Trabalho 1- Grupo 39

(16-10.2019)

Modelos Determinísticos de Investigação Operacional

MiEI 3ºano – 1º semestre

Margarida Campos
A85166

Catarina Gil
a85266

Tânia Rocha
a85176

Índice

Introdução

Este trabalho foi proposto pelos docentes da unidade curricular de Modelos Determinísticos de Investigação Operacional. Tem como principal objetivo, a partir de um grafo (fig.1), determinar o circuito/conjunto de circuitos em que todos os arcos são percorridos pelos menos uma vez, minimizando a distância total percorrida.

Para tal são aplicados conceitos de programação linear, lecionados nas aulas, bem como a utilização do software LPSolve.

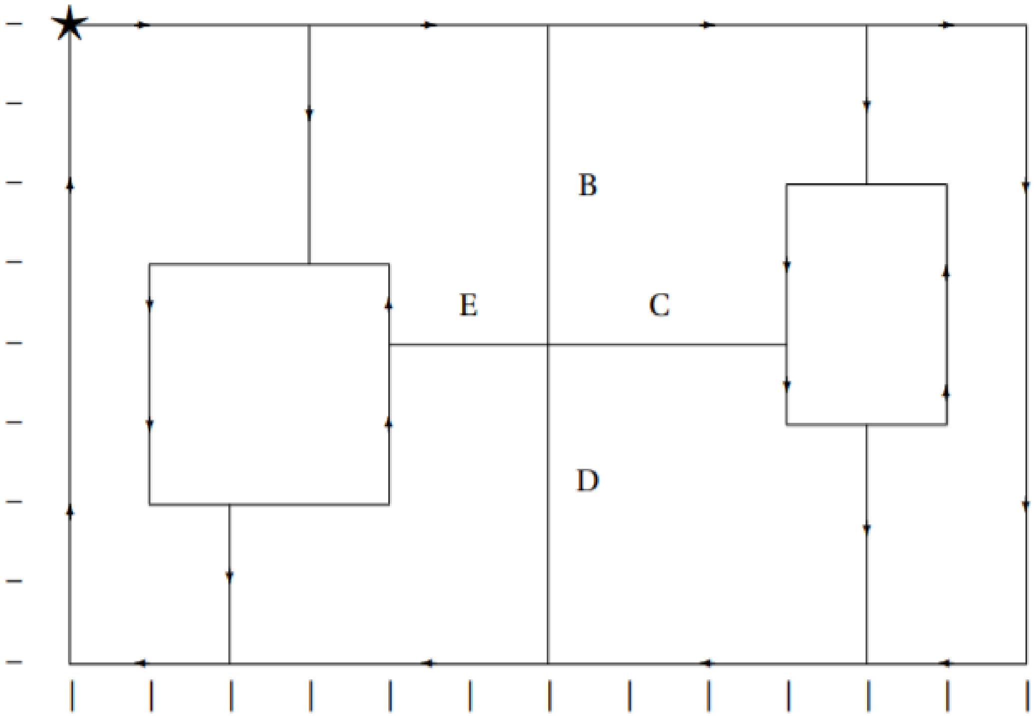

Fig.1 – Circuito original dado no enunciado do trabalho

Análise de Dados

Como abordagem inicial decidimos intitular os vértices com letras alfabéticas (fig.2), repartindo assim o circuito por arcos, de modo a facilitar a resolução do problema.

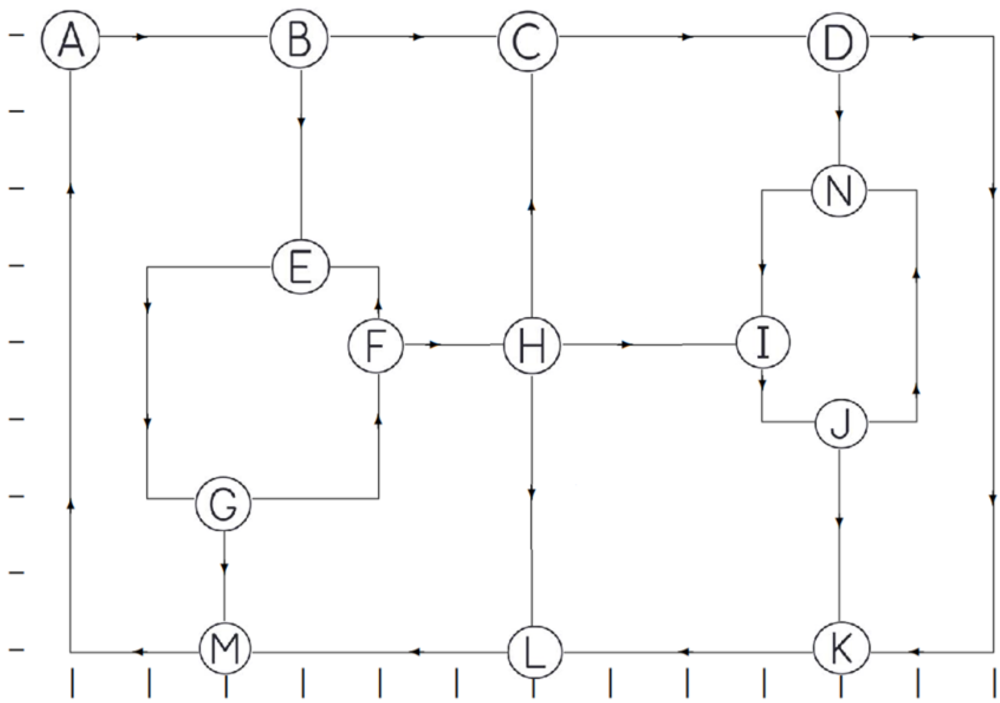

Fig.2 – Circuito intitulado

Elementos do Modelo

Variáveis de decisão: Xij : número de vezes que o arco com entrada em i e saída em j é percorrido.

Parâmetros: Custo de cada aresta.

Restrições:

xAB, xBC, xCD ,xDK, xKL, xLM ,xMA ,

xBE ,xEG ,xGM ,xGF ,xFE, xFH ,xHI ,

xHC ,xHL , xDN ,xNI ,xIJ ,xJK ,xJN ,xAB >= 1

Com estas restrições garantimos que todos os arcos do circuito são percorridos pelo menos uma vez.

Nodo B: xBC + xBE - xAB = 0 ;

Nodo C: xCD - xBC - xHC = 0 ;

Nodo D: xDK + xDN - xCD = 0 ;

Nodo E: xEG - xBE - xFE = 0 ;

Nodo F: xFH + xFE - xGF = 0 ;

Nodo G: xGF + xGM - xEG = 0 ;

Nodo H: xHI + xHL + xHC - xFH = 0 ;

Nodo I: xIJ - xHI - xNI = 0 ;

Nodo J: xJK + xJN - xIJ = 0 ;

Nodo H: xKL - xDK - xJK = 0 ;

Nodo L: xLM - xKL - xHL = 0 ;

Nodo M: xMA - xLM - xGM = 0 ;

Nodo N: xNI - xDN - xJN = 0 ;

Através destas restrições asseguramos que para cada vértice existe um conjunto limitado de vértices aos quais este consegue aceder, tal como aqueles que o conseguem aceder diretamente.

Como auxílio, construímos uma matriz (fig. 3) com os vértices e as suas respetivas ligações. Estas ligações são valoradas com {-1,0,1}.

- 1 : Vértice acessível
- -1 : Vértice que o pode aceder
- 0 : Vértice sem conexão direta

Por exemplo, o nodo B pode ser acedido pelo vértice A e aceder os vértices C e E.

Estas equações são igualadas a 0 para garantir que o número de arcos que entra num dado vértice é igual ao número de vértices que dele saem.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
A	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0
B	-1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
E	0	-1	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
H	0	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	-1	0	1	0
I	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	1	0	0	0	0
J	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	1	0	0	1
K	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	-1	0	0	0	0
L	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	-1	0
M	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	-1
N	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	-1	0	0	1	0

Fig. 3- Matriz auxiliar

Função Objetivo:

min: 3 xAB + 3 xBC + 4 xCD + 12 xDK + 4 xKL + 4 xLM +10 xMA + 3xBE + 5 xEG + 2 xGM + 4 xGF + 2 xFE + 3 xHI + 4 xHC + 4 xHL + 2 xDN + 3 xNI + 2 XIJ + 3 xJK + 3 xJN

Como queríamos minimizar o custo do circuito percorrido, construirmos uma função linear que soma todas as variáveis de decisão associadas ao seu custo.

Deste modo, determinamos a solução ótima para a função objetivo.

Análise de Resultados

Como já foi referido usamos o LPSolve e inserimos as equações anteriormente descritas, obtendo os seguintes resultados:

Variables	result
	207
XAB	5
XBC	1
XCD	2
XDK	1
XKL	3
XLM	4
XMA	5
XBE	4
XEG	5
XGM	1
XGF	4
XFE	1
XHI	1
XHC	1
XHL	1
XDN	1
XNI	2
XIJ	3
XJK	2
XJN	1
XFH	3

Fig. 4 - Tabela obtida pelo LPSolve

Assim, estes valores indicam o número de vezes que um dado arco é percorrido. De acordo com estes, existem arcos que vão ser atravessados mais do que uma vez, por exemplo o arco xAB toma o valor de 5, o que significa que que passa pelo vértice A (vértice inicial) cinco vezes.

Por esta tabela, ficamos também a saber o valor da função objetivo, 207, ou seja, o custo mínimo total do percurso não pode ter um valor inferior a este, desde que respeite os requisitos.

Para facilitar a visualização do percurso total, este foi dividido em cinco subcaminhos (fig,5,6,7,8,9).

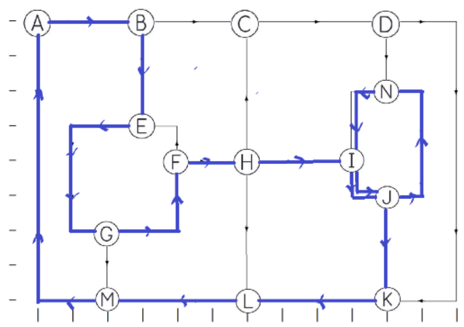

Fig.5 – Subcaminho 1

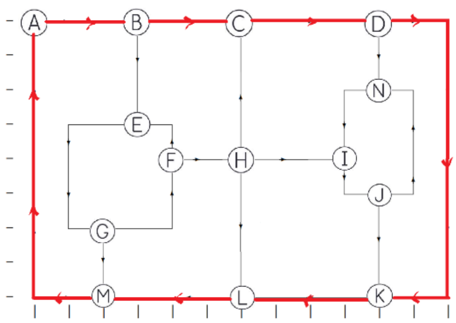

Fig.6 – Subcaminho 2

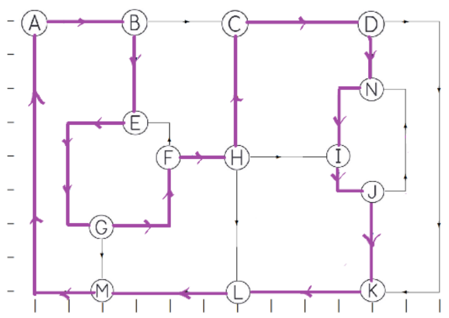

Fig.7 – Subcaminho 3

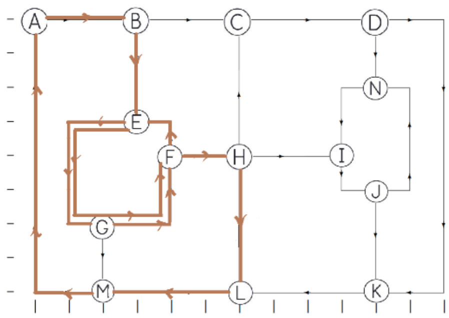

Fig.8 – Subcaminho 4

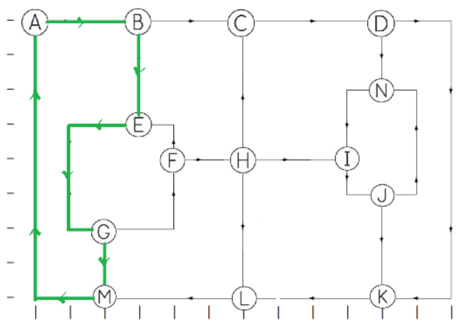

Fig.9 – Subcaminho 5

Estes subcaminhos são uma possível solução determinada pelo nosso grupo, visto que existem inúmeros padrões de arcos a percorrer que respeitam os valores obtidos.

A ordem dos subcaminhos também não é relevante, já que, independentemente desta, o percurso total iria ser o mesmo.

Validação do Modelo

De modo a verificar os resultados obtidos, optamos por substituí-los nas restrições e na função objetivo.

Todas as variáveis de decisão tomam valores inteiros, tal como esperado.

Substituição:

XAB	5	>=1	✓
XBC	1	>=1	✓
XCD	2	>=1	✓
XDK	1	>=1	✓
XKL	3	>=1	✓
XLM	4	>=1	✓
XMA	5	>=1	✓
XBE	4	>=1	✓
XEG	5	>=1	✓
XGM	1	>=1	✓

XGF	4	>=1	✓
XFE	1	>=1	✓
XHI	1	>=1	✓
XHC	1	>=1	✓
XHL	1	>=1	✓
XDN	1	>=1	✓
XNI	2	>=1	✓
XIJ	3	>=1	✓
XJK	2	>=1	✓
XJN	1	>=1	✓
XFH	3	>=1	✓

Nodo B: 1+ 4 - 5 = 0; ✓

Nodo C: 2 - 1 - 1= 0; ✓

Nodo D: 1 + 1 - 2 = 0; ✓

Nodo E: 5 - 4 -1 = 0; ✓

Nodo F: 3 + 1 - 4 = 0; ✓

Nodo G: 4 + 1 - 5 = 0; ✓

Nodo H: 1 + 1 + 1 - 3 = 0; ✓

Nodo I: 3 - 1 - 2 = 0; ✓

Nodo J: 2 + 1 - 3 = 0; ✓

Nodo H: 3 - 1 - 2 = 0; ✓

Nodo L: 4 - 3 - 1 = 0; ✓

Nodo M: 5 - 4 - 1 = 0; ✓

Nodo N: 2 - 1 - 1= 0; ✓

Conclusão

Com a realização deste trabalho, conseguimos aprofundar os conhecimentos obtidos e melhorar a sua aplicação, nomeadamente em Programação linear e método Simplex.

Ganhamos experiência num software nunca antes utilizado (LPSolve), sendo este bastante prático e objetivo.

Nota: Todas as variáveis e valores utilizados estão em unidades de distância.