

数学部分题解

华侨大学 ACM 队

1001 Digital Deletions 题意为由一串 0 到 9 组成的数字，可以进行 2 中操作：

- 把其中一个数字 0 及其右边的数字删除
- 把一个非 0 的数字变为比它小的数

题目说明给出的字符长度为 [1,6]，所以可以暴力即可。由于区分 0012 和 12 等串，在此采用 11 进制以-1 为基将字符串映射为一个整数，然后再暴力求各种转化下的 SG 值。

1002 S-nim 给出了每一堆石子的个数，和每次能取的个数集合，基础的模板题，但是直接打表出所有情况会 tle，可采用记忆化搜索，当需要某一个 SG 值时才计算。

1003 Northcott Game 题目要求每一行棋子只在一行移动，其实这就是一个多维的 Nim 游戏，每一行构成一个 Nim 游戏，可以将石子的个数看作两个棋子中间的空格个数，然后就简单了。

1005 A New Tetris Game 给出矩阵的初始状态，我们需要判断它是必败态还是必胜态。我们知道一个状态是必胜态当且仅当它的后继状态存在一个必败态，根据这个结论我们可以采用回溯法搜索，题目说明 0 最多不超过 40 个，这说明合法的放置位置不会多于 10 个，所以搜索时候不会超过 10 次递归就会终结。

1007 Fibonacci again and again 直接套模板即可。

1008 A Simple Game n 堆石子，分别有 M_1, M_2, \dots, M_n 个石子，各堆分别最多取 L_1, L_2, \dots, L_n 个石头，两个人分别取，一次只能从一堆中取，取走最后一个石子的人获胜。后选的人获胜输出 Yes, 否则输出 No. 对于单堆的石子，是一个巴什博弈 M_i 个石子，每次最多取 L_i ，所以单堆的 SG 值为 $M_i \% (L_i + 1)$ ，然后 SG 定理搞以下就 OK 啦。

1009 John 题目中游戏规则和 Nim 相同，但是规定最后取完者输，这就是 *Anti - Nim* 游戏。先手必胜当且仅当下面的一个条件成立

- (1) 所有堆石子个数不超过 1, 且 $SG=0$ (即有奇数堆石子为 1)
- (2) 至少存在一堆石子个数大于 1, 且 $SG \neq 0$

1011 Bomb Game 题目在点 (p, q) 处的炸弹爆炸后在上方、左方得到两个炸弹，也就是说一个状态有 2 个后继，这就是 Multi-SG 游戏。记忆化搜索即可。

1012 Stone Game, Why are you always there? 题意没读懂，听网上说给你 n 个数的集合，表示你每次取石子只能为集合里的数，然后给你一排石子，编号为 1 n，每次你可以取相邻位置的连续石子（数量只能为集合里的数），注意石子的位置时不变的，比如把 2 拿走了，1 和 3 还是不相邻的。问先手有没有机会赢。这也是典型的 Mult-SG 游戏，一个状态同时出现 2 个后继。

1013 GG and MM 单个游戏的意思是给出 2 堆石子 a, b ，每次在较大堆石子中减去较小堆石子的整数倍例如 $b - a * k$ ，现在是有多个这样的游戏，决策者需要同时对每个游戏作出决策，这就是金典的 *Every - SG* 游戏，决策者希望必胜游戏一定要胜利并且玩的要尽量长时间，而必败游戏希望玩的时间尽量短。用 $step(u)$ 表示状态为 u 时候还需要几步可以结束游戏。当多有游戏的最大的 step 值为奇数时先手必胜，否则先手必败。

1014 Paint Chain 给你一个长度为 n 的环，决策者每次可以选择连续的 m 个位置图色，谁不能操作谁输。首先第一个决策者无论在什么地方图色都是等价的，一但第一个决策者图色完后，环相当于被切断，等效一个长度为 n-m 的直线链，可以看作一个新的游戏重新开始，这时候原问题就转化成一个 Multi-SG。

1017 Doubloon Game 一开始直接暴搜 SG，结果 MLE 了。后来将 SG 打标出来，发现是有规律的。若 k 为奇数，则 x 的 SG 值为 0101010101...，当 x 为奇数时 $SG(x) = 1$ ，否则 $SG(x) = 0$ ，当 k 是偶数时，SG 值也是周期性质的，x 的 SG 为 01010101...012010101...012...，当 $t = x \% (k + 1)$ ，当 $t = k$ 时 $SG(x) = 2$ ，否则 $t < k$ 时候 $SG(x) = t \& 1$ 。

1018 A Chess Game 这个题完全就是定义了。

1019 A tree game 树上删边游戏。叶子节点 $SG(u) = 0$ ，非叶子节点 $SG(u)$ 等于子节点 SG 值加 1 后的异或和。

hdu 3537 Daizhenyang's Coin 翻硬币游戏，一次可以翻 1、2、3 个，不要求连续。即对应模板中的限制条件 6，打表即可发现，从 0 开始标号时，当 x 的二进制位中 1 的个数为奇数个时 $SG(x) = 2x$ ，否则 $SG(x) = 2x + 1$ 。