

Estructuras Discretas

Tarea 2

Fecha de entrega: Lunes 2 de octubre del 2017

Profesor: Karla Vargas

Ayudantes: Diana Montes y Pedro Cervantes

IMPORTANTE: Resuelve de manera ordenada los siguientes ejercicios. Indica claramente el número de pregunta que estás resolviendo, dónde empieza y dónde termina. Escribe de manera ordenada las preguntas, empieza por la 1, luego la 2, etc. Se penalizarán las tareas que no se entreguen con letra clara o con preguntas desordenadas.

1. **(1.5 ptos)** Sean $f^{(1)}$, $g^{(2)}$ símbolos de función, $P^{(1)}$ símbolo de predicado. Clasifica las siguientes fórmulas como términos, fórmulas atómicas, fórmulas cuantificadas (con cuantificadores pero con presencias de variables libres) o enunciados (fórmulas con cuantificadores sin variable libres) según el caso, justifica tu respuesta.
 - a) $f(g(a, b))$
 - b) $\neg \forall x \forall y (P(f(x)) \wedge Q(x, y))$
 - c) $P(g(f(x), y))$
 - d) $\exists x \forall y \exists z (R(x, y, z) \wedge Q(x, f(y)) \rightarrow P(g(x, y)))$
 - e) $\forall x \forall y \forall z (P(x, y) \wedge R(y, z)) \vee \exists z (Q(x, y, z))$
2. **(3.5 ptos)** Traduce los siguientes enunciados a lógica de predicados. Indica de manera clara la traducción de los predicados que utilizarás y el universo de discurso.
 - a) Todos los voluntarios ayudan a alguien.
 - b) Armando puede ayudar únicamente a un mexicano.
 - c) Ningún militar puede ayudar a todas las personas.
 - d) Hay un mexicano al que todos los militares y japoneses lo ayudan.
 - e) Algún mexicano o ayuda a todos o a nadie.
 - f) Hay algún mexicano que no puede ser ayudado por algún japonés.
 - g) Algunos alemanes sólo ayudan a mexicanos.
 - h) Exactamente una persona ayuda a todos menos a sí misma.
 - i) Exactamente una persona sólo se ayuda a sí misma.
 - j) Algunas militares no ayudan a los mexicanos.
 - k) Todos los voluntarios japoneces ayudan a algún mexicano.

- l) Armando ayuda a los mexicanos, por lo tanto los voluntarios ayudarán a los mexicanos.

3. (2 ptos) Considera los siguientes predicados:

- $P(x)$ x es un número par
- $M(x, y)$ x es menor que y
- $G(x, y)$ la división de x entre y está dentro del conjunto.

Por ejemplo, la división de los números naturales 6 entre 2 es 3, el cuál está en los naturales, así que $G(6, 3)$ es verdadero en los números naturales. La división de los números enteros -5 entre 2 es $-\frac{5}{2}$, la cual no es un entero, por lo que $G(-5, 2)$ es falso en los números enteros pero en el dominio de los números reales este último sería verdadero.

Y los siguientes enunciados

- a) $\forall x \forall y (M(x, y) \rightarrow \exists z (M(x, z) \wedge M(z, y)))$
- b) $\forall x (P(x) \rightarrow M(0, x))$
- c) $\forall x \forall y (x \neq 0 \wedge y \neq 0 \rightarrow (G(x, y) \wedge G(y, x)))$
- d) La negación del inciso c)

Evalúa su valor de verdad con respecto a los siguientes universos del discurso. Para aquellos enunciados que sean falsos, exhibe un contraejemplo.

- a) Los números naturales (el 0 también es natural)
- b) Los números reales
- c) Los números enteros

4. (3 pto) El micromundo de figuras tiene los enunciados siguientes:

- $T(x)$, $C(x)$ y $S(x)$ tales que x es triángulo, cuadrado o círculo respectivamente
- $P(x)$, $M(x)$ y $G(x)$ tales que x es pequeño, mediano o grande respectivamente
- $Su(x, y)$, $N(x, y)$, $E(x, y)$ y $O(x, y)$ para indicar que x está al sur, norte, este u oeste de y respectivamente
- $Co(x, y)$ y $R(x, y)$ para indicar que x está en la misma columna o renglón que y respectivamente

Para cada una de las siguientes fórmulas, escribe su traducción al español, da un micromundo no vacío donde la fórmula sea verdad y uno donde sea falsa.

- a) $\exists x \exists y \exists z (T(x) \wedge C(y) \wedge S(z) \wedge N(x, y) \wedge N(y, z))$
- b) $\forall x (S(x) \rightarrow \neg G(x)) \wedge \forall x (C(x) \rightarrow \exists y (Co(x, y) \wedge T(x) \wedge P(x)))$
- c) $\forall x \exists y (R(x, y) \rightarrow (M(x) \vee G(y)))$
- d) $\exists x (C(x) \wedge \forall y (N(y, x) \rightarrow P(y) \vee S(y))) \wedge \forall w (C(w) \rightarrow \exists y (G(y) \wedge E(y, w)))$