

Universidad Nacional Autónoma de México  
Facultad de Ciencias  
Estructuras Discretas  
Tarea 1

Rubí Rojas Tania Michelle  
taniarubi@ciencias.unam.mx  
# cuenta: 315121719

1 de septiembre de 2017

1. Demuestre que las siguientes expresiones están bien formadas.

- $-((a + b) * c) + 1$
- $((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)) \vee r$

2. Determine cuáles de las siguientes oraciones son proposiciones atómicas, cuáles son proposiciones no atómicas y cuáles no son proposiciones. Justifique su respuesta.

a) El grito de Dolores, en 1810, sentó las bases para la independencia de México.

SOLUCIÓN: Esta oración es una proposición ya que puede calificarse como falso o verdadero, y es atómica porque no puede descomponerse en más proposiciones debido a que no contiene conectivos lógicos.

b) Para pasar el examen es necesario que los alumnos estudien, hagan la tarea y asistan a clase.

SOLUCIÓN: Esta oración es una proposición ya que puede calificarse como falso o verdadero, y es compuesta porque puede descomponerse en más proposiciones debido a que contiene los conectivos lógicos *es necesario*, e *y*.

c)  $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + a^3$

SOLUCIÓN: Esta oración no es una proposición ya que no puede calificarse como falso o verdadero.

d)  $x \neq y$ . (Donde el operador binario  $\neq$  evalúa a **verdadero** si  $x$  es distinto de  $y$  y a **falso** si  $x$  es igual a  $y$ )

SOLUCIÓN: Esta oración es una proposición ya que puede calificarse como falso o verdadero (gracias a su operador binario), y es atómica porque no puede descomponerse en más proposiciones debido a que no contiene conectivos lógicos.

e) Asgard es el mundo de los AEsir y en Svartálfaheim habitan los Svartalfar.

SOLUCIÓN: Esta oración es una proposición ya que puede calificarse como falso o verdadero, y es compuesta porque contiene el conectivo lógico *y*.

3. De los incisos de la pregunta anterior que son proposiciones, exhiba una traducción al lenguaje de la lógica proposicional.

a)  $p$

Donde  $p$  : el grito de Dolores, en 1810, sentó las bases para la independencia de México.

b)  $p \rightarrow (q \wedge r \wedge s)$

Donde

- $p$  : los alumnos pasan el examen.
- $q$  : los alumnos estudian.
- $r$  : los alumnos hacen la tarea.
- $s$  : los alumnos asisten a clase.

d)  $p$

Donde  $p$  :  $x \neq y$

e)  $p \wedge q$

Donde

- $p$  : Asgard es el mundo de los AEsir.
- $q$  : en Svartálfaheim habitan los Svartalfar.

4. Coloque los paréntesis en las siguientes expresiones de acuerdo a la precedencia y asociatividad de los operadores, sin preocuparse por la evaluación de la expresión.

a)  $-b + b * 2 - 4 \cdot a \cdot c / 2 \cdot a$

b)  $p \wedge q \vee r \rightarrow s \leftrightarrow p \vee q$

c)  $a < b \wedge b < c \rightarrow a < b$

d)  $a \cdot b - a \cdot c \leftrightarrow a > 0 \wedge b > c$

5. Ejecute las siguientes sustituciones textuales simultáneas, fijándose bien en la colocación de los paréntesis. Quite los paréntesis que son redundantes.

a)  $5x + 3y * a - 4y[y := x]$

b)  $(5x + 3y * a - 4y)[y := x]$

c)  $(5x + 3y * a - 4y)[y, x := x, y]$

d)  $(5x + 3y * a - 4y)[y := x][x := 3]$

6. Para las siguientes expresiones, determine a qué esquema pertenecen, dé el rango y conector principal. Justifique su respuesta.

a)  $((p \wedge q) \vee (r \rightarrow s)) \rightarrow r$

b)  $p \vee q \rightarrow r \rightarrow s \rightarrow t$

7. Para cada una de las expresiones del ejercicio anterior, construya los árboles de análisis sintáctico.

8. Llene las partes que faltan y escriba en qué consiste la expresión  $E$ .

9. Utilizando únicamente la tabla de equivalencias dada en clase, demuestre las siguientes equivalencias lógicas mediante razonamiento ecuacional. Justifique cada paso.

a)  $(A \vee B) \rightarrow Q \equiv (A \rightarrow Q) \wedge (B \rightarrow Q)$

*Demostración.*

$$\begin{aligned}
 (A \vee B) \rightarrow Q &\equiv \neg(A \vee B) \vee Q && \text{equivalencia de } \rightarrow \\
 &\equiv (\neg A \wedge \neg B) \vee Q && \text{De Morgan} \\
 &\equiv (\neg A \vee Q) \wedge (\neg B \vee Q) && \text{distributividad} \\
 &\equiv (A \rightarrow Q) \wedge (B \rightarrow Q) && \text{equivalencia de } \rightarrow
 \end{aligned}$$

□

b)  $(A \wedge B) \rightarrow Q \equiv (A \rightarrow Q) \vee (B \rightarrow Q)$

*Demostración.*

$$\begin{aligned}
 (A \wedge B) \rightarrow Q &\equiv \neg(A \wedge B) \vee Q && \text{equivalencia de } \rightarrow \\
 &\equiv (\neg A \vee \neg B) \vee Q && \text{De Morgan} \\
 &\equiv (\neg A \vee \neg B) \vee (Q \vee Q) && \text{idempotencia} \\
 &\equiv (\neg A \vee Q) \vee (\neg B \vee Q) && \text{distributividad} \\
 &\equiv (A \rightarrow Q) \vee (B \rightarrow Q) && \text{equivalencia de } \rightarrow
 \end{aligned}$$

□

c)  $(A \wedge B) \rightarrow Q \equiv A \rightarrow (B \rightarrow Q)$

*Demostración.*

$$\begin{aligned}
 (A \wedge B) \rightarrow Q &\equiv \neg(A \wedge B) \vee Q && \text{equivalencia de } \rightarrow \\
 &\equiv (\neg A \vee \neg B) \vee Q && \text{De Morgan} \\
 &\equiv \neg A \vee (\neg B \vee Q) && \text{asociatividad} \\
 &\equiv A \rightarrow (B \rightarrow Q) && \text{equivalencia de } \rightarrow
 \end{aligned}$$

□

10. Para cada una de las siguientes fórmulas, determine si son o no satisfacibles. En caso de serlo, muestre un modelo para cada una de ellas, y en caso de no serlo, demuestre que cada estado evalúa a falso.

a)  $(P \vee Q) \wedge \neg P \wedge \neg Q$

SOLUCIÓN: La fórmula es satisfacible.

Primero

b)  $(\neg P \vee Q) \rightarrow ((P \wedge R) \leftrightarrow ((S \wedge T) \rightarrow (U \vee P)))$

11. Decida si los siguientes conjuntos son satisfacibles. Justifique su respuesta.

- $\Gamma = \{p \rightarrow q, p \vee r \wedge s, q \rightarrow t\}$
- $\Gamma = \{p \vee q \vee r, \neg(r \vee \neg s), s \leftrightarrow t, p \rightarrow \neg t, q \rightarrow (p \vee \neg t)\}$

12. Para los siguientes argumentos, decida si son correctos y en caso de no serlo dé una interpretación que haga verdaderas a las premisas y falsa a la conclusión.

- $p \rightarrow q, p \vee r, \neg(r \wedge s), / \therefore (p \rightarrow q) \rightarrow (q \vee \neg s)$
- $p \vee q, \neg(p \wedge r), \neg q / \therefore r \rightarrow s$

13. Construya las siguientes derivaciones.

- $p \wedge (\neg r \wedge \neg w), l, r \wedge z \vdash \neg r \wedge (l \wedge z)$
- $p \vee \neg(r \vee s), r, l \rightarrow \neg p \vdash \neg l$
- $\vdash (p \rightarrow q) \rightarrow (p \vee q \rightarrow q)$

14. Construya la derivación del siguiente argumento para demostrar que es correcto.

Si procrastinas en Helheim o en Asgard, entonces eres un AEsir. Procastinas en Helheim. Pero, ser gobernado por Odín, es necesario para ser un AEsir. Por lo tanto, eres gobernado por Odín o procrastinas en Asgard.

15. Usando Tableaux, determine la correctud del siguiente argumento.

$$(P \rightarrow Q) \rightarrow R, P, R \rightarrow T / \therefore T \vee Q$$

16. Usando Tableaux, demuestre que la siguiente fórmula es una tautología.

$$p \vee (\neg p \wedge q) \rightarrow p \vee q$$