# 运用 Flory 状态方程理论预测三元均聚物共混体系的相行为<sup>\*</sup>

# 唐 萍 李光宪 黄 锐

(四川大学塑料工程系,成都,610065)

摘要 运用 Flory 现代状态方程理论 (EOS),对三元均聚物共混体系的热力学函数吉布斯共混自由能  $\Delta G^m$  进行合理简化,并求得其 spinodal 相图方程。该方程是一复杂的非线性方程,不易求其解析解,因此通过循环方法借助计算机得到 spinodal 方程的数值解,并显示相应的 spinodal 三角形相图。将上述方法用于已知状态方程参数的三元均聚物共混物聚苯乙烯 (PS) /聚甲基乙烯基醚 (PVME) /聚 2, 6-二甲基 1, 4-苯撑氧 (PPE) 中,得到一系列不同温度下的 spinodal 相图,预测结果与文献报导吻合。在此基础上进一步研究了聚合物的分子量对体系相行为的影响。

关键词 Folry 状态方程理论, 相行为, spinodal 相图, 相容窗口

在高分子共混物相行为热力学理论研究过程 中, Flory-Huggins 晶格模型——平均场理论由于其 计算简单和所需实验参数少的特点而广泛用于研究 聚合物共聚物的相行为。然而实验证明晶格模型过 份简化,存在着重大缺陷。主要表现在不能解释大多 数聚合物共混物的普遍特点低临界共熔温度 (L CS T): 甚至不能定性解释相互作用参数 X 的浓度 依赖性的物理意义。为了更进一步从分子机理上解释 聚合物共混物的相行为, Prigogine 在研究小分子溶 液理论时, 通过引入自由体积概念, 从考虑液体本身 的性质出发,假设了一种全新的模型[1]。Florv 在此基 础上推导出状态方程及相应的各种热力学函数[2,3]。 目前国外运用 EOS 理论, 成功地预测聚合物二元共 混体系相行为已有较多报导[4~10]。本文目的是试图 将这一现代理论进一步推广应用到高分子三元共混 体系中, 预测这类体系在不同条件(温度、分子量等) 下的相行为。 然而, 将 EO S 理论从二元体系扩展至 三元体系, 难度很大, 主要原因是所需实验参数较多 且数学表达式复杂, 求解困难。本文在二元共混体系 的研究基础上, 运用结合规则, 通过合理简化近似, 考虑主要影响因素, 得出三元均聚物共混体系 sp inodal 相图方程的数值解, 用于预测体系在不同温度 和其他条件下的相行为, 取得了令人满意的结果。

#### 1 理论基础

Flory 的状态方程是基于 Prigogine 假设[1]: 每

\_\_\_\_

个高分子链段的自由度分为外自由度和内自由度,N 个 r-聚分子有 3cN (0< c< 1) 个外自由度。每个高分子的性质可用特征温度 T 、特征体积 v 和特征压力 p 表示,相应地对比变量为  $\widetilde{T} = T/T$  , $\widetilde{v} = v/v$  v , $\widetilde{p} = p/p$  。 Flory 借用 Prigogine 构型配分函数的形式推导出状态方程 [2.3]:

$$\frac{\widetilde{p}\widetilde{v}}{\widetilde{T}} = \frac{\widetilde{v}^{1/3}}{\widetilde{v}^{1/3} - 1} - \frac{1}{\widetilde{v}\widetilde{T}}$$
 (1)

此式既适用于单组分又适用于多组分体系。 单组分的特征参数  $T^*$ ,  $v^*$  和  $p^*$  可由单组分的热膨胀系数  $\alpha$  热压系数 Y 和状态方程(1) 计算得到<sup>[7]</sup>。

为了获 0 得多组分体系的热力学函数和共混物的状态方程参数, 须利用结合规则<sup>[11]</sup>。 共混物的特征参数如下所示:

$$p^* = \Phi_1 p_1^* + \Phi_2 p_2^* + \Phi_3 p_3^* - (\Phi_1 \Phi_2 X_{12} + \Phi_1 \Phi_3 X_{13} + \Phi_2 \Phi_3 X_{23})$$
(2)

$$\widetilde{T} = (1/p^{*}) \cdot (p_{1}^{*}\widetilde{T}_{1}\Phi_{1} + p_{2}^{*}\widetilde{T}_{2}\Phi_{2} + p_{3}^{*}\widetilde{T}_{3}\Phi_{3}) 
= \frac{p_{1}^{*}\widetilde{T}_{1}\Phi_{1} + p_{2}^{*}\widetilde{T}_{2}\Phi_{2} + p_{3}^{*}\widetilde{T}_{3}\Phi_{3})}{\Phi_{1}p_{1}^{*} + \Phi_{2}p_{2}^{*} + \Phi_{3}p_{3}^{*} - (\Phi_{1}\Phi_{2}X_{12} + \Phi_{1}\Phi_{3}X_{13} + \Phi_{2}\Phi_{3}X_{23})}$$
(3)

常压下, $\hat{p}$  0,状态方程变为:

$$\widetilde{T} = \frac{\widetilde{v}^{4/3} - 1}{\widetilde{v}^{4/3}} \tag{4}$$

因此由方程(4) 可得共混物的  $\tilde{v}$ 。 根据 EO S 理论, 三元共混体系的共混自由能  $\Delta G^{m}$  为:

$$\frac{\Delta G^{\mathrm{m}}}{N \Phi kT} = \left(\frac{\Phi_{1}}{r_{1}} ln \Phi_{1} + \frac{\Phi_{2}}{r_{2}} ln \Phi_{2} + \frac{\Phi_{3}}{r_{3}} ln \Phi_{3}\right)$$

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目 收稿日期: 1998-07-23 联系人及第一作者: 唐 萍, 女, 28 岁, 博士

$$+ 3\{c_{1}\Phi_{1} \ln \left[ (v_{1}^{2l/3} - 1) / (v_{1}^{2l/3} - 1) \right]$$

$$+ c_{2}\Phi_{2} \ln \left[ (v_{2}^{2l/3} - 1) / (v_{1}^{2l/3} - 1) \right]$$

$$+ c_{3}\Phi_{3} \ln \left[ (v_{3}^{2l/3} - 1) / (v_{1}^{2l/3} - 1) \right]$$

$$+ \frac{v}{kT} \{ \left[ \Phi_{1}p_{1}^{+} \left( \frac{1}{v_{1}} - \frac{1}{v} \right) + \Phi_{1}\theta_{2} \left( \frac{X_{12}}{v} - Tv_{1}Q_{12} \right) \right]$$

$$+ \left[ \Phi_{2}p_{2}^{+} \left( \frac{1}{v_{2}} - \frac{1}{v} \right) + \Phi_{2}\theta_{3} \left( \frac{X_{23}}{v} - Tv_{2}Q_{23} \right) \right]$$

$$+ \left[ \Phi_{3}p_{3}^{+} \left( \frac{1}{v_{2}} - \frac{1}{v} \right) + \Phi_{1}\theta_{3} \left( \frac{X_{23}}{v} - Tv_{1}Q_{13} \right) \right] \} (5)$$

式中, 带下标的量指每个聚合物, 不带下标的量指共混物。  $\Phi$  为共混物的组成(体积分数);  $r_i$  为聚合物组分 i 中每个分子的链段数目; k 为玻尔兹曼常数;  $\theta$  为组分 i 中每个链段与其它组分的接触位置分数; e 为组分 i 中每个链段的外自由度; e 为共物中每个链段的平均外自由度:

$$c_1 = \frac{p_1 \cdot v_1}{kT_1}, c_2 = \frac{p_2 \cdot v_2}{kT_2}, c_3 = \frac{p_3 \cdot v_3}{kT_3}$$
 (6)

$$c = c_1 \Phi_1 + c_2 \Phi_2 + c_3 \Phi_3 \tag{7}$$

$$\Theta = (s/s)\Phi \tag{8}$$

式中 s 为分子间的接触对总数,  $s = s_1 \Phi_1 + s_2 \Phi_2 + s_3 \Phi_3$ ,  $s_i$  为组分 i 中每个链段与其它组分的接触对数。当近似处理为  $s_i = s = 1$  时,  $\theta = \Phi_i^{\{8\}}$ 。 $v_i$  为组分 i 中每个链段的不可压缩体积, 为简化计算, 假设:

$$v_1^* = v_2^* = v_3^* = v^*$$
 (9)

### 2 spinodal 方程的数学推导及计算机求解

恒温恒压下三元均聚物共混体系的 sp inodal 方程为:

$$\frac{\partial \Delta G^{m}}{\partial \Phi_{1}^{2}} \bullet \frac{\partial \Delta G^{m}}{\partial \Phi_{2}^{2}} - \left(\frac{\partial \Delta G^{m}}{\partial \Phi_{1}}\right)^{2} = 0 \qquad (10)$$

由方程(5) 可见,  $\Delta G^{m}$  是共混物组成  $\Phi$  及对比体积  $\widehat{v}$  又是共混物对比温度  $\widehat{T}$  的函数 (见方程 4), 由方程(3) 可知,  $\widehat{T}$  是共混物组成  $\Phi$  的函数, 即  $\widehat{v}$  是  $\Phi$  的函数。为求  $\widehat{v}$  对  $\Phi$  的二阶偏导数,需求  $\widehat{v}$  对  $\widehat{T}$  的三阶偏导数。推导过程中,为了使  $\widehat{O}/\widehat{O}\Phi$  易于求解,将常压下 Flory 状态方程 (方程 4) 通过数值方法,表示为  $\widehat{v}=f(\widehat{T})$  的形式。由于  $\Phi+\Phi=\Phi=1$ , spinodal 方程是含两个独立变量、表达式繁杂的非线性方程,不易求其解析解,因此运用计算机通过循环方法求解,从而得到一系列不同温度下的 spinodal 方程的数值解,并用计算机图形显示相应的spinodal 三角形相图。计算编程求解框图如下所示:

# |ΔG<sup>n</sup> 对 Φ 的微分计算 |→

计算 spinodal 方程左边的值
$$JG = \frac{\partial^2 \Delta G^n}{\partial \Phi_1^2} \cdot \frac{\partial^2 \Delta G^n}{\partial \Phi_2^2} - (\frac{\partial^2 \Delta G^n}{\partial \Phi_1 \cdot \partial \Phi_2})^2$$

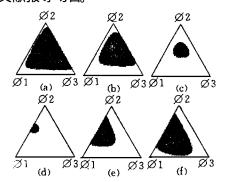
判定 JG 的正负 → 求得 Ø 的值 -

计算机图形显示相应的 spinodal 相图

## 3 结果与讨论

#### 3.1 温度对体系相行为的影响

目前已知状态方程参数的聚合物共混体系很少,我们选用已知状态方程参数的三元均聚物共混物聚苯乙烯(PS)/聚甲基乙烯基醚(PVM E)/聚 2,6-二甲基 1,4-苯撑氧(PPE)<sup>[10]</sup>,运用上述方法对其相行为与温度的关系进行了研究与预测,得到一系列温度下的 sp inodal 相图如 Fig 1 所示。由图可见,温度较低时,不相容区域很大,随着温度的升高,共混体系的相容性变好,不相容区变小,最后形成 1 个闭合不相容区域,如 Fig 1 (c) 所示,这是 PVM E/PPE 的高临界共溶温度(U CST) 所致,其 U CST 约300 。随温度的继续升高,由于 PS/PV EM 和 PS/PPE 的低临界共溶温度导致相容性变差,理论预测结果与文献报导吻合。



 $\label{eq:Fig.1} \begin{array}{llll} Fig. 1 & Calculated spinodals for the ternary blend \\ PS/PVM E/PPE & based & upon & Flory s & EOS \\ & (the enclosed area & is & imm & iscilbe) \\ & r_1=& r_2=& r_3=& 400; & (a) & T=& 100 & ; & (b) & T=\\ & 200 & ; & (c) & T=& 300 & ; & (d) & T=& 400 & ; \\ & (e) & T=& 500 & ; & (f) & T=& 600 & . \end{array}$ 

#### 3 2 组分分子量对体系相行为的影响

比较 Fig 1 和 Fig 2, 当共混分子的链段数目从 400 增大到 600 时, 即随着共混组分分子量的增大 ( $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  ), 相同温度下曲线包围的不相容区域增大, 共混体系的相容性变差。这是因为随着分子量的增大, 对相容有利的结合熵(方程(6)中的第一项)的 贡献减小所致。

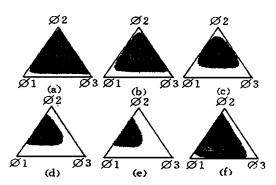


Fig 2 Calculated spinodals for the ternary blend PS/ PVM E/PPE based upon Flory s EOS (the enclosed area is imm iscilbe)

#### 4 结论

通过合理简化计算, 完全能将 EO S 理论推广应 用到三元聚合物共混体系, 用数值方法求解体系的 spinodal 相图, 研究不同条件(温度, 分子量等) 对体 系相行为的影响规律。这一方法的建立为进一步研究 含无规共聚物的三元高分子共混体系奠定了必要的 基础,以后将陆续报导这方面的研究工作。 值得一提 的是状态方程参数(尤其是二元相互作用能密度参 数)的获得成为 EOS 理论运用的主要难点之一。

#### 参考文献

- 1 Patterson D. Macromolecules, 1969, 2(6): 672
- 2 Eichinger B E, Folry P. J. Trans Faraday Soc , 1968, 64: 2035
- 3 Flory P J. Discuss Faraday Soc , 1970, 49: 7
- 4 M dM aster L P. M acromo lecules, 1973, 6: 760
- 5 Patterson D, Andree Roberd Macromolecules, 1978, 11 (4): 690
- 6 Rostami S, Walsh D J. Macromolecules, 1985, 18: 1228
- 7 Walsh D J, Rostam i S. Polymer, 1985, 26: 418
- 8 Chai Zhikuan, Sun Ruona Polymer, 1983, 24: 263
- 9 Ten Brinke G, Karasz F E, MacKnight W J, et al Macro-molecules, 1983, 16: 1827
- W alsh D J, Huggins J S, Rostami S M acromolecules, 1983,
   16: 388
- 11 Klotz S, Cnatow H J. Polymer, 1990, 31: 315

# SMULATION OF PHASE BEHAVIOR IN TERNARY HOMOPOLYMER BLENDS BASED UPON FLORY S EQUATION OF STATE THEORY

Tang Ping, Li Guangxian, Huang Rui
(Department of Plastics, Shichun University, Chengdu)

**ABSTRACT** The thermodynamic free energy on mixing  $\Delta G^m$  and the spinodal equation in ternary homopolymer blends were obtained by making plausible approximation based on Flory's equation of state theory. Because of the non-linear behavior of the spinodal equation, a numerical solution approach was used and succeeded in solving the problem. Spinodals of polystyrene (PS)/poly (vinly methyl ether) (PVM E)/poly (2, 6-dimethyl-1, 4-phenylene oxide) (PPE) were simulated over a wide temperature range and the calculated result was coincidence with that of the literature A lso the influence of the molecular weight of the component on the spinodal phase behavior was studied

Keywords Flory s equation of state theory, phase behavior, spinodal phase diagram, miscibility window