Autómatas y Lenguajes Formales 2019-1
Tarea 0

Fecha de entrega: 21 de agosto del 2018.

1. Busca los axiomas de Zermelo-Fraenkel de la Teoría de Conjuntos y cópialos aquí.
2. Busca el axioma de elección y cópialo aquí.
3. ¿Todos los conjuntos forman un conjunto? Justifica tu respuesta.
4. Sean $A := \{a, b, c, d\}, B := \{1, 2, 3\}$.
   - Da una relación de A en B que no sea función.
   - Da una relación de A en B que sea una función suprayectiva.
   - Da una relación de A en B que sea una función pero que no sea suprayectiva.
   - ¿Puede haber una función de A en B inyectiva? Justifica tu respuesta.
5. ¿Cuál es la diferencia entre un orden total y un buen orden?
6. Sea A un conjunto, la *potencia* de A se define como:
   $$\mathcal{P}(A) := \{B | B \subseteq A\}$$
   Demuestra que $|A| < |\mathcal{P}(A)|$.
   Hint: Basta mostrar que no existe una función de A en $\mathcal{P}(A)$ que sea suprayectiva.
7. Busca las siguientes definiciones y cópialas aquí:
   - Relación de equivalencia.
   - Partición de un conjunto.
   - Conjunto cociente.
8. Sea $A = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$. Considera la siguiente relación en $\mathcal{P}(A)$: $X \sim Y$ sii $|X| = |Y|$. Utilizando las definiciones del inciso anterior:
   - Muestra que $\sim$ es una relación de equivalencia en $\mathcal{P}(A)$.
   - ¿Cuántas clases de equivalencia hay bajo esta relación?
   - ¿Cuál es el conjunto cociente inducido por esta relación de equivalencia?
9. Demuestra que toda relación de equivalencia induce una partición, y que toda partición induce una relación de equivalencia.
10. Enuncia el principio de inducción matemática para números naturales.
11. Utilizando inducción matemática demuestra lo siguiente:
    - $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 + n + 1$ es impar.
    - Si $|A| = n$, entonces $\mathcal{P}(A) = 2^n$
    - Si $n \geq 5$, entonces $n^2 < 2^n$
    - Si $n \geq 4$, entonces $2^n < n!$