^2 = a^2 + c^2, y = x^2 + bx + c$$

Заменим и упросим:

$$x(x^3 - 2bx^2 - x - 2cx - xb^2 + 2a - 2cb)$$

Что даст при делении:

$$x(x^3 + 2bx^2 + (1 + 2c + b^2)x + 2cb - 2a) = 0$$

Итак, пересечение x является решением кубического уравнения:

$$x^3 + 2bx^2 + (1 + 2c + b^2)x + 2cb - 2a$$

Хайям был выдающимся математиком и астрономом. Его работа над алгеброй была известна во всей Европе в средние века, и он также внес вклад в календарную реформу. Хайям упоминает в своей книге Алгебры другую работу, которая теперь потеряна. В этой потерянной работе Хайям обсуждает треугольник Паскаля, но китайцы, возможно, обсуждали треугольник перед этой датой.

Алгебра Хайяма является геометрической, решая линейные и квадратичные уравнения методами, появляющимися в Началах Евклида.

Известность Хайяма как поэта заставила некоторых забыть о его научных достижениях, которые были гораздо более существенными. Версии форм и стихов, используемых в Рубайяте, существовали в персидской литературе до Хайяма, и немногие из его стихов можно было отнести к нему с уверенностью.

4 Источники арабской математики

Важно взглянуть на используемые источники Аль-Хорезми, чтобы определить влияние греческой математики на его алгебру. Также важно обсудить современные источники Аль-Хорезми, или как современные ученые знают о работах Аль-Хорезми.

4.1 Источники Аль-Хорезми

Естественно начать с изучения источников, используемых Аль-Хорезми. Существует три теории, посвященные источникам, используемым Аль-Хорезми в начале алгебры; к ним относятся теории, в которых он использовал классические греческие источники, индуистские источники, популярные сирийско-персидско-ивритские математические труды

Согласно Тумеру, как описано в История альгебры Ван дер Вардена: от Fль-Хорезми до Эмми Нётер[17], как индуистская, так и греческая алгебра вышли далеко за рамки элементарной стадии работы Аль-Хорезми. Доказательства, включенные в его работу, не имеют существенных различий в известных произведениях любой культуры. Например, его доказательства методов решения квадратичных уравнений существенно отличаются от доказательств, найденных в Элементах Евклида. Кроме того, сохранившийся алгебраический трактат греческой культуры, написанный Диофантом, развился в направлении символьного представления, в то время как трактат Аль-Хорезми - риторический. В этом отношении работа ль-Хорезми аналогична работе санскритских алгебраических произведений. По этим причинам маловероятно, что на Аль-Хорезми значительно повлияла классическая греческая математика.

Аль-Хорезми написал трактат об индусских цифрах, и двое из его приближений числа π были найдены в индуистских источниках, поддерживая теорию о том, что на работу Аль-Хоризмами влияли индуистские источники. Аль-Хорезми далее ссылался на свои источники в своем разделе «Мероопределение / Мензурация» в своей Алгебре:

> Однако у математиков есть два других правила. Одно из них: умножить диаметр на себя, затем на десять, а затем взять квадратный корень произведения. Корень дает длину окружности.
>
> Другое правило используется среди астрономов и гласит: умножьте диаметр на шестьдесят две тысячи восемьсот тридцать два, а затем разделите его на двадцать тысяч. Частное дает длину окружности.

Первое правило ($p = \sqrt{10d^2}d$) найдено в главе 12 *Брахмашфутасиддханта* Брахмагупты, поддерживая теорию о том, что Аль-Хорезми был знаком с индуистскими алгебраическими трактатами. Аль-Хорезми приписал второе правило ($p = \frac{62832}{20000}d$) к астрономам, и уравнение найдено в *Aryabhatiya* индуистского астронома *Aryabhata* с начала шестого века нашей эры. Поскольку Аль-Хорезми использовал как персидский, так и индуистский источники для составления своих астрономических таблиц, вполне вероятно, что он также получил свои оценки π из этих источников.

Третья теория утверждает, что на работы Аль-Хорезми повлияла местная сирийско-персидско-ивр154тская традиция. Это подтверждается тесной связью между геометрией Аль-Хорезми и ивритским трактатом Мишнат ха-Миддо. Эту теорию поддержал также Соломон Гандз, редактор Мишнат ха-Миддо. Он обсуждает свой взгляд на Аль-Хорезми как «антагонист греческого влияния», заявляя, что Аль-Хорезми никогда не упоминает своего коллегу Аль-Хаджадж ибн Юсуф ибн Матар. Аль-Хаджадж посвятил свою жизнь переводу греческой математической, философской и научной работы на арабский язык. Однако Аль-Хорезми не относится к Евклиду и его геометрии при написании своего собственного геометрического трактата; Кроме того, Аль-Хорезми подчеркивает свою цель написать практический алгебраический трактат в противоречии с греческой теоретической математикой в предисловии к его алгебраическому трактату. Из-за этого Соломан Ганд утверждает:

> Аль-Хорезми представляется нам не как ученик греков, а, наоборот, как антагонист аль-Хаджаджа и греческой школы, как представитель местных народных наук. В Академии Багдада [Дом Мудрости] Аль-Хорезми представлял скорее реакцию против введения греческой математики. Его Алгебра впечатляет нас как протест против перевода Евклида и против всей тенденции принятия греческих наук.

Кажется вероятным, что хотя Аль-Хорезми не был подверженвлиянию греческой математики, комбинация второй и третьей теорий может наилучшим образом описать влияние на алгебру Аль-Хорезми и геометрию. Как индуистские источники, так и популярная математика сирийско-персидско-еврейских источников, похоже, присутствуют в работе Аль-Хорезми, как видно из его использования Брахмашфутасиддханты, Арябатии и Мишнат ха-Миддота, а также из-за отсутствия сходства алгебры и геометрии Аль-Хорезми и греческой алгебры и геометрии.

4.2 Современные источники Аль-Хорезми

Не менее важным в нашем обсуждении работы Аль-Хорезми и его источников являются источники, которые современные историки и математики используют, чтобы знать его работу. Мы знаем о средневековой исламской математике в основном через арабские документы; математические трактаты средневековых арабских математиков можно найти в библиотеках и частных коллекциях по всему миру. Эти коллекции в основном встречаются в странах, которые когда-то были частью исламского средневекового мира, но значительные коллекции существуют также в Англии, Франции, Германии и России: все страны, которые были колониальными державами в исламском мире.

Большинство из этих трактатов являются прозаическими композициями, но могут включать в себя таблицы чисел, некоторые из которых содержат сотни тысяч записей. Эти таблицы были рассчитаны главным образом для астрономических целей и почти никогда не включают в себя объяснения того, как были вычислены числа или записи в ячейках таблицы. Физические артефакты также предоставляют важные источники исламской математики, такие как математические и астрономические инструменты. Примерами этих артефактов являются три карты мира в виде круговых дисков. Они позволили пользователям найти направление Мекки, вращая линейку вокруг центра диска. Прозаические трактаты, таблицы и инструменты позволяют современным ученым изучать средневековую исламскую математику.

Хороший отрывок (переведенный на английский язык) Аль-Джабра Аль-Хорезми и его трактат о индуистских цифрах можно найти в главе Дж. Леннарта Берггрена «Математика в средневековом исламе» в *«Математике Египта», Месопота-*

мии, Китая, Индии , и Ислама: «Справочник», Издательство Принстонского университета, 2007.

Список литературы

[1] Mahdi Abdeljaouad. *Issues in the History of Mathematics Teaching in Arab Countries*. Paedagogica Historica, 2006. URL: http://bit.ly/2GVCAVY.

[2] Adnan Sharaf Ali. *The mathematics in middle-aged Arab caliphate and it application to contemporary teaching in high schools*. South-West University "Neofit Rilski", Blagoevgrad, Bulgaria. URL: https://arxiv.org/pdf/1601.03995.pdf.

[3] G. Donald Allen. *Islamic Mathematics and Mathematicians*. Texas A&M University, The Department of Mathematics, 2007. URL: http://www.math.tamu.edu/~dallen/masters/islamic/arab.pdf.

[4] J. Lennart Berggren. *Episodes in the Mathematics of Medieval Islam*. New York, NY: Springer-Verlag, 1986.

[5] Carl Boyer. *The Arabic Hegemony, in A History of Mathematics. Revised by Uta Merzbach*. New York, NY: John Wiley & Sons Inc, 1991.

[6] Florian Cajori. *A History Of Mathematics*. The Macmillan Company London: Macmillan & Co., Ltd. URL: http://www.pucrs.br/ciencias/viali/tic_literatura/livros/Cajori_F.-A_History_of_Mathematics(1894).pdf.

[7] Ali Abdullah Al-Daffa. *The Muslim Contribution to Mathematics*. London: Croom Helm Ltd, 1977.

[8] *Islamic Mathematics*. Center for South Asian and Middle Eastern Studies, University of Illinois. URL: http://www.csames.illinois.edu/documents/outreach/Islamic_Mathematics.pdf.

[9] Khalil Jaouiche. *India's Contribution To Arab Mathematics*. Indian Journal of History of Science, 2010. URL: http://www.insa.nic.in/writereaddata/UpLoadedFiles/IJHS/Vol46_2_1_KJaouiche.pdf.

[10] Giovanna Lelli. *Arab-Islamic Reception and Development of Hellenistic Science*. University of Ghent, Ghent, Belgium. URL: https://file.scirp.org/pdf/AHS_2015033011482316.pdf.

[11] *Mathematics in Muslim Heritage*. URL: http://www2.kenyon.edu/Depts/Math/Aydin/Teach/128/3MathMuslimHeritage.pdf.

[12] *Mathematics in the Arab and Persian World in the Middle Ages*. URL: http://www.math.uconn.edu/~leibowitz/math2720s11/arabs.pdf.

[13] Mohini Mohamed. *The Lives and Contributions of Selected Non- Western Mathematicians During the Islamic Medieval Civilization*. Temple University. Ann Arbor, MI: University Microfilms International. 1990.

[14] Elizabeth Rogers. *Islamic Mathematics*. University of Illinois at Urbana-Champaign, 2008. URL: http://new.math.uiuc.edu/im2008/rogers/drafts/IslamicMathematics.pdf.

[15] George Saliba. *Arabic Science in 16 century Europe: Guillaume Postel (1510-1581) and Arabic Astronomy*. The Macmillan Company London: Macmillan & Co., Ltd. URL: http://www.ub.edu/arab/suhayl/volums/volum7/paper%203.pdf.

[16] Chikara Sasaki. *Founding figures and commentators in Arabic mathematics: a history of Arabic sciences and mathematics*. Chinese Academy of Sciences, Beijing, China. URL: https://doi.org/10.1080/17550912.2012.663193.

[17] van der Waerden. *A History of Algebra: From Al-Khwarizmi to Emmy Noether*. New York, NY: Springer-Verlag, 1980.