
Mission 09, Start!
Estructuras Discretas
Semestre 2023-1
November 30, 2023

Tania Michelle Rubí Rojas

Nombre y número de cuenta: _____

Notación y convenciones para el examen:

- En este examen, los antónimos serán complementarios.
- Los errores de escritura en las funciones son **intencionales**, por lo que cualquier afirmación que contenga una expresión mal escrita es falsa.

1. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

Ⓐ La formalización de la proposición

"Si no ocurre que un objeto flota en el agua, entonces es menos denso que el agua."

es $\neg q \rightarrow p$, donde

p = Un objeto flota en el agua

q = Un objeto es menos denso que el agua

Ⓑ La formalización de la proposición

"Mi mamá me dio permiso de ir a una fiesta, pero debo bañar antes a mi perro llamado Hércules"

es $p \wedge q$, donde

p : Mi mamá me dio permiso de ir a una fiesta

q : Debo bañar antes a mi perro llamado Hércules

Ⓒ La negación de la proposición

"Si el usuario no ha introducido una contraseña válida pero ha pagado la cuota de suscripción, entonces se le concede el acceso."

es "El usuario ha introducido una contraseña válida o no ha pagado la cuota de suscripción o se le concede el acceso".

Ⓓ La formalización de la proposición

"Si pudiera volver a empezar, cambiaría todo aquello que olvidé por querer sobrevivir"

no es $\neg q \rightarrow \neg p$, donde

p = Yo puedo volver a empezar

q = Yo cambio todo aquello que olvidé por querer sobrevivir

Ⓔ Ninguna de las anteriores.

2. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

Ⓐ La formalización de la proposición

”Para pasar el examen es necesario que los alumnos estudien, hagan la tarea y asistan a clase.”

es $q \wedge r \wedge s \rightarrow p$, donde

p = Los alumnos pasan el examen

q = Los alumnos estudian

r = Los alumnos hacen la tarea

s = Los alumnos asisten a clase

Ⓑ La formalización del argumento

”Si mi ascenso es un éxito, entonces podré comprar un departamento. O bien, mi ascenso es un éxito o me despedirán. No podré comprar un departamento. Por lo tanto, me despedirán.”

es $\Gamma = \{p \rightarrow q, p \vee r, \neg q\} \models r$, donde

p = Mi ascenso es un éxito

q = Podré comprar un departamento

r = Me despedirán

Ⓒ La formalización de la proposición:

”Si lo que siento es amor, me siento feliz. Si no lo siento, lo sentiré mañana”

es $(p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow r)$, donde

p = Lo que siento es amor

q = Me siento feliz

r = Mañana sentiré amor

Ⓓ La formalización del argumento

”Si el amor duele o sana, entonces he aprendido. El amor duele. Pero tener amor propio es necesario para aprender. Así, tengo amor propio o el amor sana. ”

es $\Gamma = \{p \vee q \rightarrow s, p, s \rightarrow r\} \models r \vee q$, donde

p = El amor duele

q = El amor sana

r = Tengo amor propio

s = Aprendo

Ⓔ Ninguna de las anteriores.

3. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a) La formalización de la proposición
"Si yo hubiera estado allí, si lo hubiera encontrado antes, no habría hecho alguna diferencia"
es $p \wedge q \rightarrow \neg r$, donde
- p = Yo estuve allí
 q = Yo lo encontré antes
 r = Yo habría hecho alguna diferencia
- (b) $s \rightarrow p \wedge t$ es consecuencia lógica de $p \rightarrow q \wedge p \wedge (s \vee t) \wedge \neg(q \vee \neg p)$
- (c) $t \vee u$ es consecuencia lógica de $(p \vee q) \wedge (r \wedge s) \wedge (r \rightarrow p \rightarrow t) \wedge (s \rightarrow q \rightarrow u)$
- (d) $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \wedge q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$ es una tautología.
- (e) Ninguna de las anteriores.

4. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a) $\neg(p \leftrightarrow (q \rightarrow (r \vee p))) \equiv p \wedge q \wedge \neg r \wedge \neg p \vee (\neg p \wedge (\neg q \vee \neg r \vee p))$
- (b) La negación de una proposición compuesta insatisfacible es una tautología.
- (c) Dos fórmulas proposicionales p y q son lógicamente equivalentes si y sólo si $p \leftrightarrow q$ es satisfacible.
- (d) La fórmula $p \wedge q \vee p \wedge \neg q \vee \neg p$ es una tautología.
- (e) Ninguna de las anteriores.

5. Tania tiene cuatro computadoras A, B, C y D en su casa conectadas a una misma red. Ella estaba buscando la tarea de Criptografía y Seguridad en internet en sitios de dudosa procedencia. La encontró, pero al momento de descargarla y abrir el documento, se da cuenta de que éste traía premio (¡un malware!). Ahora ella teme que su red haya sido infectada. Desesperada, Tania hace las siguientes afirmaciones:

- Si D está infectada, entonces C también lo está.
- Si C está infectada, entonces también lo está A .
- Si D no está infectada, entonces B no está infectada pero C está infectada.
- Si A está infectada, entonces B está infectada o C no está infectada.

De acuerdo a lo anterior, ¿cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a) "A está infectada" y "C está infectada" no pueden ser consecuencia lógica de las cuatro premisas anteriormente mencionadas.
- (b) Solo algunas computadoras de Tania están infectadas.
- (c) Todas las computadoras A, B, C, D están infectadas.
- (d) "B está infectada" y "D está infectada" son consecuencia lógica de las cuatro premisas anteriormente mencionadas.
- (e) Ninguna de las anteriores.

6. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

(a) La formalización de la proposición

”Si mi primo no regresó a casa temprano o si Sara no se llevó su comida, entonces Laura lo hizo.”

es $\neg p \vee (\neg q \rightarrow r)$, donde

p = Mi primo regresó a casa temprano

q = Sara se llevó su comida

r = Laura se llevó su comida

(b) El argumento

Si el programa es eficiente, entonces se ejecuta rápidamente. O bien, el programa es eficiente o éste tiene un bug. Sin embargo, el programa no se ejecuta rápidamente. Por lo tanto, éste tiene un bug.
es correcto.

(c) La formalización de la proposición

”Si pudiera volver a empezar, cambiaría todo aquello que olvidé por querer sobrevivir”

no es $\neg q \rightarrow \neg p$, donde

p = Yo puedo volver a empezar

q = Yo cambio todo aquello que olvidé por querer sobrevivir

(d) La formalización de la proposición

No es cierto que Nubecita no sea mayor que Chucho, tampoco que Lentejita no hable desde el corazón

es $p \vee q$

p = Nubecita es mayor a Chucho

q = Lentejita habla desde el corazón

(e) Ninguna de las anteriores.

7. Supongamos que el siguiente enunciado es verdadero:

”Si mi agüita está hirviendo, entonces su temperatura debe ser de al menos 80°C”

De acuerdo a lo anterior, ¿cuál o cuáles de los siguientes enunciados deben ser también **verdaderos**?

(a) Si la temperatura de mi agüita es al menos de 80°C, mi agüita está hirviendo.

(b) Si la temperatura de mi agüita es menor que 80°C, entonces mi agüita no está hirviendo.

(c) Mi agüita hierve sólo si su temperatura es de al menos 80°C.

(d) Si mi agüita no está hirviendo, entonces su temperatura es inferior a 80°C.

(e) Ninguna de las anteriores.

8. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

(a) La negación de la proposición

"Si está lloviendo, entonces no puedo ir a clase"

es "Está lloviendo y puedo ir a clase"

(b) La formalización de la proposición

Si el verano era un libro, entonces yo iba a escribir algo hermoso en él

es $\neg q \rightarrow \neg p$, donde

p = El verano es un libro

q = Voy a escribir algo hermoso en el libro

(c) $((p \vee p) \vee (q \vee q)) \wedge (p \wedge q) \equiv \neg(p \wedge q)$

(d) $((p \vee p) \vee (q \vee q)) \wedge (p \wedge q) \equiv p \wedge q$

(e) Ninguna de las anteriores.

9. Liliana está haciendo su práctica de sistemas operativos y su programa no logra hacer lo que ella quiere. Cansada, decepcionada y triste de la situación (y de la vida), decide recurrir a los aprendizajes que adquirió en el curso de Estructuras Discretas y decide escribir las siguientes afirmaciones:

- El procesador C está funcionando y el procesador B no está funcionando.
- El procesador A está funcionando si y sólo si el procesador B no está funcionando.
- Al menos uno de los dos procesadores A y B no está funcionando.

De acuerdo a lo anterior, ¿cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

(a) "Los procesadores A y B están funcionando" **no** es consecuencia lógica de las tres hipótesis mencionadas anteriormente.

(b) "Los procesadores D y B están funcionando" es consecuencia lógica de las tres hipótesis mencionadas anteriormente.

(c) "Los procesadores A y C están funcionando" es consecuencia lógica de las tres hipótesis mencionadas anteriormente.

(d) "Los procesadores A y B están funcionando" es consecuencia lógica de las tres hipótesis mencionadas anteriormente.

(e) Ninguna de las anteriores.

10. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

(a) Las proposiciones

p = Mi equipo favorito ganará si le grito a la TV

q = Mi equipo favorito ganará sólo si le grito a la TV

son lógicamente equivalentes.

(b) $(p \vee q) \vee (p \vee r) \equiv \neg r \rightarrow (p \vee q)$

(c) La negación de la proposición

"Si no te arrepientes tu alma se condenará"

es "Te arrepientes y tu alma se condenará".

(d) Si $\phi \equiv \varphi$ y unimos ambas fórmulas mediante un conectivo condicional, entonces la fórmula resultante es una contingencia.

(e) Ninguna de las anteriores.

11. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

(a) El argumento

$$p \rightarrow q, p \vee r, \neg(r \wedge s) / \therefore (p \rightarrow q) \rightarrow q \vee \neg s$$

es correcto, y esto es gracias a la siguiente justificación: Para que una interpretación \mathcal{I} haga falsa a la conclusión, debe cumplir con que $\mathcal{I}(p) = \mathcal{I}(q) = 0$ e $\mathcal{I}(s) = 1$. Entonces, para que \mathcal{I} haga verdadera a $p \vee r$, se necesita que $\mathcal{I}(r) = 1$. Pero entonces $\neg(r \wedge s)$ evalúa a falso. Así, toda interpretación que haga falsa a la conclusión debe de hacer falsa a al menos una de las premisas.

(b) El argumento

$$p \vee q, \neg(p \wedge r), \neg q / \therefore r \rightarrow s$$

es incorrecto, y esto es gracias a la siguiente justificación: Cualquier interpretación \mathcal{I} que haga falsa a la conclusión debe de cumplir que $\mathcal{I}(r) = 1$ e $\mathcal{I}(s) = 0$. En este caso, para que $\neg(p \wedge r)$ evalúe a verdadero, se necesita que $\mathcal{I}(p) = 0$. Además, para que $p \vee q$ evalúe a verdadero, tiene que suceder que $\mathcal{I}(q) = 1$. Sin embargo, esto último implica que $\neg q$ evalúa a falso, y por lo tanto, este argumento es incorrecto.

(c) El enunciado

"Dormir a las 10:30 es una condición necesaria para que yo pueda levantarme temprano"

es lógicamente equivalente al enunciado

"Si me duermo a las 10:30 entonces yo podré levantarme temprano"

(d) El conjunto

$$\Gamma = \{p \vee q \vee r, \neg(r \vee \neg s), s \leftrightarrow t, p \rightarrow \neg t, q \rightarrow p \vee \neg t\}$$

es insatisfacible, y esto es gracias a la siguiente justificación: Supongamos que existe una interpretación \mathcal{I} que satisface a Γ . Entonces se tiene que $\mathcal{I}(\neg(r \vee \neg s)) = 1$, por lo que $\mathcal{I}(r) = 0$ e $\mathcal{I}(s) = 1$. Así, $\mathcal{I}(t) = 1$ por $\mathcal{I}(s \leftrightarrow t) = 1$. Además, $\mathcal{I}(p) = 0$ por $\mathcal{I}(p \rightarrow \neg t) = 1$. Luego, $\mathcal{I}(q) = 0$ por $\mathcal{I}(q \rightarrow p \vee \neg t) = 1$. Pero con estos valores, $\mathcal{I}(p \vee q \vee r) = 0$. Por lo tanto, nuestro conjunto no es satisfacible.

(e) Ninguna de las anteriores.

12. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a) La negación del enunciado

"Las flores florecerán sólo si llueve"

es **"Las flores florecen y no llueve"**

- (b) Si la negación de una fórmula φ es una tautología, entonces φ tiene que ser lógicamente equivalente con $p \wedge \neg p$.

- (c) La contrapositiva del enunciado

"La impresora está lenta solo si el archivo está dañado"

es **"Si la impresora está lenta, entonces el archivo está dañado"**

- (d) La negación del enunciado

"Si aún te amo, volveré a extrañarte"

es **"Si no vuelvo a extrañarte, entonces ya no te amo"**

- (e) Ninguna de las anteriores.

13. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a) Nubecita le pregunta al profesor Odín si aprobó el examen y el profesor le responde:

"Tanto Iván como Silvia son buenos o Carlos es bueno. Iván es malo o Silvia no es buena. Carlos es malo o Nubecita aprobó el examen."

Después de pensarlo por unos instantes, Nubecita deduce que efectivamente aprobó el examen y este razonamiento es correcto.

- (b) El argumento

$$p \rightarrow q, r \vee s, \neg s \rightarrow \neg t, \neg q \vee s, \neg s, \neg p \wedge r \rightarrow u, w \vee t / \therefore u \wedge w$$

es correcto, y esto es gracias a la siguiente justificación (usando el método de refutación): De las premisas abemos que $\mathcal{I}(\neg s) = 1$, lo que implica que $\mathcal{I}(r) = \mathcal{I}(\neg q) = 1$ por $\mathcal{I}(r \vee s) = 1$ y $\mathcal{I}(\neg q \vee s) = 1$, respectivamente. Así, $\mathcal{I}(p) = 0$ por $\mathcal{I}(p \rightarrow q) = 1$ y esto obliga a que $\mathcal{I}(u) = 1$ por $\mathcal{I}(\neg p \wedge r \rightarrow u) = 1$. Luego, $\mathcal{I}(\neg t) = 1$ por $\mathcal{I}(\neg s \rightarrow \neg t) = 1$, lo que hace que $\mathcal{I}(w) = 1$, por $\mathcal{I}(w \vee t)$; pero esto obliga a que $(\neg u \vee \neg w) = 0$, lo cual es una contradicción. Por lo tanto, el argumento es correcto.

- (c) El argumento

$$\neg p \rightarrow r \wedge \neg s, t \rightarrow s, u \rightarrow \neg p, \neg w, u \vee w / \therefore \neg t$$

es correcto, y esto es gracias a la siguiente justificación: Cualquier interpretación \mathcal{I} que haga falsa a la conclusión debe de cumplir que $\mathcal{I}(t) = 1$. En este caso, para que $u \vee w$ evalúe a verdadero se necesita que $\mathcal{I}(u) = 1$, pues $\mathcal{I}(\neg w) = 1$. Luego, $\mathcal{I}(s) = \mathcal{I}(\neg p) = 1$ pues $\mathcal{I}(t \rightarrow s) = 1$ y $\mathcal{I}(u \rightarrow \neg p) = 1$. Esto implica que $\mathcal{I}(s) = 0$, por $\mathcal{I}(\neg p \rightarrow r \wedge \neg s) = 1$, exhibiendo una contradicción. Así, toda interpretación que haga falsa a la conclusión debe de hacer falsa a almenos una de las premisas.

- (d) Si $\phi \equiv \varphi$, entonces $\neg(\phi \leftrightarrow \varphi)$ tiene por lo menos un modelo que la satisface.

- (e) Ninguna de las anteriores.

14. Supongamos que el siguiente enunciado es verdadero:

"Si mi agüita está hirviendo, entonces su temperatura debe ser de al menos 80°C"

De acuerdo a lo anterior, ¿cuál o cuáles de los siguientes enunciados deben ser también **verdaderos**?

- (a) Una condición necesaria para que mi agüita hierva es que su temperatura sea por lo menos de 80°C.
- (b) Una condición suficiente para que mi agüita hierva es que su temperatura sea por lo menos de 80°C.
- (c) La negación del enunciado es
"Mi agüita no está hirviendo porque su temperatura no es de 80°C"
- (d) La negación de la contrapositiva del enunciado es
"Mi agüita está hirviendo y su temperatura es menor que 80°C"
- (e) Ninguna de las anteriores.

15. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a) El enunciado
"Ser divisible entre tres es una condición necesaria para que un número sea divisible entre nueve"
es lógicamente equivalente al enunciado
"Si un número es divisible entre nueve, entonces también es divisible entre tres."
- (b) El enunciado
"No estudiar con regularidad es una condición suficiente para que Nubecita no apruebe el curso"
es lógicamente equivalente al enunciado
"Si Nubecita aprueba el curso, entonces estudió con regularidad"
- (c) El enunciado
"Una condición suficiente para que Laura tome el curso de Análisis de Algoritmos es que apruebe el curso de Estructuras Discretas"
es lógicamente equivalente al enunciado
"Si Laura no aprueba el curso de estructuras discretas, entonces no puede tomar el curso de Análisis de Algoritmos"
- (d) La formalización de la proposición
"Si hoy es lunes o no está lloviendo ni hace calor y no es lunes, entonces hoy es lunes o no hace calor ni está lloviendo"
es $(p \vee (\neg p \wedge \neg(q \vee r))) \rightarrow (p \vee \neg(r \vee q))$, donde
 $p =$ Hoy es lunes
 $q =$ Está lloviendo
 $r =$ Hace calor
- (e) Ninguna de las anteriores.