Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Estructuras Discretas
Tarea 1

Rubí Rojas Tania Michelle
taniarubi@ciencias.unam.mx
cuenta: 315121719

1 de septiembre de 2017

1. Demuestre que las siguientes expresiones están bien formadas.

   - $-((a+b)*c)+1$
   - $((p \to q) \land (r \to s)) \lor r$

2. Determine cuáles de las siguientes oraciones son proposiciones atómicas, cuáles son proposiciones no atómicas y cuáles no son proposiciones. Justifique su respuesta.

   a) El grito de Dolores, en 1810, sentó las bases para la independencia de México.
   b) Para pasar el examen es necesario que los alumnos estudien, hagan la tarea y asistan a clase.
   c) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + a^3$
   d) $x \neq y$. (Donde el operador binario $\neq$ evalúa a **verdadero** si x es distinto de y y a **falso** si x es igual a y)
   e) Asgard es el mundo de los AEsir y en Svartálfaheim habitan los Svartalfar.

3. De los incisos de la pregunta anterior que son proposiciones, exhiba una traducción al lenguaje de la lógica proposicional.

4. Coloque los paréntesis en las siguientes expresiones de acuerdo a la precedencia y asociatividad de los operadores, sin preocuparse por la evaluación de la expresión.

   a) $-b + b ** 2 - 4 \cdot a \cdot c / 2 \cdot a$
   b) $p \land q \lor r \to s \leftrightarrow p \lor q$
   c) $a < b \land b < c \to a < b$
   d) $a \cdot b - a \cdot c \leftrightarrow a > 0 \land b > c$

5. Ejecute las siguientes sustituciones textuales simultáneas, fijándose bien en la colocación de los paréntesis. Quite los paréntesis que son redundantes.

   a) $5x + 3y * a - 4y[y := x]$
   b) $(5x + 3y * a - 4y)[y := x]$

c) $(5x + 3y * a - 4y)[y,\ x := x,\ y]$
d) $(5x + 3y * a - 4y)[y := x][x := 3]$

6. Para las siguientes expresiones, determine a qué esquema pertenecen, dé el rango y conectivo principal. Justifique su respuesta.

   a) $((p \land q) \lor (r \to s)) \to r$
   b) $p \lor q \to r \to s \to t$

7. Para cada una de las expresiones del ejercicio anterior, construya los árboles de análisis sintáctico.

8. Llene las partes que faltan y escriba en qué consiste la expresión E.

9. Utilizando únicamente la tabla de equivalencias dada en clase, demuestre las siguientes equivalencias lógicas mediante razonamiento ecuacional. Justifique cada paso.

   a) $(A \lor B) \to Q \equiv (A \to Q) \land (B \to Q)$

   Demostración.

$$\begin{aligned}
(A \lor B) \to Q &\equiv \neg(A \lor B) \lor Q && \text{equivalencia de } \to \\
&\equiv (\neg A \land \neg B) \lor Q && \text{De Morgan} \\
&\equiv (\neg A \lor Q) \land (\neg B \lor Q) && \text{distributividad} \\
&\equiv (A \to Q) \land (B \to Q) && \text{equivalencia de } \to
\end{aligned}$$

□

   b) $(A \land B) \to Q \equiv (A \to Q) \lor (B \to Q)$

   Demostración.

$$\begin{aligned}
(A \land B) \to Q &\equiv \neg(A \land B) \lor Q && \text{equivalencia de } \to \\
&\equiv (\neg A \lor \neg B) \lor Q && \text{De Morgan} \\
&\equiv (\neg A \lor \neg B) \lor (Q \lor Q) && \text{idempotencia} \\
&\equiv (\neg A \lor Q) \lor (\neg B \lor Q) && \text{distributividad} \\
&\equiv (A \to Q) \lor (B \to Q) && \text{equivalencia de } \to
\end{aligned}$$

□

   c) $(A \land B) \to Q \equiv A \to (B \to Q)$

   Demostración.

$$\begin{aligned}
(A \land B) \to Q &\equiv \neg(A \land B) \lor Q && \text{equivalencia de } \to \\
&\equiv (\neg A \lor \neg B) \lor Q && \text{De Morgan} \\
&\equiv \neg A \lor (\neg B \lor Q) && \text{asociatividad} \\
&\equiv A \to (B \to Q) && \text{equivalencia de } \to
\end{aligned}$$

□

10. Para cada una de las siguientes fórmulas, determine si son o no satisfacibles. En caso de serlo, muestre un modelo para cada una de ellas, y en caso de no serlo, demuestre que cada estado evalúa a falso.

a) $(P \lor Q) \land \neg P \land \neg Q$

b) $(\neg P \lor Q) \to ((P \land R) \leftrightarrow ((S \land T) \to (U \lor P)))$

11. Decida si los siguientes conjuntos son satisfacibles. Justifique su respuesta.
    - $\Gamma = \{p \to q,\ p \lor r \land s,\ q \to t\}$
    - $\Gamma = \{p \lor q \lor r,\ \neg(r \lor \neg s),\ s \leftrightarrow t,\ p \to \neg t,\ q \to (p \lor \neg t)\}$

12. Para los siguientes argumentos, decida si son correctos y en caso de no serlo dé una interpretación que haga verdaderas a las premisas y falsa a la conclusión.
    - $p \to q,\ p \lor r,\ \neg(r \land s),\ / \therefore (p \to q) \to (q \lor \neg s)$
    - $p \lor q,\ \neg(p \land r),\ \neg q\ / \therefore r \to s$

13. Construya las siguientes derivaciones.
    - $p \land (\neg r \land \neg w),\ l,\ r \land z \vdash \neg r \land (l \land z)$
    - $p \lor \neg(r \lor s),\ r,\ l \to \neg p \vdash \neg l$
    - $\vdash (p \to q) \to (p \lor q \to q)$

14. Construya la derivación del siguiente argumento para demostrar que es correcto.

    Si procastinas en Helheim o en Asgard, entonces eres un AEsir. Procastinas en Helheim. Pero, ser gobernado por Odín, es necesario para ser un AEsir. Por lo tanto, eres gobernado por Odín o procastinas en Asgard.

15. Usando Tableaux, determine la correctud del siguiente argumento.

$$(P \to Q) \to R,\ P,\ R \to T\ / \therefore T \lor Q$$

16. Usando Tableaux, demuestre que la siguiente fórmula es una tautología.

$$p \lor (\neg p \land q) \to p \lor q$$