

# **Programação Linear**

## **Interpretação Económica de um Problema**

Elisa Correia de Barros

DGI -.Instituto Politécnico de Bragança

Uma empresa utiliza o seguinte modelo linear para otimizar (em euros) da produção dos bens A, B e C utilizando 110, 150 e 200 horas de trabalho de 3 máquinas (M1, M2 e M3):

$$\begin{aligned} \text{Maximizar} \quad & z = 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 \\ \text{sujeito a:} \quad & 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 110 \\ & 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 150 \\ & 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 200 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

As variáveis  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$  representam o nível de produção (em litros) de A, B e C, respetivamente.

Vamos utilizar o *software* Solver para resolver o modelo.

### Relatório de Resposta

Célula de Objetivo (Máximo)

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final
\$E\$7	FO	0	156

Células de Variável

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final	Número inteiro
\$A\$3	A	0	46	Contin
\$B\$3	B	0	6	Contin
\$C\$3	C	0	0	Contin

Restrições

Célula	Nome	Valor da Célula	Fórmula	Estado	Margem
\$E\$11	<= Utilizado	110	\$E\$11<=\$F\$11	Enlace	0
\$E\$12	<= Utilizado	150	\$E\$12<=\$F\$12	Enlace	0
\$E\$13	<= Utilizado	196	\$E\$13<=\$F\$13	Sem Enlace	4

De acordo com o Relatório de Resposta, o valor do lucro do ótimo é de 156€ e são produzidos 46 litros de A e 6 litros de B. Ficam ainda disponíveis 4 horas de trabalho na M3.

No Relatório de Sensibilidade podemos fazer uma interpretação económica mais específica do problema, analisando os *custos de oportunidade* dos bens produzidos e os *preços sombra* dos recursos disponíveis (ver as colunas a amarelo e a verde).

Também podemos fazer uma análise de sensibilidade aos lucros unitários dos bens produzidos e aos recursos disponíveis analisando os intervalos de sensibilidade (ver as colunas a azul).

## Relatório de Sensibilidade

### Células de Variável

Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo	Objetivo Coeficiente	Permissível Aumentar	Permissível Diminuir
\$B\$3	A	46	0	3	1,5	1
\$C\$3	B	6	0	3	1,5	1
\$D\$3	C	0	-2,2	2	2,2	1E+30

### Restrições

Célula	Nome	Final Valor	Sombra Preço	Restrição Lado Direito	Permissível Aumentar	Permissível Diminuir
\$F\$11	M1 Utilizado	110	0,6	110	115	10
\$F\$12	M2 Utilizado	150	0,6	150	2,5	76,66666667
\$F\$13	M3 Utilizado	196	0	200	1E+30	4

Como se produzem os bens A e B (46 e 6 litros respetivamente) os seus custos de oportunidade são ambos nulos.

O bem C, como não é produzido, tem um custo de oportunidade de -2,2. Isto é, por cada litro produzido do bem C irá haver uma redução de 2,2€ no lucro ótimo obtido.

Os preços sombra das 3 máquinas também têm valores diferentes. O preço sombra da máquina M3 é nulo porque esta máquina ainda tem horas de trabalho disponíveis (das 200 horas de trabalho disponíveis só foram utilizadas 196).

Os preços sombra das máquinas M1 e M2 têm ambos um valor de 0,6 (coincidência!). Isto é, por cada hora de trabalho a mais disponível nas respetivas máquinas o lucro ótimo tem um acréscimo de 0,6€.

Os dados das colunas a azul mostram os valores dos intervalos sensibilidade dos lucros unitários dos bens produzidos e dos recursos disponíveis, ou seja, o intervalo de valores destes parâmetros para que a solução ótima do problema não se altere.

Assim, para que a solução ótima não se modifique:

- lucro unitário do bem A,  $c_A$ , terá de se situar no intervalo

$$3 - 1 \leq c_A \leq 3 + 1,5$$

- lucro unitário do bem B,  $c_B$ , terá de se situar no intervalo

$$3 - 1 \leq c_B \leq 3 + 1,5$$

- lucro unitário do bem C,  $c_C$ , terá de se situar no intervalo

$$-\infty < c_C \leq 2 + 2,2$$

---

Posso também saber a alteração do lucro total provocada pela variação dos lucros unitários de cada um dos bens. Por exemplo, se for o lucro unitário do bem A:

$$156 - 1 \cdot 46 \leq z \leq 156 + 1,5 \cdot 46$$

Relativamente aos recursos disponíveis, temos que analisar os valores das 3 máquinas. Os elementos assinalados permitem calcular o intervalo de sensibilidade para horas de trabalho disponíveis na máquina M1, M2 e M3:

- horas de trabalho disponíveis na máquina M1

$$110 - 10 \leq b_{M1} \leq 110 + 115$$

- horas de trabalho disponíveis na máquina M2

$$150 - 76,67 \leq b_{M2} \leq 150 + 2,5$$

- horas de trabalho disponíveis na máquina M3

$$200 - 4 \leq b_{M3} < +\infty$$

Posso também saber a alteração do lucro total provocada pela variação das horas de trabalho disponíveis em cada máquina. Por exemplo, se for a máquina M1:

$$156 - 0,6 \cdot 10 \leq z \leq 156 + 0,6 \cdot 115$$

Ao resolver um problema pelo Solver, e quando é preciso fazer uma interpretação económica desse problema, é sempre necessário indicar que se querem os relatórios resposta e sensibilidade.