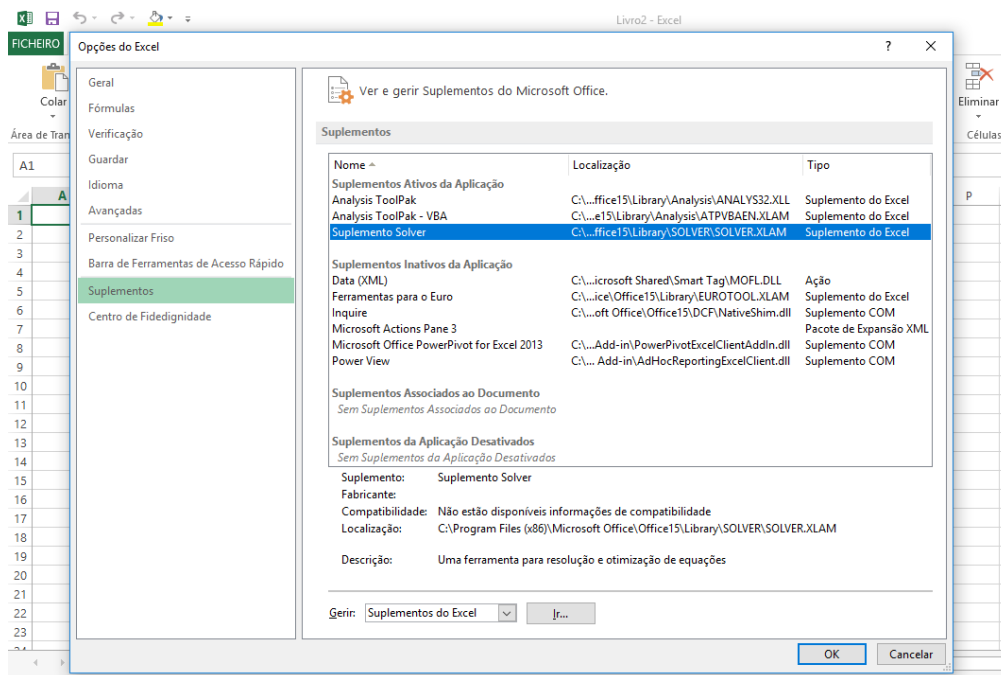


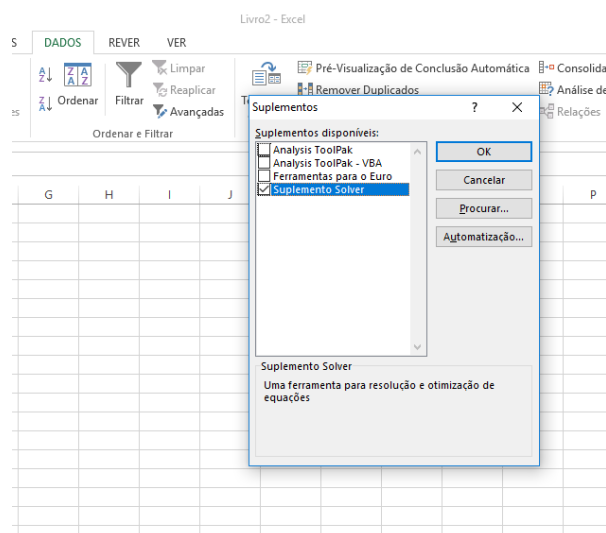
Notas de Apoio ao SOLVER do EXCEL

O Solver é um suplemento do programa Excel. Contudo, para o usar é necessário primeiro instalá-lo no Excel.

- Clique em **Ficheiro** e escolha **Opções**.



- Clique em **Suplementos** e aqui, em **Gerir**, escolha **Suplementos do Excel**.
- Clique em **Ir**.
- Na lista de suplementos disponíveis, se não encontrar **Suplemento do Solver**, clique **Procurar** caso contrário clique em **OK**.



- Depois de carregar o **Suplemento do Solver**, o **Solver** está disponível em **Dados**.

Problemas de Programação Linear (PL)

Para exemplificar a utilização do Solver na resolução de problemas de Programação Linear (PL) iremos usar o seguinte exemplo:

Uma empresa produz um modelo de secretária e um modelo de estante, utilizando para esse efeito uma secção de Embutidura e outra de Acabamento.

Os tempos necessários para a produção de cada um dos modelos são (em horas):

	Embutidura	Acabamento
Secretária	2	4
Estante	4	4

A capacidade (disponibilidade mensal) da secção de Embutidura é de 720 horas, e a do Acabamento é de 880 horas.

Os lucros obtidos na comercialização destes produtos são de 6 u.m. por cada secretária e 3 u.m. por cada estante.

Sabe-se que as vendas máximas da secretária estão limitadas a 160 unidades mensais.

Determinar o plano de produção mensal de forma a maximizar o lucro obtido.

Variáveis de decisão: x_1 = quantidade de secretárias a fabricar

x_2 = quantidade de estantes a fabricar

$$\text{Maximizar } z = 6x_1 + 3x_2$$

$$\text{sujeito a: } 2x_1 + 4x_2 \leq 720$$

$$4x_1 + 4x_2 \leq 880$$

$$x_1 \leq 160$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

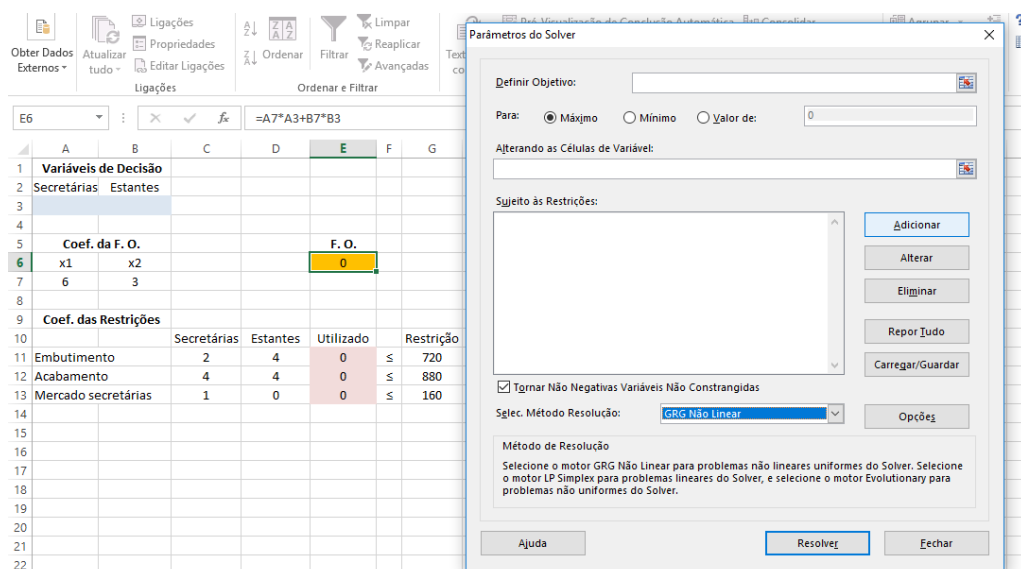
O primeiro passo consiste em criar uma folha de cálculo com a informação contida no modelo onde devemos ter:

- As células onde serão colocados os valores das variáveis de decisão (A3 e B3).
- Os coeficientes da função objetivo (A7 e B7).
- Célula onde se coloca o valor da função objetivo (E6) - a fórmula que relaciona os coeficientes da função objetivo com as variáveis de decisão ($A7 \cdot A3 + B7 \cdot B3$).
- Os coeficientes da matriz das restrições (C11, C12, C13, D11, D12 e D13).

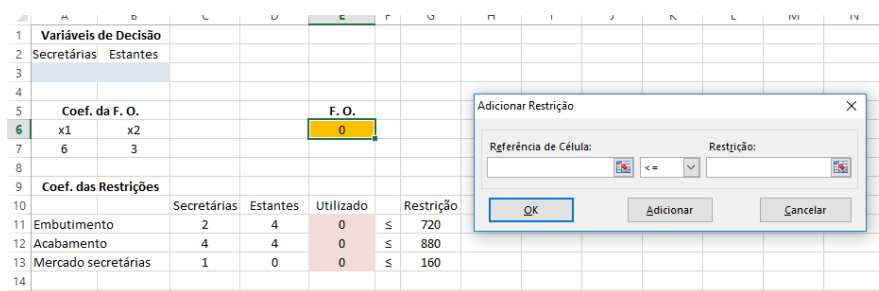
- Células onde se coloca o lado esquerdo das restrições (E11, E12 e E13) - a fórmula que relaciona os coeficientes da matriz das restrições com as variáveis de decisão (na E11 fica $C11 \cdot A3 + D11 \cdot B3$).
- Células onde se colocam as constantes que constituem o lado direito das restrições.
- Convém pôr nomes por cima das células que possuem os valores das variáveis de decisão e da função objetivo.

E6									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Variáveis de Decisão								
2	Secretárias	Estantes							
3									
4									
5	Coef. da F. O.				F. O.				
6	x1	x2			0				
7	6	3							
8									
9	Coef. das Restrições								
10			Secretárias	Estantes	Utilizado	Restrição			
11	Embutimento		2	4	0	≤ 720			
12	Acabamento		4	4	0	≤ 880			
13	Mercado secretárias		1	0	0	≤ 160			
14									
15									
16									

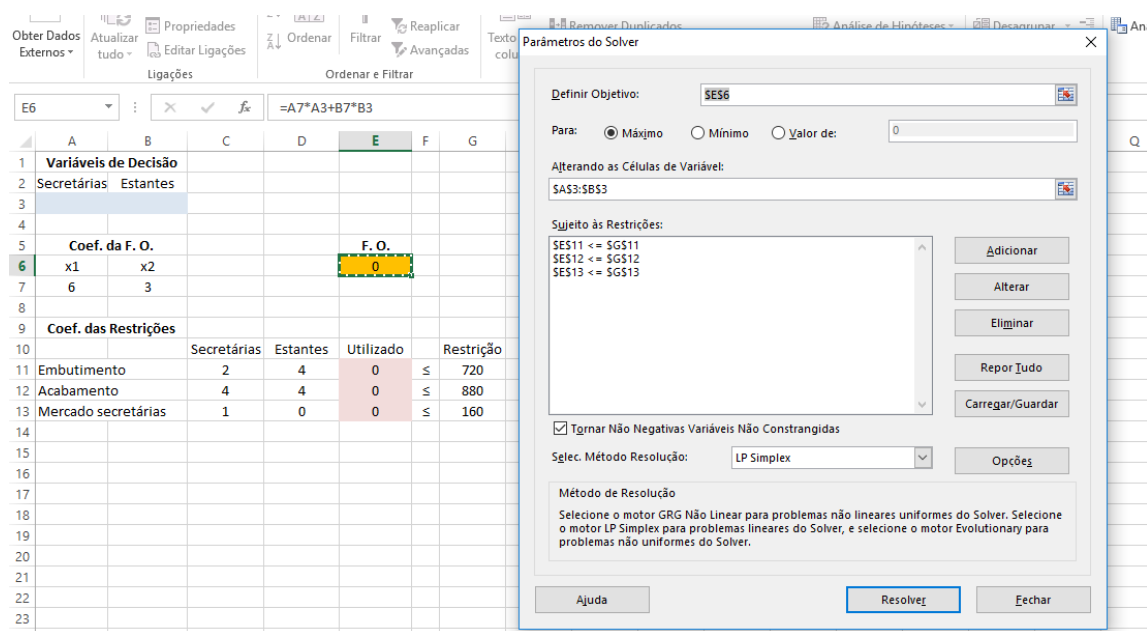
Construída a folha de cálculo, carrega-se em **Dados** e aparece seguinte quadro:



Indica-se o sentido da optimização (maximização ou minimização) e, para introduzir as restrições e o seu sentido (igualdades ou desigualdades) carregue em **Adicionar**.



Em **Selec. Método de Resolução** coloca-se LP Simplex e em **Definir Objetivo** põe-se a célula onde a função objetivo está localizada.

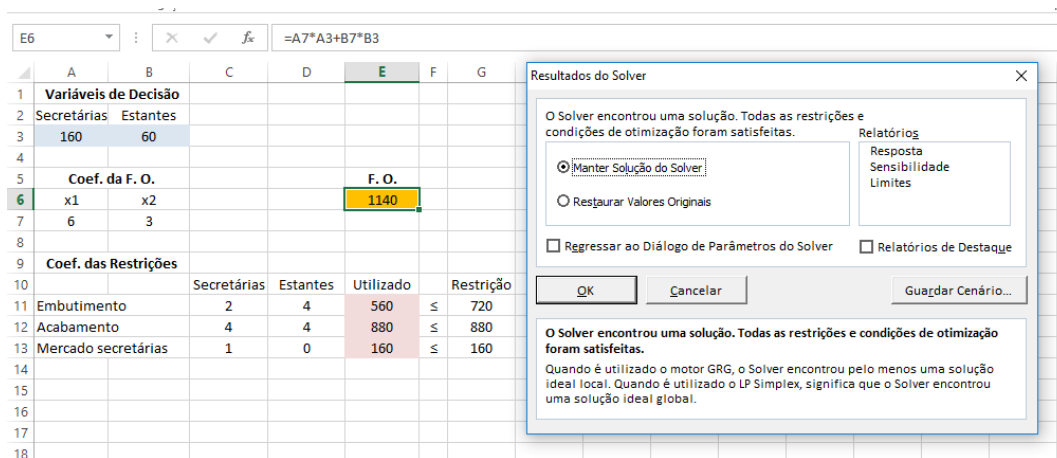


Quando as restrições tiverem o mesmo sentido de desigualdade pode ser usado o “Range” do Excel.

Por exemplo, em vez de $\$E\$11 \leq \$F\11 , $\$E\$12 \leq \$F\12 e $\$E\$13 \leq \$F\13 , pode escrever-se $\$E\$11:\$E\$13 \leq \$F\$11:\$F\13 .

Feitas as verificações finais, pode passar-se à resolução clicando em **Resolver** (quadro anterior).

Se não houver qualquer erro no modelo ou na folha de cálculo aparece a seguinte figura:



Na janela ao lado aparece uma mensagem a dizer que o Solver encontrou uma solução que verifica as restrições e as condições de optimalidade. Aceita-se então a solução do Solver.

A solução ótima do problema foi encontrada:

- Foram produzidas 160 secretárias e 60 estantes;
- O lucro obtido pelo número de secretárias e estantes produzidos foi de 1140 u.m.;
- Sobraram ainda 160 horas na secção de Acabamento.

O Solver pode ainda gerar relatórios que analisam a solução encontrada (são criados em folhas de cálculo do livro em que se está a trabalhar).

Relatório de Resposta

Microsoft Excel 15.0 Relatório de Resposta

Folha de Cálculo: [Problema do Mobiliário(Aula).xlsx]Folha1

Relatório Criado: 27/09/2017 00:30:14

Resultado: O Solver encontrou uma solução. Todas as restrições e condições de otimização foram satisfeitas.

Motor do Solver

Motor: LP Simplex

Tempo de Solução: 0,016 Segundos.

Iterações: 2 Subproblemas: 0

Opções do Solver

Tempo Máximo Ilimitado, Iterações Ilimitado, Precision 0,000001

Máximo de Subproblemas Ilimitado, Máximo de Soluções de Número Inteiro Ilimitado, Tolerância de Número Inteiro 1%, Assumir NãoNegativo

Célula de Objetivo (Máximo)

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final
\$E\$6	x2 Lucro	1140	1140

Células de Variável

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final	Número inteiro
\$A\$3	Secretárias	160	160	Contin
\$B\$3	Estantes	60	60	Contin

Restrições

Célula	Nome	Valor da Célula	Fórmula	Estado	Margem
\$E\$11	Embutimento Utilizado	560	\$E\$11<=\$G\$11	Sem Enlace	160
\$E\$12	Acabamento Utilizado	880	\$E\$12<=\$G\$12	Enlace	0
\$E\$13	Mercado secretárias Utilizado	160	\$E\$13<=\$G\$13	Enlace	0

Neste relatório é dada informação sobre a solução ótima (quadro “Células de Variáveis”) e o valor ótimo da função objetivo (quadro “Célula de Objetivo (Máximo)”). Neste caso, Secretárias = 160, Estantes = 60 e Lucro = 1140.

Quanto às restrições (quadro “Restrições”) é de salientar a informação sobre a distância a que, na solução ótima, se está do limite da restrição (coluna “Margem”). Por exemplo, das 720 horas disponíveis na secção de embutimento apenas se gastam 560 horas, por isso há uma folga de 160 horas. Por lado, gastam-se as 880 horas disponíveis na secção de acabamento por isso a folga é zero. Também se colocam todas as secretárias no mercado.

Relatório de Sensibilidade

Microsoft Excel 15.0 Relatório de Sensibilidade

Folha de Cálculo: [Problema do Mobiliário(Aula).xlsx]Folha1

Relatório Criado: 27/09/2017 00:30:14

Células de Variável

Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo	Objetivo Coeficiente	Permissível Aumentar	Permissível Diminuir
\$A\$3	Secretárias	160	0	6	1E+30	3
\$B\$3	Estantes	60	0	3	3	3

Restrições

Célula	Nome	Final Valor	Sombra Preço	Restrição Lado Direito	Permissível Aumentar	Permissível Diminuir
\$E\$11	Embutimento Utilizado	560	0	720	1E+30	160
\$E\$12	Acabamento Utilizado	880	0,75	880	160	240
\$E\$13	Mercado secretárias Utilizado	160	3	160	60	80

Este relatório faz uma análise de sensibilidade à solução ótima. Analisa variação das constantes do problema, nomeadamente, os coeficientes da função objectivo e os termos independentes (lado direito das restrições), sem que a solução ótima sofra alterações.

No primeiro quadro, “Células de Variável”, analisam-se os coeficientes da função objectivo. A seguir à repetição dos valores das variáveis na solução ótima apresentam-se os **custos marginais** das variáveis, coluna “Reduzido Custo”. Neste caso, como existe produção de ambos os produtos, os custos marginais são zero.

Em seguida apresentam-se os coeficientes da função e o máximo aumento (“Permissível Aumentar”) e máxima diminuição (“Permissível Diminuir”) admissíveis para que os valores das variáveis “Secretárias” e “Estantes” se mantenham ótimos. Graficamente, podemos analisar qual a inclinação da recta que representa a função objectivo sem que a solução ótima avance para outro vértice. Por exemplo, o coeficiente da função objectivo da variável “Secretárias” pode variar entre 6-3 e $+\infty$ sem que haja alteração da solução ótima.

No segundo quadro “Restrições”, na coluna “Restrição Lado Direito” é feita uma análise de sensibilidade aos “Termos Independentes”. Isto poderá ter como consequência que solução ótima deixe de estar num dado vértice e avance para outro vértice.

Os valores dados nas colunas “Permissível Aumentar” e “Permissível Diminuir” são os valores que se podem somar ou subtrair ao valor inicial (coluna “Restrição Lado Direito”) sem que a solução ótima mude de vértice. No entanto são alterações em torno de uma solução com a mesma estrutura pois não há mudanças no conjunto de variáveis que formam a base da solução ótima do problema.

Na coluna “Sombra Preço” analisa-se o **custo interno** de cada um dos recursos. Como foram gastas na totalidade as 880 horas que estavam disponíveis no recurso “Acabamento”, na 2ª linha desta coluna aparece o valor 0,75 isto é, se a empresa adquirisse mais 1 hora deste recurso, o lucro teria um incremento de 0,75u.m.. O mesmo acontece com recurso “Mercado”, por cada secretária a mais consumida pelo mercado, o lucro da empresa seria incrementado em 3u.m. Por lado, como no recurso “Embutimento” só foram utilizadas 560 horas

das 720 horas disponíveis, o custo interno é zero pois ainda existe este recurso e não é por o adquirir que o lucro vai aumentar.

Relatório de Limites

Microsoft Excel 15.0 Relatório de Limites

Folha de Cálculo: [Problema do Mobiliário(Aula).xlsx]Folha1

Relatório Criado: 27/09/2017 00:30:14

Objetivo		
Célula	Nome	Valor
\$E\$6	x2 Lucro	1140

Variável			Inferior	Objetivo	Superior	Objetivo
Célula	Nome	Valor	Límite	Resultado	Límite	Resultado
\$A\$3	Secretárias	160	0	180	160	1140
\$B\$3	Estantes	60	0	960	60	1140

No Relatório de Limites, é dado o valor das variáveis de decisão, o mínimo (coluna “Inferior Limite”) e o máximo (coluna “Superior Limite”) e os respectivos valores da função objetivo (colunas “Objetivo Resultado”). Por exemplo, quando a variável “Secretárias” = 0 a solução ótima (porque neste caso a função objetivo só dependa da variável “Estantes”) é igual a 180 u.m.. Quando ambas as variáveis têm o seu valor máximo, a solução ótima tem o valor de 1140 u.m..

Problema de Transporte (PT)

Para exemplificar a utilização do Solver na resolução de Problemas de Transporte (PT) iremos usar o seguinte exemplo:

Uma empresa possui 3 armazéns A1, A2 e A3 onde dispõe de 75, 150 e 75 unidades de um determinado produto, respectivamente. A partir desses armazéns abastece 5 clientes C1, C2, C3, C4 e C5 que necessitam de 100, 60, 40, 75 e 25 unidades desse produto, respectivamente.

Sabendo que os custos unitários de transporte são:

	C1	C2	C3	C4	C5
A1	3	2	3	4	1
A2	4	1	2	4	2
A3	1	0	5	3	2

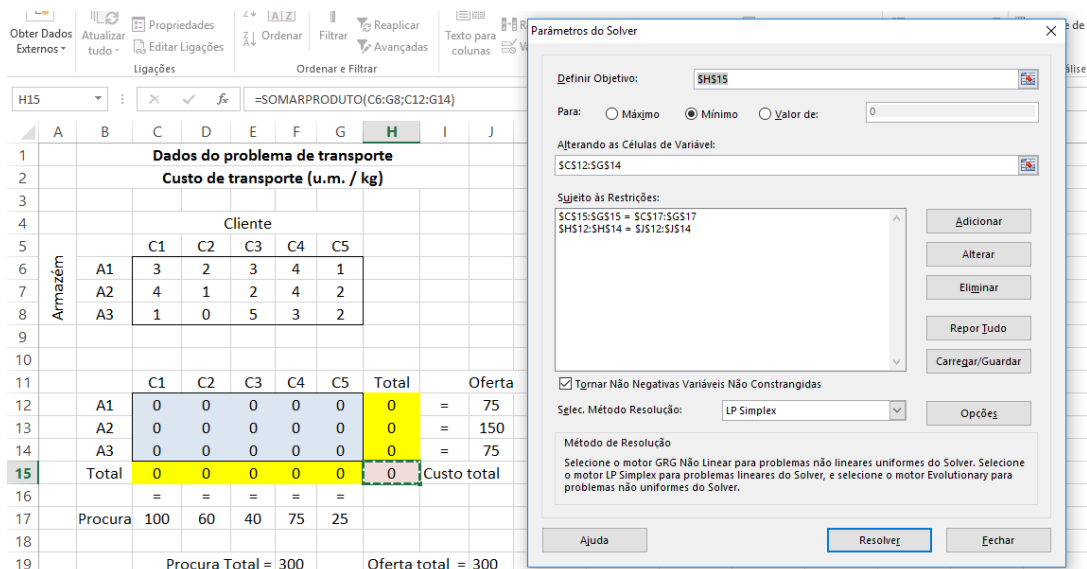
Pretende-se determinar a distribuição do produto pelos diferentes clientes, de forma a minimizar o custo total de transporte.

Neste caso o PT está equilibrado – a oferta é igual à procura. O entanto, há outras variantes do PT ter em conta:

- Oferta total > Procura total - consideram-se as restrições associadas às origens como sendo do tipo “ \leq ”.
- Oferta total < Procura total - consideram-se as restrições associadas aos destinos como sendo do tipo “ \leq ”.
- Ligações impossíveis – quando uma origem não consegue abastecer um destino coloca-se um “0” na respetiva célula.

O primeiro passo consiste em criar uma folha de cálculo com a informação contida no modelo onde devemos ter:

- Produtos transportados (C12:C14 a G12:G14).
- Total da oferta (J12 a J14).
- Total da procura (C15 a G15).
- Total do produto enviado dos armazéns aos clientes (p.ex.: na célula H12 encontra-se o valor do somatório do armazém A1 transportado para os clientes C1a C5).
- Total do produto recebido pelos clientes dos armazéns (p.ex.: na célula C15 encontra-se o valor do somatório do cliente C1 recebido dos armazéns A1 a A3).
- É necessário indicar o sentido da otimização (minimização) e o tipo de restrições (igualdades).
- Na célula H15 encontra-se o custo total do produto transportado entre os armazéns e os clientes.



Na janela do lado direito (da imagem seguinte) aparece uma mensagem a dizer que o Solver encontrou uma solução que verifica as restrições e as condições de otimização. Aceita-se então a solução do Solver que se apresenta na figura seguinte:

The screenshot shows the same Excel spreadsheet as before, but with the optimal solution found by the Solver. The data is organized as follows:

		Cliente						
		C1	C2	C3	C4	C5		
Armazém	A1	25	0	0	25	25	75	= 75
	A2	0	60	40	50	0	150	= 150
	A3	75	0	0	0	0	75	= 75
	Total	100	60	40	75	25	615	Custo total
Procura		100	60	40	75	25		
		Procura Total = 300					Oferta total = 300	

The Solver Results dialog box is open, showing the following message:

O Solver encontrou uma solução. Todas as restrições e condições de otimização foram satisfeitas.

☒ Manter Solução do Solver ☐ Restaurar Valores Originais

☐ Regressar ao Diálogo de Parâmetros do Solver ☐ Relatórios de Destaque

☐ Relatório Resposta ☐ Sensibilidade ☐ Limites

O Solver encontrou uma solução. Todas as restrições e condições de otimização foram satisfeitas. Quando é utilizado o motor GRG, o Solver encontrou pelo menos uma solução ideal local. Quando é utilizado o LP Simplex, significa que o Solver encontrou uma solução ideal global.

A solução ótima dada pelo Solver é:

- O armazém A1 fornece os clientes C1, C3 e C5 de 25, 25 e 25 unidades do produto, respetivamente;
- O armazém A2 fornece os clientes C2, C3 e C4 de, respetivamente, 60, 40 e 50 unidades do produto;
- O armazém A3 fornece apenas o cliente C1 com 75 unidades do produto;
- O custo total de transporte entre os armazéns e os clientes é de 615 u.m..

Como nos problemas de PL, também os problemas de PT apresentam relatórios dados pelo Solver.

Estes 3 relatórios (Resposta, Sensibilidade e Limites) possuem uma leitura idêntica aos problemas de PL. Apenas é necessário ter em conta se o problema é equilibrado ou se é, por lado, há desigualdade entre a oferta e a procura.

Neste problema apresentamos apenas o relatório de Resposta:

Relatório de Resposta

Microsoft Excel 14.0 Relatório de Resposta

Folha de Cálculo: [Exemplo (TA).xlsx]Folha1

Relatório Criado: 22-02-2015 01:07:44

Resultado: O Solver encontrou uma solução. Todas as restrições e condições de otimização foram satisfeitas.

Motor do Solver

Motor: LP Simplex

Tempo de Solução: 0,016 Segundos.

Iterações: 14 Subproblemas: 0

Opções do Solver

Tempo Máximo Ilimitado, Iterações Ilimitado, Precision 0,000001

Máximo de Subproblemas Ilimitado, Máximo de Soluções de Número Inteiro Ilimitado, Tolerância de Número Inteiro 1%, Assumir NãoNegativo

Célula de Objectivo (Mínimo)

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final
\$H\$15	Total Total	0	615

Células de Variável

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final	Número inteiro
\$C\$12	A1 C1	0	25	Contin
\$D\$12	A1 C2	0	0	Contin
\$E\$12	A1 C3	0	0	Contin
\$F\$12	A1 C4	0	25	Contin
\$G\$12	A1 C5	0	25	Contin
\$C\$13	A2 C1	0	0	Contin
\$D\$13	A2 C2	0	60	Contin
\$E\$13	A2 C3	0	40	Contin
\$F\$13	A2 C4	0	50	Contin
\$G\$13	A2 C5	0	0	Contin
\$C\$14	A3 C1	0	75	Contin
\$D\$14	A3 C2	0	0	Contin
\$E\$14	A3 C3	0	0	Contin
\$F\$14	A3 C4	0	0	Contin
\$G\$14	A3 C5	0	0	Contin

Restrições

Célula	Nome	Valor da Célula	Fórmula	Estado	Margem
\$C\$15	Total C1	100	\$C\$15=\$C\$17	Enlace	0
\$D\$15	Total C2	60	\$D\$15=\$D\$17	Enlace	0
\$E\$15	Total C3	40	\$E\$15=\$E\$17	Enlace	0
\$F\$15	Total C4	75	\$F\$15=\$F\$17	Enlace	0
\$G\$15	Total C5	25	\$G\$15=\$G\$17	Enlace	0
\$H\$12	A1 Total	75	\$H\$12=\$J\$12	Enlace	0
\$H\$13	A2 Total	150	\$H\$13=\$J\$13	Enlace	0
\$H\$14	A3 Total	75	\$H\$14=\$J\$14	Enlace	0

Problema de Afetação (PA)

Para exemplificar a utilização do Solver na resolução de Problemas de Afetação (PA) iremos usar o seguinte exemplo:

Numa fábrica foram instaladas 3 máquinas e admitidos 3 empregados. É objectivo da direcção da fábrica estabelecer uma afectação máquina-empregado recíproca e exclusiva; com esta finalidade após vários testes estimou a seguinte matriz de custos:

Empregado	Máquina		
	1	2	3
1	25	31	35
2	24	17	16
3	15	23	18

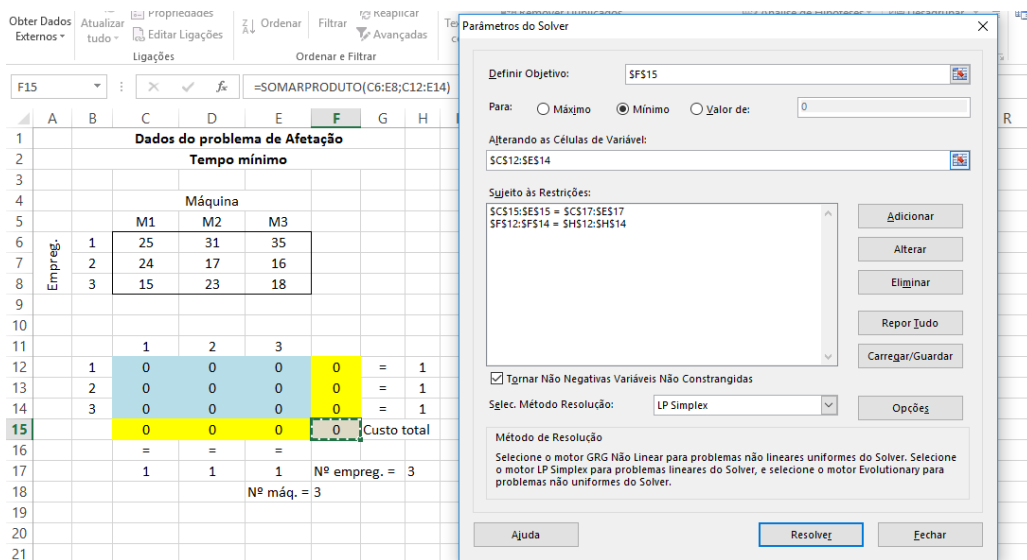
Pretende-se definir o plano de afectação empregado-máquina que minimize o custo total.

Neste caso o PA está equilibrado – nº de indivíduos é igual ao nº de tarefas. No entanto, há outras variantes do PA ter em conta:

- Nº de indivíduos > Nº de tarefas - consideram-se as restrições associadas às origens como sendo do tipo “ \leq ”.
- Nº de indivíduos < Nº de tarefas - consideram-se as restrições associadas aos destinos como sendo do tipo “ \leq ”.
- Ligações impossíveis – quando a um indivíduos não se consegue afetar uma tarefa coloca-se um “0” na respetiva célula.

O primeiro passo consiste em criar uma folha de cálculo com a informação contida no modelo onde devemos ter:

- Uma tabela com os custos totais (C6:E8).
- Uma tabela com a solução (C12: E14) onde se escrevem as fórmulas associadas às restrições (C12:E14) onde se escrevem as fórmulas associadas às restrições (F12:F14 e C15:E15).
- A função objetivo (na célula F15).
- Os segundos membros todos unitários (relação máquina-empregado recíproca e exclusiva).
- A relação entre o nº de empregados e o nº de máquinas por comparação das fórmulas escritas em F18 e H16.



Na janela ao lado (da imagem seguinte) aparece uma mensagem a dizer que o Solver encontrou uma solução que verifica as restrições e as condições de optimalidade. Aceita-se então a solução do Solver que se apresenta:

Dados do problema de Afetação

		Máquina			
		M1	M2	M3	
Empreg.	1	25	31	35	
	2	24	17	16	
	3	15	23	18	
		1	2	3	
1	1	0	0	0	= 1
2	0	1	0	0	= 1
3	0	0	0	1	= 1
	1	1	1	1	60
	=	=	=	=	
	1	1	1	1	Nº empreg. = 3
					Nº máq. = 3

Resultados do Solver

O Solver encontrou uma solução. Todas as restrições e condições de otimização foram satisfeitas.

☒ Manter Solução do Solver ☐ Restaurar Valores Originais

☐ Regressar ao Diálogo de Parâmetros do Solver ☐ Relatórios de Destaque

Relatórios: Resposta, Sensibilidade, Limites

Botões: OK, Cancelar, Guardar Cenário...

O Solver encontrou uma solução. Todas as restrições e condições de otimização foram satisfeitas.

Quando é utilizado o motor GRG, o Solver encontrou pelo menos uma solução ideal local. Quando é utilizado o LP Simplex, significa que o Solver encontrou uma solução ideal global.

A solução ótima dada pelo Solver é:

- O Empregado 1 opera a Máquina 1;
- O Empregado 2 opera a Máquina 2;
- O Empregado 3 opera a Máquina 3;
- O custo total de máquina-empregado é de 60 u.m..

Os 3 relatórios (Resposta, Sensibilidade e Limites) apresentados nos problemas PA possuem uma leitura idêntica aos problemas de PL e aos problemas PT. Apenas é necessário ter em conta se o problema é equilibrado ou se é, pelo contrário, há desigualdade entre o nº de indivíduos e o nº de tarefas.

Neste problema apresentamos apenas o relatório de Resposta:

Relatório de Resposta

Microsoft Excel 15.0 Relatório de Resposta

Folha de Cálculo: [Exemplo (PA).xlsx]Folha1

Relatório Criado: 01/10/2017 23:50:35

Resultado: O Solver encontrou uma solução. Todas as restrições e condições de otimização foram satisfeitas.

Motor do Solver

Motor: LP Simplex

Tempo de Solução: 0,031 Segundos.

Iterações: 7 Subproblemas: 0

Opções do Solver

Tempo Máximo Ilimitado, Iterações Ilimitado, Precision 0,000001

Máximo de Subproblemas Ilimitado, Máximo de Soluções de Número Inteiro Ilimitado, Tolerância de Número Inteiro 1%, Assumir NãoNegativo

Célula de Objetivo (Mínimo)

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final
\$F\$15		0	60

Células de Variável

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final	Número inteiro
\$C\$12	M1	0	1	Contin
\$D\$12	M2	0	0	Contin
\$E\$12	M3	0	0	Contin
\$C\$13	M1	0	0	Contin
\$D\$13	M2	0	1	Contin
\$E\$13	M3	0	0	Contin
\$C\$14	M1	0	0	Contin
\$D\$14	M2	0	0	Contin
\$E\$14	M3	0	1	Contin

Restrições

Célula	Nome	Valor da Célula	Fórmula	Estado	Margem
\$C\$15	M1	1	\$C\$15=\$C\$17	Enlace	0
\$D\$15	M2	1	\$D\$15=\$D\$17	Enlace	0
\$E\$15	M3	1	\$E\$15=\$E\$17	Enlace	0
\$F\$12		1	\$F\$12=\$H\$12	Enlace	0
\$F\$13		1	\$F\$13=\$H\$13	Enlace	0
\$F\$14		1	\$F\$14=\$H\$14	Enlace	0