

算法设计与分析期末大作业

(2020 至 2021 学年 第 1 学期)

注意事项:

- 1、三个题目任选两题完成;
- 2、请提交算法设计和分析有关文档、算法实现源码，以及测试用例和有关运行脚本等。

一、假设某个软件工程项目包含 n 个功能模块。给定每个模块所需要的处理时间为 $t_i (1 \leq i \leq n)$ 以及模块之间的依赖关系，比如模块 5 耗时 0.3 小时，且必须在模块 1 和 3 完成后方可开始处理。模块之间没有循环依赖关系。

- (1) 若只能顺序处理这些模块，请设计算法给出一种可行的处理顺序来完成该软件工程项目。
- (2) 若同一时间可以并行处理任意多的模块，请设计算法求出完成该项目的最短时间。

以上请 (1) 说明算法的主要思想，分析算法的时间和空间复杂度（可结合给出伪码）；(2) 具体实现、测试提出的算法（请自行设计测试用例）。

二、设 A 是含有 n 个元素的数组，如果元素 x 在 A 中出现的次数大于 $n/2$ ，则称 x 是 A 的主元素。

- (1) 如果 A 中的元素是可以排序的，设计一个 $O(n \log n)$ 时间的算法，判断 A 中是否存在主元素。
- (2) 对于 (1) 中可排序的数组，能否设计一个 $O(n)$ 时间的算法？
- (3) 如果 A 中元素不能排序，只能通过某种测试判断是否相等，设计一个分治算法判断 A 中是否存在主元素。
- (4) 对于 (3) 中不可排序的数组，能否设计一个 $O(n)$ 时间的算法？

以上请 (1) 说明算法的主要思想，分析算法的时间复杂度（可结合给出伪码）；(2) 具体实现、测试提出的算法（请自行设计测试用例）。

三、Sheldon 到 Comic book store 买书，发现书店推出了买满 W 美元赠送限量版闪电侠 T 恤的活动。书店里有 n 种不同的图书，给定每种图书的价格用数组 $p[1..n]$ 表示，且 $p[i] (1 \leq i \leq n)$ 均为正整数。Sheldon 从来不买重复的书。请为他设计算法，求出他最少用多少钱可以拿到限量版闪电侠 T 恤。

以上请（1）说明算法的主要思想，列出求解的递推关系式，分析算法的时间和空间复杂度（可结合给出伪码）；（2）具体实现、测试提出的算法（请自行设计测试用例）。