

Fecha de entrega: Viernes 1^o de septiembre a las 12:00 en el Prometeo.

1. Demuestre que las siguientes expresiones están bien formadas

a) $-((a + b) * c) + 1.$

b) $((p \rightarrow q) \wedge (r \leftrightarrow s)) \vee r.$

2. Determine cuáles de las siguientes oraciones son proposiciones atómicas, cuáles son proposiciones no atómicas y cuáles no son proposiciones. Justifique su respuesta.

a) El Grito de Dolores, en 1810, sentó las bases para la Independencia de México.

b) Para pasar el examen es necesario que los alumnos estudien, hagan la tarea y asistan a clase.

c) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + a^3.$

d) $x \neq y.$ (Donde el operador binario \neq evalúa a **verdadero** si x es distinto de y y a **falso** si x es igual a y .)

e) Asgard es el mundo de los Æsir y en Svartálfaheim habitan los Svartalfar.

3. De los incisos de la pregunta anterior que son proposiciones, exhiba una traducción al lenguaje de la lógica proposicional.

4. Coloque los paréntesis en las siguientes expresiones de acuerdo a la precedencia y asociatividad de los operadores, sin preocuparse por la evaluación de la expresión.

a) $-b + b * *2 - 4 \cdot a \cdot c / 2 \cdot a.$

c) $a < b \wedge b < c \rightarrow a < b.$

b) $p \wedge q \vee r \rightarrow s \leftrightarrow p \vee q.$

d) $a \cdot b - a \cdot c \leftrightarrow a > 0 \wedge b > c.$

5. Ejecute las siguientes sustituciones textuales simultáneas, fijándose bien en la colocación de los paréntesis. Quite los paréntesis que son redundantes.

a) $5x + 3y * a - 4y[y := x].$

c) $(5x + 3y * a - 4y)[y, x := x, y].$

b) $(5x + 3y * a - 4y)[y := x].$

d) $(5x + 3y * a - 4y)[y := x][x := 3].$

6. Para las siguientes expresiones, determine a que esquema pertenecen dé el rango y conector principal. Justifique su respuesta.

a) $((p \wedge q) \vee (r \rightarrow s)) \rightarrow r.$

b) $p \vee q \rightarrow r \rightarrow s \leftrightarrow t.$

7. Para cada una de las expresiones del ejercicio anterior, construya los árboles de análisis sintáctico.

8. Llene las partes que faltan y escriba en qué consiste la expresión E .

a)
$$\frac{p \leftrightarrow p \vee 0}{p \vee 0 \vee Q \leftrightarrow ?}$$

b)
$$\frac{b \cdot c = y + w}{x + y + w = ?}$$

9. Utilizando únicamente la tabla de equivalencias dada en clase, demuestre las siguientes equivalencias lógicas mediante razonamiento ecuacional. Justifique cada paso.

$$\begin{aligned} a) (A \vee B) \rightarrow Q &\equiv (A \rightarrow Q) \wedge (B \rightarrow Q). & c) (A \wedge B) \rightarrow Q &\equiv A \rightarrow (B \rightarrow Q). \\ b) (A \wedge B) \rightarrow Q &\equiv (A \rightarrow Q) \vee (B \rightarrow Q). \end{aligned}$$

10. Para cada una de las siguientes fórmulas, determine si son o no satisfacibles. En caso de serlo, muestre un modelo para cada una de ellas, y en caso de no serlo, demuestre que cada estado evalúa a **falso**.

$$\begin{aligned} a) (P \vee Q) \wedge \neg P \wedge \neg Q. \\ b) (\neg P \vee Q) \rightarrow ((P \wedge R) \leftrightarrow ((S \wedge T) \rightarrow (U \vee P))). \end{aligned}$$

11. Decida si los siguientes conjuntos son satisfacibles. Justifique su respuesta.

$$\begin{aligned} a) \Gamma = \{p \rightarrow q, p \vee r \wedge s, q \rightarrow t\}. \\ b) \Gamma = \{p \vee q \vee r, \neg(r \vee \neg s), s \leftrightarrow t, p \rightarrow \neg t, q \rightarrow (p \vee \neg t)\}. \end{aligned}$$

12. Para los siguientes argumentos, decida si son correctos y en caso de no serlo dé una interpretación que haga verdaderas a las premisas y falsa a la conclusión.

$$\begin{aligned} a) p \rightarrow q, p \vee r, \neg(r \wedge s) / \therefore (p \rightarrow q) \rightarrow (q \vee \neg s). \\ b) p \vee q, \neg(p \wedge r), \neg q / \therefore r \rightarrow s. \end{aligned}$$

13. Construya las siguientes derivaciones.

$$\begin{aligned} a) p \wedge (\neg r \wedge \neg w), l, r \wedge z \vdash \neg r \wedge (l \wedge z). \\ b) p \vee \neg(r \vee s), r, l \rightarrow \neg p \vdash \neg l. \\ c) \vdash (p \rightarrow q) \rightarrow (p \vee q \rightarrow q). \end{aligned}$$

14. Construya la derivación del siguiente argumento para demostrar que es correcto.

Si procrastinas en Helheim o en Asgard, entonces eres un Æsir. Procrastinas en Helheim. Pero, ser gobernado por Odín, es necesario para ser un Æsir. Por lo tanto, eres gobernado por Odín o procrastinas en Asgard.

15. Usando tableaux, determine la correctud del siguientes argumento,

$$(P \vee Q) \rightarrow R, P, R \rightarrow T / \therefore T \vee Q.$$

16. Usando tableaux, demuestre que la siguiente fórmula es una tautología

$$p \vee (\neg p \wedge q) \rightarrow p \vee q.$$