

## 1. Hình học

$A(x_1, y_1), B(x_1, y_1)$

$F(x, y) = a.x + b.y + c$

- $A.B = |A| * |B| \cos(A, B)$
- $A \times B = |A| * |B| \sin(A, B)$  (2D)
- Phương trình đường thẳng
- $(y_1 - y_2).x + (x_2 - x_1).y + (x_1.y_2 - x_2.y_1) = 0$
- Khoảng cách từ  $(x_0, y_0)$  đến đường thẳng  $a.x + b.y + c = 0$
- $d = (a.x_0 + b.y_0 + c) / \sqrt{a^2 + b^2}$
- A, B nằm khác phía với nhau qua đường thẳng F:  $F(x_1, y_1) * F(x_2, y_2) < 0$
- Vị trí tương đối 2 đường thẳng  
 $d_1: a_1.x + b_1.y + c_1 = 0; d_2: a_2.x + b_2.y + c_2 = 0$   
 $D = a_1.b_2 - a_2.b_1$   
 $D_x = b_1.c_2 - b_2.c_1$   
 $D_y = a_1.c_2 - a_2.c_1$ 
  - Nếu  $D \neq 0$  thì 2 đường thẳng cắt nhau tại  $(x_0, y_0) = (D_x/D, D_y/D)$
  - Nếu  $D = 0$ 
    - Nếu  $D_x \neq 0$  hoặc  $D_y \neq 0$  : Song song
    - Nếu  $D_x = D_y = 0$ : Trùng nhau
- Rẽ trái, phải
- cho a, b, c và đang đi hướng từ a -> b hỏi để từ b -> c cần rẽ trái hay phải
  - $K = (x_b - x_a)(y_c - y_b) - (y_b - y_a)(x_c - x_b)$ 
    - $K < 0$ : Rẽ trái
    - $K > 0$ : Rẽ phải
    - $K = 0$ : Đi thẳng
- Tam giác
- Diện tích  $S = \sqrt{p.(p-a)(p-b)(p-c)} = (b.c.\sin A)/2 = p.r = a.b.c/(4R)$

## 2. Số học

- Tổng cấp số nhân:  $S_n = (1 - q^n)/(1 - q)$
- Tổng cấp số cộng:  $S_n = n.(n-1).d/2$
- Tổ hợp:  $C(n, k) = n! / ((n-k)! * k!)$
- Tổ hợp DP:
  - $C(n, 0) = C(n, n) = 1$
  - $C(n, k) = C(n-1, k-1) + C(n-1, k)$
- Chỉnh hợp:  $A(n, k) = n! / (n-k)!$
- Ước số, bội số:
  - $N = a^i . b^j . ... c^k$ 
    - Số ước của N:  $(i+1)(j+1) ... (k+1)$
    - Tổng các ước của N:  $(a^{i+1}-1)/(a-1) . (b^{j+1}-1)/(b-1) . ... (c^{k+1}-1)/(c-1)$
- Số mũ của số nguyên tố p trong n! là  $\text{Sigma}(1..k) \lfloor n/p^i \rfloor$
- Cho dãy  $a_1, a_2, a_3 \dots a_n$ , X là số thứ nhỏ thứ  $(n/2 + 1)$  thì  $F(X) = |a_1 - X| + |a_2 - X| + \dots + |a_n - X|$  đạt min

- GCD extended

```
void gcd_extended(int a, int b, int &x, int &y, int &d){
    int u1,u2,u3,v1,v2,v3,t1,t2,t3;
    u1 = 1; u2= 0; u3 = a;
    v1 = 0; v2= 1; v3 = b;
    while(v3 != 0){
        int q = u3/v3;
        t1 = u1 - q*v1;
        t2 = u2 - q*v2;
        t3 = u3 - q*v3;
        u1 = v1; u2= v2; u3= v3;
        v1 = t1; v2= t2; v3= t3;
    }
    x = u1; y = u2; d = u3;
}
```

### 3. Đồ thị

- Dijkstra

```
int dijktra(int s, int t){
    dist.resize(n+1); pre.resize(n+1);
    visited.resize(n+1);
    for(int i = 1; i<= n ;i++){
        dist[i]= oo;
        pre[i] = s;
        visited[i] = 0;
    }
    dist[s] = 0;
    heap.push(edge(s,0));
    while(!heap.empty()){
        edge e = heap.top(); heap.pop();
        int u = e.u;
        if(u == t) break;
        if(visited[u]) continue;
        for(int i= 0;i < dsk[u].size(); i++){
            int v,w;
            v = dsk[u][i].u;
            w = dsk[u][i].w;
            if(visited[v]) continue;
            if(dist[v] > dist[u] + w){
                dist[v] = dist[u] + w;
                pre[v] = u;
                heap.push(edge(v,dist[v]));
            }
        }
        visited[u] = 1;
    }
    return dist[t];
}
```

- Kruskal

```

struct edge{
    int u, v, w;
    void Print(){
        cout<<u<<" "<<v<<" "<<w<<endl;
    }
};

bool operator < (edge e1, edge e2){return e1.w > e2.w;}
priority_queue < edge > Heap; // chứa danh sách cạnh
vector < int > Par;
vector < int > Rank;
vector < edge > Tree;
int n,m;// n: số đỉnh, m số cạnh
void init(){
    Par.resize(n+1);
    Rank.resize(n+1);
    for(int i=1;i<=n;i++){
        Par[i] = i;
        Rank[i] = 0;
    }
}

int GetRoot(int r){
    while(Par[r] != r) r = Par[r];
    return r;
}

void Union(int r1, int r2){
    // r1, r2: root
    if(Rank[r1] > Rank[r2])
        Par[r2] = r1;
    else
        if(Rank[r1] < Rank[r2])
            Par[r1] = r2;
        else{
            Par[r2] = r1;
            Rank[r1]++;
        }
}

bool kruskal(){
    int r1, r2;
    edge e;
    while(!Heap.empty()){
        e = Heap.top(); Heap.pop();
        r1 = GetRoot(e.u);
        r2 = GetRoot(e.v);
        if(r1 != r2){
            Tree.push_back(e);
            if(Tree.size()== n-1) return true;
            Union(r1, r2);
        }
    }
    return false;
}

```

- Tazjan

```

int n, m;
vector<int> a[10005];
int cnt = 0, low[10005], num[10005], isPoint[10005];
int points = 0, bridges = 0;
void dfs(int u, int p) {
    int children = 0;
    num[u] = low[u] = cnt++;
    for(int v : a[u]) {
        if (num[v] == -1) {
            children++;
            dfs(v, u);
            // u "may" be articulation point
            if (low[v] >= num[u])
                isPoint[u] = (u == p) ? (children > 1) : 1;
            // u-v is bridges
            if (low[v] > num[u])
                bridges++;
            low[u] = min(low[u], low[v]);
        } else if (v != p)
            low[u] = min(low[u], num[v]);
    }
}

```

- Floyd

```

for (i=1; i<=n; i++)
    for (j=1; j<=n; j++)
        a[i][j] = oo;
for (i=1; i<=n; i++)
    a[i][i] = 0;
for (i=1; i<=m; i++){
    cin>>p>>q>>w;
    a[p][q] = a[q][p] = w;
}
for (k=1; k<=n; k++)
    for (i=1; i<=n; i++)
        for (j=1; j<=n; j++)
            a[i][j] = min(a[i][j], a[i][k] + a[k][j]);

```

- Euler Tour

```

void dfs(int u, int &indx)
{
    vis[u] = 1;
    Euler[indx++] = u;
    for (auto it : adj[u]) {
        if (!vis[it]) {
            dfs(it, indx);
            Euler[indx++] = u;
        }
    }
}

```

- Kỹ thuật

- Mảng cộng dồn 2D
  - $F[i][j] = F[i-1][j] + F[i][j-1] + F[i][j] - F[i-1][j-1]$
  - $Get(x1, y1, x2, y2) = F[x2][y2] - F[x2][y1-1] - F[x1-1][y2] + F[x1-1][y1-1]$
- Rời rạc hóa:

```
for(int i=0; i<n;i++){
    v[i].first = a[i];
    v[i].second = i;
}
sort(v.begin(),v.end());
int d = 1;
for(int i=0; i<n;i++){
    b[v[i].second] = d;
    if(v[i+1].first > v[i].first ) d++;
}
```

- Tìm kiếm tam phân

```
double max_f(double left, double right) {
    int N_ITER = 100;
    for (int i = 0; i < N_ITER; i++) {
        double x1 = left + (right - left) / 3.0;
        double x2 = right - (right - left) / 3.0;
        if (f(x1) > f(x2)) right = x2;
        else left = x1;
    }
    return f(left);
}
```

- Sàng nguyên tố

```
void sieve(int N) {
    bool isPrime[N+1];
    for(int i = 0; i <= N;++i)
        isPrime[i] = true;
    isPrime[0] = false;
    isPrime[1] = false;
    for(int i = 2; i * i <= N; ++i) {
        if(isPrime[i] == true) {i
            // Mark all the multiples of i as composite numbers
            for(int j = i * i; j <= N; j += i)
                isPrime[j] = false;
        }
    }
}
```

- $\phi(N)$  : Số lượng số nguyên tố cùng nhau với N
  - $\phi(N) = n \cdot \prod (1 - 1/p)$  với p là các ước nguyên tố của N
- Nghịch đảo modulo m của d là x khi  $xd + my = 1$  (gcd\_extended)
- Bao lồi

```
void convexHull(point[] X, boolean onEdge)
```

```

{
    int N = lengthof(X);
    int p = 0;
    boolean[] used = new boolean[N];
    //First find the leftmost point
    for (int i = 1; i < N; i++)
    {
        if (X[i] < X[p])
            p = i;
    }
    int start = p;
    do
    {
        int n = -1;
        int dist = onEdge ? INF : 0;
        for (int i = 0; i < N; i++){
            //X[i] is the X in the discussion
            //Don't go back to the same point you came from
            if (i == p)
                continue;
            //Don't go to a visited point
            if (used[i])
                continue;
            //If there is no N yet, set it to X
            if (n == -1)
                n = i;
            int cross = (X[i] - X[p]) * (X[n] - X[p]);
            //d is the distance from P to X
            int d = (X[i] - X[p]) * (X[i] - X[p]);
            if (cross < 0){
                //As described above, set N=X
                n = i;
                dist = d;
            }
            else if (cross == 0){
                //In this case, both N and X are in the
                //same direction. If onEdge is true, pick the
                //closest one, otherwise pick the farthest one.
                if (onEdge && d < dist)
                {
                    dist = d;
                    n = i;
                }
                else if (!onEdge && d > dist)
                {
                    dist = d;
                    n = i;
                }
            }
        }
        p = n;
        used[p] = true;
    } while (start != p);
}

```

