

Facultad de Ciencias, UNAM
Lenguajes de Programación
Tarea 2

Hernández Salinas Óscar
Rubí Rojas Tania Michelle

19 de octubre de 2020

1. Define las siguientes funciones sobre expresiones del lenguaje WAE:

- a) La función `libres`: $WAE \rightarrow (\text{listof symbol})$ que dada una expresión de tipo WAE devuelve una lista con los identificadores libres (sin repeticiones) contenidos en ésta.

SOLUCIÓN:

```
(define (libres expr)
  (type-case WAE expr
    [id (i) (list i)]
    [num (n) '()]
    [add (lhs rhs) (union (libres lhs) (libres rhs))]
    [sub (lhs rhs) (union (libres lhs) (libres rhs))]
    [with (id value body)
      (union (libres-aux value (list id))
              (libres-aux body (list id)))]))

(define (libres-aux expr lst)
  (type-case WAE expr
    [id (i) (if (not (member? i lst))
                 (list i)
                 '())]
    [num (n) '()]
    [add (lhs rhs) (union (libres-aux lhs lst) (libres-aux rhs lst))]
    [sub (lhs rhs) (union (libres-aux lhs lst) (libres-aux rhs lst))]
    [with (id value body)
      (union (libres-aux value (union lst (list id)))
              (libres-aux body (union lst (list id))))]))
```

- b) La función `ligadas: WAE → (listof symbol)` que dada una expresión de tipo WAE devuelve una lista con identificadores ligados (sin repeticiones) contenidos en ésta.

SOLUCIÓN:

```
(define (ligadas expr)
  (type-case WAE expr
    [id (i) '()]
    [num (n) '()]
    [add (lhs rhs) (union (ligadas lhs) (ligadas rhs))]
    [sub (lhs rhs) (union (ligadas lhs) (ligadas rhs))]
    [with (id value body)
      (union (ligadas-aux value (list id))
              (ligadas-aux body (list id))))])

(define (ligadas-aux expr lst)
  (type-case WAE expr
    [id (i) (if (member? i lst)
                 (list i)
                 '())]
    [num (n) '()]
    [add (lhs rhs) (union (ligadas-aux lhs lst) (ligadas-aux rhs lst))]
    [sub (lhs rhs) (union (ligadas-aux lhs lst) (ligadas-aux rhs lst))]
    [with (id value body)
      (union (ligadas-aux value (union lst (list id)))
              (ligadas-aux body (union lst (list id))))])
```

- c) La función `de-ligado: WAE → (listof symbol)` que dada una expresión de tipo WAE devuelve una lista con identificadores de ligado (sin repeticiones) contenidos en ésta.

SOLUCIÓN:

```
(define (de-ligado expr)
  (type-case WAE expr
    [id (i) '()]
    [num (n) '()]
    [add (lhs rhs) (union (de-ligado lhs) (de-ligado rhs))]
    [sub (lhs rhs) (union (de-ligado lhs) (de-ligado rhs))]
    [with (id value body)
      (union (list id) (de-ligado value) (de-ligado body))])
```

2. Sea e una expresión del lenguaje WAE. Suponiendo que $(\text{libres } e) = '()$, demostrar o dar un contraejemplo de la siguiente desigualdad.

$$(\text{length } (\text{ligada } e)) \leq (\text{length } (\text{de-ligado } e))$$

Demostración. Sea e la siguiente expresión del lenguaje WAE

`{with {a 17} {+ a {+ a {+ a {+ a a}}}}}`

donde el símbolo de color azul es una variable de **de-ligado** y los símbolos de color rojo son variables **ligadas**. Notemos, además, que no tenemos variables **libres**.

Así,

$$(\text{length}(\text{ligada } e)) = 5 \not\leq 1 (\text{length}(\text{de-ligado } e))$$

Por lo tanto, la desigualdad $(\text{length}(\text{ligada } e)) \leq (\text{length}(\text{de-ligado } e))$ es falsa.

□

3. Realiza las siguientes sustituciones cuidando el alcance de las variables correspondientes. Indica para cada expresión los identificadores libres, de ligado y ligados.

a) $\{\text{with } \{w \{- u 8\}\} \{\text{with } \{v 5\} \{+ w \{+ y x\}\}\} \} [x := \{+ u v\}]$

SOLUCIÓN:

b) $\{\text{with } \{y \{+ x v\}\} \{\text{with } \{z x\} \{- x \{- y z\}\}\} \} [x := \{- y z\}]$

SOLUCIÓN:

c) $\{\text{with } \{y \{- z 3\}\} \{+ x \{+ y 11\}\} \} [x := \{- y \{z 23\}\}]$

SOLUCIÓN:

4. Convierte las siguientes expresiones a su respectiva versión usando índices de *De Bruijn*.

a) $\{\text{with } \{a 2\} \{\text{with } \{b 3\} \{\text{with } \{c 4\} \{\text{with } \{d \{+ a \{- b c\}\}\} \{\text{with } \{f \{\text{with } \{a \{+ b c\}\} a\} \{+ d \{\text{with } \{b \{- d f\}\} \{- b c\}\}\}\}\}\}\}$

SOLUCIÓN:

$\{\text{with } 2 \{\text{with } 3 \{\text{with } 4 \{\text{with } \{+ <:2> \{- <:1> <:0>\}\} \{\text{with } \{\text{with } \{+ <:2> <:1>\} <:0>\} \{+ <:1> \{\text{with } \{- <:1> <:0>\} \{- <:0> <:2>\}\}\}\}\}\}$

b) $\{\text{with } \{\{a 2\} \{b 3\} \{c \{\text{with } \{\{a 2\}\} \{+ 2 3\}\}\}\} \{\text{with } \{\{d 8\}\} \{\text{with } \{\{a c\} \{b \{- 8 d\}\} \{c \{+ b b\}\}\} \{\text{with } \{\{g \{\text{with } \{\{z a\} \{y b\} \{z d\}\} 1\}\} \{+ g \{- d c\}\}\}\}\}\}$

SOLUCIÓN:

$\{\text{with } \{2 3 \{\text{with } \{2\} \{+ 2 3\}\}\} \{\text{with } \{8\} \{\text{with } \{\{<:1, 2>\} \{\{- 8 <:0, 0>\}\} \{\{+ <:1, 1> <:1, 1>\}\}\} \{\text{with } \{\{\text{with } \{\{<:0, 0>\} \{<:0, 1>\} \{<:1, 0>\}\} 1\} \{+ <:0, 0> \{- <:2, 0> <:1, 2>\}\}\}\}\}$

5. Dadas las siguientes expresiones representadas mediante índices de *De Bruijn*, obtén su respectiva versión usando identificadores de variables.

a) {with {+ 2 3}
 {with 17
 {with {+ <:0> <:0>}
 {with {- <:0> {+ <:1> <:2>}}
 {with {with 2 {+ <:0> 3}}
 {- <:3> {+ <:2> {+ <:0> <:1>}}}}}}}}}

SOLUCIÓN:

b) {with {1 2 3}
 {with {4 5 6}
 {with {{with {{+ <:0 1> <:1 2>} {- <:1 1> <:0 0>}} 3}}
 {+ <:3 2> {+ <:2 1> {+ <:1 0> <:0 0>}}}}}}}

SOLUCIÓN:

6. Determina el valor de la siguiente expresión y responde las siguientes preguntas: ¿puede haber otro resultado correcto? ¿por qué? ¿cuál es el correcto?

{with {a 2}
 {with {b 3}
 {with {c {+ a b}}
 {with {a -2}
 {with {b -3}
 {+ c c}}}}}}}

SOLUCIÓN: