Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Estructuras Discretas
Tarea 1

Rubí Rojas Tania Michelle
taniarubi@ciencias.unam.mx
cuenta: 315121719

1 de septiembre de 2017

1. Demuestre que las siguientes expresiones están bien formadas.

   - $-((a+b)*c)+1$
   - $((p \to q) \land (r \to s)) \lor r$

2. Determine cuáles de las siguientes oraciones son proposiciones atómicas, cuáles son proposiciones no atómicas y cuáles no son proposiciones. Justifique su respuesta.

   a) El grito de Dolores, en 1810, sentó las bases para la independencia de México.

   Solución: Esta oración es una proposición ya que puede calificarse como falso o verdadero, y es atómica porque no puede descomponerse en más proposiciones debido a que no contiene conectivos lógicos.

   b) Para pasar el examen es necesario que los alumnos estudien, hagan la tarea y asistan a clase.

   Solución: Esta oración es una proposición ya que puede calificarse como falso o verdadero, y es compuesta porque puede descomponerse en más proposiciones debido a que contiene los conectivos lógicos *es necesario*, e *y*.

   c) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + a^3$

   Solución: Esta oración no es una proposición ya que no puede calificarse como falso o verdadero.

   d) $x \neq y$. (Donde el operador binario $\neq$ evalúa a **verdadero** si x es distinto de y y a **falso** si x es igual a y)

   Solución: Esta oración es una proposición ya que puede calificase como falso o verdadero (gracias a su operador binario), y es atómica porque no puede descomponerse en más proposiciones debido a que no contiene conectivos lógicos.

   e) Asgard es el mundo de los AEsir y en Svartálfaheim habitan los Svartalfar.

   Solución: Esta oración es una proposción ya que puede calificarse como falso o verdadero, y es compuesta porque contiene el conectivo lógico *y*.

3. De los incisos de la pregunta anterior que son proposiciones, exhiba una traducción al lenguaje de la lógica proposicional.

4. Coloque los paréntesis en las siguientes expresiones de acuerdo a la precedencia y asociatividad de los operadores, sin preocuparse por la evaluación de la expresión.

   a) $-b + b**2 - 4 \cdot a \cdot c/2 \cdot a$
   b) $p \wedge q \vee r \to s \leftrightarrow p \vee q$
   c) $a < b \wedge b < c \to a < b$
   d) $a \cdot b - a \cdot c \leftrightarrow a > 0 \wedge b > c$

5. Ejecute las siguientes sustituciones textuales simultáneas, fijándose bien en la colocación de los paréntesis. Quite los paréntesis que son redundantes.

   a) $5x + 3y * a - 4y[y := x]$
   b) $(5x + 3y * a - 4y)[y := x]$
   c) $(5x + 3y * a - 4y)[y,\ x := x,\ y]$
   d) $(5x + 3y * a - 4y)[y := x][x := 3]$

6. Para las siguientes expresiones, determine a qué esquema pertenecen, dé el rango y conectivo principal. Justifique su respuesta.

   a) $((p \wedge q) \vee (r \to s)) \to r$
   b) $p \vee q \to r \to s \to t$

7. Para cada una de las expresiones del ejercicio anterior, construya los árboles de análisis sintáctico.

8. Llene las partes que faltan y escriba en qué consiste la expresión E.

9. Utilizando únicamente la tabla de equivalencias dada en clase, demuestre las siguientes equivalencias lógicas mediante razonamiento ecuacional. Justifique cada paso.

   a) $(A \vee B) \to Q \equiv (A \to Q) \wedge (B \to Q)$

   Demostración.

$$\begin{aligned}
(A \vee B) \to Q &\equiv \neg(A \vee B) \vee Q && \text{equivalencia de } \to \\
&\equiv (\neg A \wedge \neg B) \vee Q && \text{De Morgan} \\
&\equiv (\neg A \vee Q) \wedge (\neg B \vee Q) && \text{distributividad} \\
&\equiv (A \to Q) \wedge (B \to Q) && \text{equivalencia de } \to
\end{aligned}$$

□

   b) $(A \wedge B) \to Q \equiv (A \to Q) \vee (B \to Q)$

   Demostración.

$$\begin{aligned}
(A \wedge B) \to Q &\equiv \neg(A \wedge B) \vee Q && \text{equivalencia de } \to \\
&\equiv (\neg A \vee \neg B) \vee Q && \text{De Morgan} \\
&\equiv (\neg A \vee \neg B) \vee (Q \vee Q) && \text{idempotencia} \\
&\equiv (\neg A \vee Q) \vee (\neg B \vee Q) && \text{distributividad} \\
&\equiv (A \to Q) \vee (B \to Q) && \text{equivalencia de } \to
\end{aligned}$$

□

c) $(A \wedge B) \to Q \equiv A \to (B \to Q)$

Demostración.

$$\begin{aligned}
(A \wedge B) \to Q &\equiv \neg(A \wedge B) \vee Q && \text{equivalencia de } \to \\
&\equiv (\neg A \vee \neg B) \vee Q && \text{De Morgan} \\
&\equiv \neg A \vee (\neg B \vee Q) && \text{asociatividad} \\
&\equiv A \to (B \to Q) && \text{equivalencia de } \to
\end{aligned}$$

□

10. Para cada una de las siguientes fórmulas, determine si son o no satisfacibles. En caso de serlo, muestre un modelo para cada una de ellas, y en caso de no serlo, demuestre que cada estado evalúa a falso.

    a) $(P \vee Q) \wedge \neg P \wedge \neg Q$
    Solución: La fórmula es satisfacible.
    Primero

    b) $(\neg P \vee Q) \to ((P \wedge R) \leftrightarrow ((S \wedge T) \to (U \vee P)))$

11. Decida si los siguientes conjuntos son satisfacibles. Justifique su respuesta.

    - $\Gamma = \{p \to q,\ p \vee r \wedge s,\ q \to t\}$
    - $\Gamma = \{p \vee q \vee r,\ \neg(r \vee \neg s),\ s \leftrightarrow t,\ p \to \neg t,\ q \to (p \vee \neg t)\}$

12. Para los siguientes argumentos, decida si son correctos y en caso de no serlo dé una interpretación que haga verdaderas a las premisas y falsa a la conclusión.

    - $p \to q,\ p \vee r,\ \neg(r \wedge s),\ / \therefore (p \to q) \to (q \vee \neg s)$
    - $p \vee q,\ \neg(p \wedge r),\ \neg q\ / \therefore r \to s$

13. Construya las siguientes derivaciones.

    - $p \wedge (\neg r \wedge \neg w),\ l,\ r \wedge z \vdash \neg r \wedge (l \wedge z)$
    - $p \vee \neg(r \vee s),\ r,\ l \to \neg p \vdash \neg l$
    - $\vdash (p \to q) \to (p \vee q \to q)$

14. Construya la derivación del siguiente argumento para demostrar que es correcto.

    Si procastinas en Helheim o en Asgard, entonces eres un AEsir. Procastinas en Helheim. Pero, ser gobernado por Odín, es necesario para ser un AEsir. Por lo tanto, eres gobernado por Odín o procastinas en Asgard.

15. Usando Tableaux, determine la correctud del siguiente argumento.

$$(P \to Q) \to R,\ P,\ R \to T\ / \therefore T \vee Q$$

16. Usando Tableaux, demuestre que la siguiente fórmula es una tautología.

$$p \vee (\neg p \wedge q) \to p \vee q$$