# 4.1 二叉搜索树



# 什么是二叉搜索树

#### 查找问题:

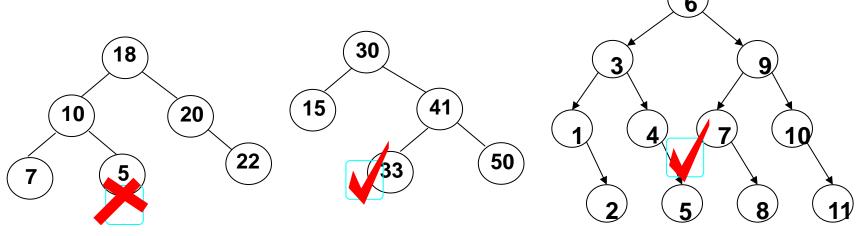
- □ 静态查找与动态查找
- □ 针对动态查找,数据如何组织?

# 什么是二叉搜索树

二叉搜索树(BST,Binary Search Tree), 也称二叉排序树或二叉查找树

- 二叉搜索树:一棵二叉树,可以为空;如果不为空,满足以下性质:
  - 1. 非空左子树的所有键值小于其根结点的键值。
  - 2. 非空右子树的所有键值大于其根结点的键值。

3. 左、右子树都是二叉搜索树。





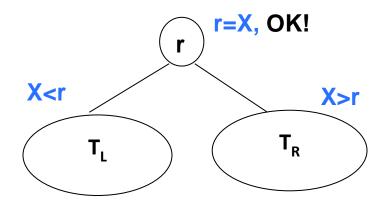
### 二叉搜索树操作的特别函数:

- Position Find( ElementType X, BinTree BST ): 从二叉搜索树BST 中查找元素X,返回其所在结点的地址;
- Position FindMin(BinTree BST): 从二叉搜索树BST中查找并返回最小元素所在结点的地址;
- Position FindMax(BinTree BST): 从二叉搜索树BST中查找并返回最大元素所在结点的地址。
- BinTree Insert( ElementType X, BinTree BST )
- BinTree Delete( ElementType X, BinTree BST )



## 二叉搜索树的查找操作: Find

- ➤ 查找从根结点开始,如果树为空,返回NULL
- ▶ 若搜索树非空,则根结点关键字和X进行比较,并进行不同处理:
  - ① 若X小于根结点键值,只需在左子树中继续搜索;
  - ② 如果X大于根结点的键值,在右子树中进行继续搜索;
  - ③ 若两者比较结果是相等,搜索完成,返回指向此结点的指针。





### 二叉搜索树的查找操作Find

```
Position Find( ElementType X, BinTree BST )
   if( !BST ) return NULL;
                             都是"尾递归"
   if( X > BST->Data )
      return Find(X, BST / Right); /*在右子树中继续查找*/
  Else if( X < BST->Data )
      return Find(X, BST->Left); /*在左子树中继续查找*/
   else /* X == BST->Data */
      return BST; /*查找成功,返回结点的找到结点的地址*/
```



□ 由于非递归函数的执行效率高,可将"尾递归"函数改为迭代函数

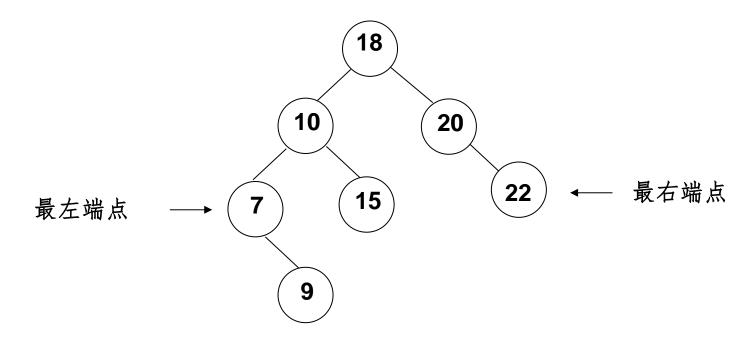
```
Position IterFind( ElementType X, BinTree BST )
{
   while( BST ) {
       if( X > BST->Data )
          BST = BST->Right; /*向右子树中移动, 继续查找*/
       else if( X < BST->Data )
          BST = BST->Left; /*向左子树中移动,继续查找*/
       else /* X == BST->Data */
           return BST; /*查找成功,返回结点的找到结点的地址*/
   return NULL; /*查找失败*/
```

#### 查找的效率决定于树的高度



### 查找最大和最小元素

- □最大元素一定是在树的最右分枝的端结点上
- □最小元素一定是在树的最左分枝的端结点上





```
Position FindMin( BinTree BST )

if( !BST ) return NULL; /*空的二叉搜索树,返回NULL*/
else if( !BST->Left )

return BST; /*找到最左叶结点并返回*/
else
return FindMin( BST->Left ); /*沿左分支继续查找*/
}
```

#### 查找最小元素的递归函数

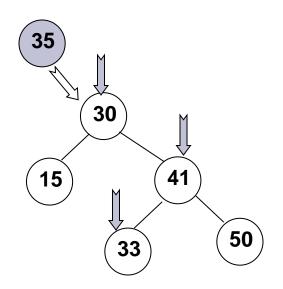
```
Position FindMax( BinTree BST )
{
    if(BST )
        while( BST->Right ) BST = BST->Right;
        /*沿右分支继续查找,直到最右叶结点*/
    return BST;
}

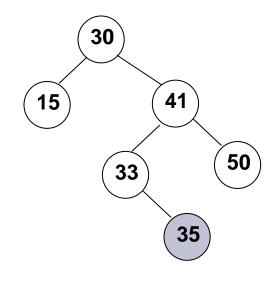
查找最大元素的迭代函数
```



## 二叉搜索树的插入

〖分析〗关键是要找到元素应该插入的位置, 可以采用与Find类似的方法





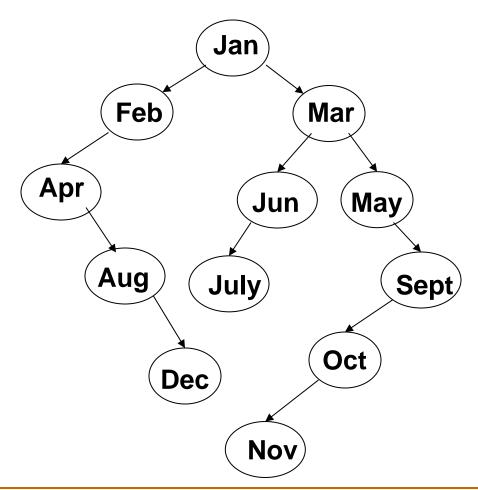


```
BinTree Insert( ElementType X, BinTree BST )
   if( !BST ){
           /*若原树为空,生成并返回一个结点的二叉搜索树*/
       BST = malloc(sizeof(struct TreeNode));
       BST->Data = X;
       BST->Left = BST->Right = NULL;
   }else /*开始找要插入元素的位置*/
       if( X < BST->Data )
           BST->Left = Insert( X, BST->Left);
                      /*递归插入左子树*/
       else if( X > BST->Data )
           BST->Right = Insert( X, BST->Right);
                       /*递归插入右子树*/
       /* else X已经存在,什么都不做 */
   return BST;
```

#### 二叉搜索树的插入算法



【例】以一年十二个月的英文缩写为键值,按从一月到十二月顺序输入,即输入序列为(Jan, Feb, Mar, Apr, May, Jun, July, Aug, Sep, Oct, Nov, Dec)



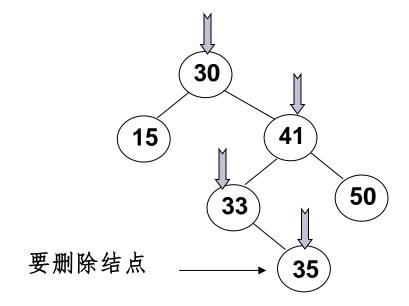


# 二叉搜索树的删除

□ 考虑三种情况:

☞ 要删除的是叶结点: 直接删除,并再修改其父结点指针---置为NULL

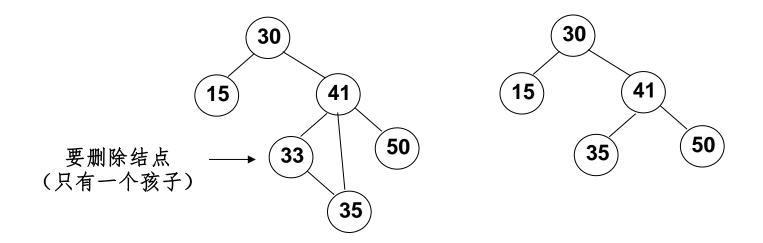
【例】: 删除 35





#### ☞ 要删除的结点只有一个孩子结点: 将其父结点的指针指向要删除结点的孩子结点

【例】: 删除 33

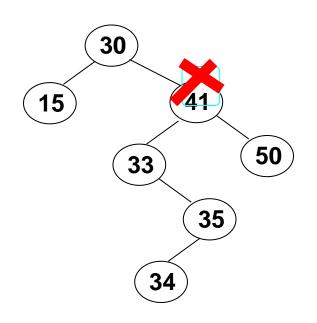


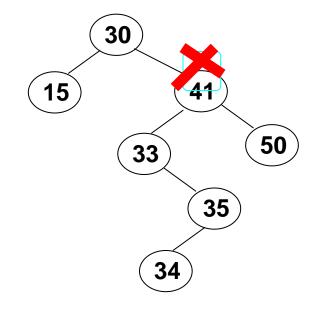


#### ☞ 要删除的结点有左、右两棵子树:

用另一结点替代被删除结点: 右子树的最小元素 或者 左子树的最大元素

【例】: 删除 41





1、取右子树中的最小元素替代

2、取左子树中的最大元素替代



```
BinTree Delete( ElementType X, BinTree BST )
   Position Tmp;
   if( !BST ) printf("要删除的元素未找到");
   else if( X < BST->Data )
          BST->Left = Delete(X, BST->Left); /* 左子树递归删除 */
   else if( X > BST->Data )
          BST->Right = Delete(X, BST->Right); /* 右子树递归删除 */
   else /*找到要删除的结点 */
        if(BST->Left && BST->Right) { /*被删除结点有左右两个子结点 */
           Tmp = FindMin(BST->Right);
                        /*在右子树中找最小的元素填充删除结点*/
           BST->Data = Tmp->Data;
           BST->Right = Delete( BST->Data, BST->Right);
                                /*在删除结点的右子树中删除最小元素*/
        } else { /*被删除结点有一个或无子结点*/
           Tmp = BST;
           if(!BST->Left) /* 有右孩子或无子结点*/
                BST = BST->Right;
           else if (!BST->Right ) /*有左孩子或无子结点*/
                BST = BST->Left;
           free( Tmp );
   return BST;
```