Autómatas y Lenguajes Formales 2019-1
Tarea 1

Fecha de entrega: 13 de septiembre del 2018.

Primer examen parcial: 18 de septiembre del 2018.

1. Si A es un lenguaje, demuestra que $(A^\star)^\star = A^\star$
2. Si A, B y C son lenguajes, prueba que $A(B \cup C) = AB \cup AC$. ¿Es cierto que $A(B \cap C) = AB \cap AC$? Argumenta tu respuesta.
3. Muestra que los lenguajes regulares son cerrados bajo intersección utilizando autómatas finitos deterministas.
4. Demuestra que cualquier conjunto finito de cadenas es un lenguaje regular.
5. Demuestra que para todas las cadenas $x, y \in \Sigma^\star$ se cumple $\delta^\star(q, xy) = \delta^\star(\delta^\star(q, x), y)$.
6. Para cada uno de los siguientes lenguajes diseña un AFD que lo reconozca:
   - $\{w|w$ contiene al menos tres a y un número par de $b\}$
   - $\{w|w$ contiene exactamente tres a y una $b\}$
   - $\{w|w$ es una cadena de longitud par y contiene un número par de $b\}$
   - $\{w|w$ empieza con a termina con dos $b\}$
7. Para cada uno de los siguientes lenguajes diseña un AFN (puede o no tener transiciones-ϵ) que lo reconozca:
   - $\{w|w$ es una cadena que contiene una a en la primer posición o una b en la penúltima posición$\}$
   - $\{xy|x$ contiene la subcadena aa e y contiene una $b\}$.
8. Si A es lenguaje regular, demuestra que $A^R = \{w^R \mid w \in A\}$ es regular.
9. Elige dos autómatas del ejercicio 6 y minimízalos. También elige un autómata del ejercicio 7 y minimízalo.
10. Expresiones regulares:
    - Da una expresión regular que genere cada uno de los lenguajes del ejercicio 6.
    - Construye un autómata finito (puede ser no determinista) que reconozca el lenguaje generado por la expresión $(1 + 0(01^\star 0)^\star)^\star$.
    - Construye un AFN que reconozca el lenguaje generado por la expresión $(a + b)^\star aba$
11. Usando el lema del bombeo, prueba que los siguientes lenguajes no son regulares.
    - $\{x|x$ es una cadena palíndroma$\}$
    - $\{a^{2^n}|n \in \mathbb{N}\}$
    - $\{x|x$ tiene el mismo número de a y $b\}$
12. Utilizando el teorema de Myhill-Nerode demuestra que cada uno de los lenguajes del inciso anterior no son regulares.