

Examen 13

Tania Michelle Rubí Rojas

Semestre 2023-1

Versión 02

Nombre y número de cuenta: _____

Indicaciones especiales:

- No se pueden utilizar resultados que resuelvan directamente los ejercicios.
- Para cada ejercicio, si así lo requiere, se debe indicar claramente sobre cuál variable se está realizando la inducción.
- Para cada ejercicio, si así lo requiere, se debe indicar claramente cuál es el caso base, la hipótesis de inducción y el paso inductivo; además de indicar cuál es la conclusión obtenida de la demostración.
- Se debe justificar cada uno de los pasos que se realicen.
- La letra debe ser lo más clara posible. En caso de que sea ilegible, la calificación automática será de cero.

① En cualquier grupo de $k \geq 1$ personas, cada persona debe dar la mano a todas las demás. **Encuentra** una fórmula para el número de apretones de manos y **demuestra** que la fórmula es correcta usando **inducción**.

② En una granja con mucho folklore se discute acerca del siguiente razonamiento:

El día que nace un becerro, cualquiera lo puede cargar con facilidad. Y los becerros no crecen demasiado en un día, entonces si puedes cargar a un becerro un día, lo puedes cargar también al día siguiente. Siguiendo con este razonamiento, entonces también debería ser posible cargar al becerro el día siguiente y el siguiente y así sucesivamente. Pero después de un año, el becerro se va a convertir en una vaca adulta de 1000kg, algo que claramente ya no puedes cargar.

Demuestra, si es posible, que el argumento es correcto usando **inducción matemática**. En caso contrario, **justifica ampliamente** en dónde está el error en el razonamiento inductivo.

③ Sea $\{b_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ la sucesión definida por

$$s_0 = 2$$

$$s_1 = 3$$

$$s_n = s_{n-1} \cdot s_{n-2}$$

para toda $n \geq 3 \in \mathbb{N}$

Realiza lo siguiente:

- **Encuentra** una fórmula explícita para s_n .
- **Demuestra** usando **inducción fuerte** que tu fórmula funciona.