

Tarea Examen 4
Análisis de Algoritmos

Fecha de entrega: Enero 22 de 2021.
No se reciben tareas después de esta fecha.

Todas sus respuestas deben estar plenamente justificadas.

1. *Mei Hua Zhuang* es una técnica de entrenamiento de Kung Fu, que consiste en n postes grandes parcialmente hundidos en el suelo, con cada poste p_i en la posición (x_i, y_i) . Los estudiantes practican técnicas de artes marciales pasando de la parte superior de un poste a la parte superior de otro poste. Pero para mantener el equilibrio, cada paso debe tener más de d metros pero menos de $2d$ metros. Diseñe un algoritmo eficiente para encontrar si es que existe una ruta segura desde el poste p_s al poste p_t .
2. El presidente de un país cree que cada ciudad debe de tener acceso a una biblioteca, desafortunadamente el país se vio afectado por un temblor que destruyó todas las bibliotecas y bloqueó todos los caminos que había. Dadas n ciudades numeradas de 1 a n , con m caminos bidireccionales, se dice que una ciudad puede acceder a una biblioteca si tiene una construida o puede trasladarse a otra ciudad que contenga una. Considerando que los costos de reparación de un camino o de construcción de biblioteca son $Costo_c$ y $Costo_b$ respectivamente. Diseña un algoritmo de tiempo $O(n + m)$ que determine qué caminos reparar y qué bibliotecas construir tal que cada ciudad pueda acceder a una biblioteca y el costo sea mínimo. Por ejemplo si el $Costo_c \geq Costo_b$, pues la solución es construir a cada ciudad su biblioteca.
3. La ONU quiere mandar al espacio dos personas a la luna de países distintos. Dada una lista de pares (i, j) donde el i -ésimo astronauta es del mismo país que el j -ésimo, determina el número de pares posibles a formar. Hint. Primero determina cuántos países se tienen.
4. Supongamos que tenemos un conjunto de n ciudades c_1, c_2, \dots, c_n , y una tabla $D[1\dots n, 1\dots n]$ tal que $D[i, j]$ es la longitud de una carretera que une a la ciudad c_i con la ciudad c_j (este valor puede ser ∞ si no hay carretera entre c_i y c_j). Encuentre un algoritmo eficiente que encuentre la ruta más corta entre las ciudades c_1 y c_n tal que dicha ruta no pasa por mas de k ciudades distintas a c_1 y a c_n .
5. Diseña un algoritmo de tiempo $O(V)$ determine si una gráfica dirigida $G = (V, E)$ contiene o no un ciclo.

6. Supongamos que tenemos un flujo óptimo en una red N con n vértices, (con capacidades enteras) de un nodo fuente s a un nodo destino t .
 - Supongamos que la capacidad de una sola arista e se incrementa en una unidad. De un algoritmo de tiempo $O(n + E)$ para actualizar nuestro flujo. E es el número de aristas de N .
 - Supongamos que la capacidad de una sola arista e se decrementa en una unidad. De un algoritmo de tiempo $O(n + E)$ donde E es el número de aristas de N .
7. El profesor Protón tiene dos hijos los cuales no se llevan nada bien. Los chiquillos se odian tanto que no sólo se niegan a caminar juntos a la escuela, si no que además se niegan a caminar en cualquier acera en la que el otro hermano haya puesto un pie ese día. Los chiquillos no tienen problema con que sus caminos coincidan en algunas esquinas. Afortunadamente, tanto la casa del profesor como la escuela están en una esquina, fuera de eso el profesor no está seguro si será posible meter a los dos hijos en la misma escuela. Muestre cómo modelar el problema de decidir si es posible enviar a los dos hijos a la misma escuela como un problema de flujos.
8. It is a natural to apply graph models and algorithms to spatial problems. Consider a black and white digitalized image of a maze; white pixels represent open areas and black spaces are walls. There are two spacial white pixels: one is designated the entrance and the other is the exit. The goal in this problem is to find a way of getting from the entrance to the exit, as ilustratred in Figure 1. Given a 2D array of black and white entries representing a maze with designated entrance and exit points, find a path from the entrance to the exit, if one exists.

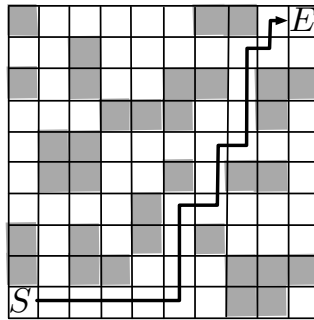


Figura 1: A shortest path from entrance to exit.