STIC **ENSTA-Bretagne**	**Module Traitement du signal** **FIPA** **Octobre**	Prof. : **J.C. Cexus**
	TP sous Matlab noté **La Transformée de Fourier …**	

Petites remarques préalables :
- Tous documents autorisés. **Les exercices sont totalement indépendants.**
- Récupérer sous Moodle un fichier : *Fonctions_Matlab_Test.zip* (à décompresser dans votre répertoire de travail Matlab) contenant des programmes utiles pour la suite.
- **Travail seul**. Ne pas oublier d'écrire votre nom dans les fichiers Matlab.
- Pour chaque exercice un programme principal Matlab (exercice1.m, exercice2.m, …)
- Pas de copie papier. Réponses aux questions dans vos scripts (rappel : les commentaires commencent par '**%**').
- Regrouper l'ensemble de vos scripts dans un fichier Nom1Nom2.zip et utiliser la zone de dépôt de Moodle pour rendre votre travail.
- **AUCUNE** indication ne sera faite durant la séance. Si vous avez un doute (une interrogation), ne pas hésiter à le mentionner dans le code.

Exercice 1 : A la recherche des fréquences (exercice1.m)

Le fichier "***signalexo1.mat***" contient : un signal contenu dans le vecteur **x** et la fréquence d'échantillonnage du signal notée **fe**. L'objectif est de déterminer les caractéristiques du signal.

Dans un fichier script **(exercice1.m**), charger le signal (commande **: load('**`signalexo1.mat`**') ;).** On suppose que l'échelle des temps **t** commence à 0 seconde : **t(1)=0.** Pour réaliser l'analyse de ce signal, on vous demande de :

1. Donnez la représentation temporelle du signal *x*. Pour afficher correctement le signal temporel, il est nécessaire de déterminer le nombre d'échantillons **N,** la durée totale du signal **T** ainsi que l'axe des temps **t** (on demande d'utiliser la commande *length*() de Matlab – des réponses 'brutes' ne seront pas prise en compte). Ne pas oublier de légender vos figures.
   Que pouvez-vous dire sur les caractéristiques temporelles du signal ?

2. Donnez sa représentation fréquentielle (spectre d'amplitude) sur l'intervalle fréquentiel de votre choix. Ne pas oublier de définir le vecteur des fréquences associées au spectre d'amplitude. Ne pas oublier de légender vos figures.
   Que pouvez-vous dire sur les caractéristiques fréquentielles du signal ?

   N.B : Pour analyser 'finement' le spectre d'amplitude du signal, il est possible de l'estimer sur un **grand nombre** Nfft d'échantillons fréquentiels (technique du zero-padding). Ne pas hésiter à zoomer sur les zones pertinentes.

3. Déterminez alors **toutes** les caractéristiques du signal **x.** On ne demande pas d'écrire le code Matlab permettant d'obtenir **x**.

4. Par la suite, on réalise une opération particulière sur le signal **x** (écrire la ligne ci-dessous en ayant préalablement vérifié que le fichier **Traitement.p** soit dans votre répertoire de travail) :

   x2 = Traitement(x) ;

   En réalisant une analyse temporelle et une analyse fréquentielle, en déduire ce que réalise **Traitement()**. Tentez d'expliquer la raison du décalage (en temps) entre **x** et **x2**.

   N.B : il n'est pas possible de lire le code de la fonction **Traitement**() car il est protégé ! ☹

5. **Question bonus** : si vous avez le temps, expliquer comment le signal **x** a été généré. Il s'agit ici de proposer quelques lignes de code Matlab ayant permis selon vous de construire le signal **x**. On pourra utiliser la commande *square* (voir l'aide de matlab).

Exercice 2 : Limite d'application de la Transformée de Fourier (exercice2.m)

On considère deux signaux x_1 et x_2 de la forme :

$x_1 = \cos(2*\pi*f_1*t)$; avec $f_1 = 0.1$ Hz,

$x_2 = \cos(2*\pi*f_2*t)$; avec $f_2 = 0.3$ Hz,

avec **t** un vecteur temps identique pour les deux signaux de la forme : **t = (0:N-1)** avec **N** le nombre d'échantillons fixé à **512**. Ce faisant, la fréquence d'échantillonnage **fe** est prise égale à **1** Hz pour les deux signaux.

1. Codez et affichez les deux signaux x_1 et x_2. Utilisez la commande *subplot()* pour les afficher dans une même figure mais dans deux zones graphiques différentes.

Par la suite, on se propose d'étudier le spectre d'amplitude de trois signaux y_1, z_1 et z_2 :

Le premier signal y_1 est codé sous la forme :

$y_1 = x_1 + x_2$;

Il est possible de noter que la durée du signal y_1 est identique à celle des signaux x_1 et/ou x_2 (l'échelle des temps est identique).

Le deuxième signal z_1 est codé sous la forme :

$z_1 = [x_1\ x_2]$;

Le signal z_1 est la concaténation du signal x_1 puis du signal x_2. Dans ce cas, l'échelle des temps est le double de **z**. On note par la suite, **tz** l'échelle des temps associée à z_1 qui peut s'écrire sous Matlab sous la forme : **tz = 0 :length(z₁)-1**. La fréquence d'échantillonnage est toujours de **1** Hz.

Le troisième signal z_2 est de la forme :

$z_2 = [x_2\ x_1]$

Le signal z_2 est la concaténation du signal x_2 puis du signal x_1. A noter que son échelle des temps est identique à celle de z_1.

Pour les trois signaux définis ci-dessus, on demande de :

2. Construire et afficher les trois représentations temporelles dans une même figure mais dans des zones graphiques différentes (commande *subplot()*). Ne pas oublier de bien définir les différents axes.

3. Construire et afficher les spectres d'amplitude des trois signaux dans une même figure mais dans des zones graphiques différentes. Ne pas oublier de bien définir les différents axes.

4. En réalisant une analyse fine des représentations temporelles et fréquentielles des trois signaux, que pouvez-vous conclure ?

5. Pensez-vous que la Transformée de Fourier est suffisante pour analyser des signaux dont les caractéristiques en fréquences changent au cours du temps ? Si vous ne savez pas quoi répondre il est possible de poursuivre et de revenir par la suite à cette question.

Pour aller un peu plus loin, on propose de visualiser l'évolution du spectre d'un signal en fonction du temps. En gros, on souhaite voir l'évolution de la fréquence d'un signal au cours du temps, un peu comme si nous lisions les différentes notes écrites sur une partition musicale.

Pour cela, nous allons réaliser une Transformée de Fourier dite "à Court Terme" (TFCT). On ne vous demande pas d'implémenter la méthode (le code de la méthode est à récupérer sous Moodle) mais le principe de base est le suivant :

- On découpe le signal temporel en petit sous-blocs de P points sur lesquels on réalise une Transformée de Fourier (sur Q points fréquentiels).
- En considérant que l'on ne fait pas de recouvrement entre les sous-blocs, on estime alors le module de la FFT pour chaque sous-bloc et on conserve la totalité des modules dans une matrice A (en gros : on concatène les spectres d'amplitude de tous les sous-blocs temporels).

Pour réaliser l'ensemble du traitement, la fonction proposée est de la forme :

```
[A, F, T] = TFCT(x, Fe) ;
avec  x  : le signal temporel
      Fe : Fréquence d'échantillonnage
      A  : le résultat de la TFCT du signal x entre 0 et fe/2.
      F  : l'échelle fréquentielle entre 0 et fe/2.
      T  : l'échelle temporelle
```

Pour afficher le résultat on pourra écrire :

```
figure;
surf(T, F, A); view(-60,30);
shading interp
xlabel(' Temps'); ylabel(' Fréquence'); zlabel(' TFR Y');
```

L'instruction *mesh*(*T*, *F*, *A*) ou *surf*(*T*, *F*, *A*) permet de visualiser les modules des spectres entre [0, fe/2]. Vous avez alors construit votre première représentation temps-fréquence appelée Transformée de Fourier dite à Court Terme.
On obtient en quelque sorte la répartition fréquentielle de x au temps T et à la fréquence F. Cette transformation permet d'obtenir une carte temps-fréquence-spectre d'amplitude du signal x.
<u>Remarque :</u> Afin de lisser les courbes, il est possible de taper l'instruction *shading interp* après l'affichage de la surface.

6. Pour les trois signaux précédents, appliquer cette Transformée Temps-Fréquence. Qu'obtient-on alors ? Que se passe-t-il ? Revenir, si besoin, à la question 4 pour affiner votre réponse.

Pour aller plus loin :

Une étude en temps-fréquence peut être faite à l'aide d'un spectrogramme (autre méthode temps-fréquence) proposé par Matlab. Ce spectrogramme donne une représentation de la répartition de l'énergie du signal en fonction du temps et de la fréquence.

L'utilisation et la syntaxe de la fonction *specgram* est la suivante :

```
nfft = 128;
[B,F,T] = specgram(x, nfft, Fe, hamming(nfft), nfft/2);
figure;
pcolor(T, F, 20*log10(abs(B)));
shading interp; colorbar;
```

Appliquer le spectrogramme sur les 3 signaux précédents. S'il vous reste du temps faire varier le recouvrement (dernier argument de la fonction) et le type de la fenêtre (*boxcar*, *hanning*, *bartlett*, *blackman*). Conclusion.