

---

**Mission 03, Start!**  
**Estructuras Discretas**  
**Semestre 2023-1**  
**December 3, 2023**

**Tania Michelle Rubí Rojas**

---

Nombre y número de cuenta: \_\_\_\_\_

**Notación y convenciones para el examen:**

- $0 \in \mathbb{N}$
- $S = \{x | x \text{ es una cadena de 0's y 1's}\} = \{0, 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, \dots\} \cup \{00, 000, 0000, \dots\}$
- Sea  $x \in S$ , diremos que  $0x$  es el resultado de "agregar un 0" al inicio de  $x$ , por ejemplo: si  $x = 101$  entonces  $0x = 0101$
- Salvo la mencionada en la viñeta anterior, no hay ninguna operación definida para el conjunto  $S$
- En la CdMx una persona menor de edad puede comprarse un automóvil.
- En la CdMx existe la copropiedad de automóviles.

1. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- Ⓐ Sea  $R \subseteq \{1, 2, 3\} \times \{1, 2, 3\}$  donde  $R = \{(1, 1), (2, 3), (3, 1), (2, 1)\}$ . Entonces  $R$  es una función.
- Ⓑ Toda función es una relación.
- Ⓒ Cuando una función es suprayectiva, su imagen es igual a su codominio.
- Ⓓ Una función puede tener la misma salida para más de una entrada.
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

2. Sea  $S$  el conjunto de todas las cadenas de ceros y unos. Definimos la función  $f : S \rightarrow \mathbb{Z}$  como sigue:

$$f(s) = (\text{número de unos en } s) - (\text{número de ceros en } s)$$

De acuerdo a esta información, ¿cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- Ⓐ El codominio de  $f$  es el conjunto de números naturales.
- Ⓑ El dominio de  $f$  es un subconjunto propio de  $S$ .
- Ⓒ  $f$  **no es** inyectiva.
- Ⓓ  $f$  **no es** suprayectiva.
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

3. Sea  $P$  el conjunto de todas las personas en la CDMX y sea  $A$  el conjunto de todos los automóviles. Definimos la función  $f : P \rightarrow A$  como sigue:

$$f(p) = \text{el último coche que se ha comprado } p$$

De acuerdo a esta información, ¿cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- Ⓐ  $f$  es suprayectiva.
- Ⓑ  $f^{-1}(x) =$  la última persona que ha comprado  $x$
- Ⓒ  $f$  es inyectiva.
- Ⓓ El dominio de  $f$  es el conjunto de todas las personas mayores de 18 años.
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

4. Cuando Odín le pide a Nubecita dar la definición de función inyectiva, ella responde lo siguiente: «Una función  $f : X \rightarrow Y$  es inyectiva si y sólo si cada elemento de  $X$  se envía mediante  $f$  a exactamente un elemento de  $Y$ .»

¿La respuesta de Nubecita es correcta?

- (a) Claro que es correcta, pues esta definición nos garantiza que cada elemento **del dominio** está relacionado con sólo un elemento **del codominio**.
  - (b) Qué oso, claro que **no es correcta**. Esa definición permite que algunos elementos **del codominio** no puedan corresponderse con algún elemento **del dominio**.
  - (c) Claro que es correcta, pues esta definición nos garantiza que no puede existir más de un elemento en el dominio que tenga la misma imagen.
  - (d) Qué oso, claro que **no es correcta**. Esa definición permite que un elemento en el **codominio** esté relacionado con dos o más elementos en el **dominio**.
  - (e) Ninguna de las anteriores.
5. Sea  $S$  el conjunto de todas las cadenas de ceros y unos. Definimos la función  $f : S \rightarrow \mathbb{N}$  como sigue:

$$f(s) = \text{la longitud de } s$$

De acuerdo a esta información, ¿cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a)  $f$  **no es** suprayectiva.
  - (b) La imagen de  $f(0101)$  es 2.
  - (c) El dominio de  $f$  es el conjunto de todos los números naturales.
  - (d)  $f$  **no es** inyectiva.
  - (e) Ninguna de las anteriores.
6. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?
- (a) Dos funciones  $f$  y  $g$  pueden ser iguales si sus dominios y codominios no coinciden.
  - (b) No toda función es una relación.
  - (c) Sean  $A$  y  $B$  dos conjuntos cualesquiera. Entonces para toda  $f : A \rightarrow B$  se tiene que  $f \circ I_A = f$ .
  - (d) Sean  $A, B$  y  $C$  conjuntos cualesquiera. Sean  $f : A \rightarrow B$  y  $g : B \rightarrow C$  funciones. Si  $g \circ f$  es suprayectiva, entonces  $g$  es suprayectiva.
  - (e) Ninguna de las anteriores.
7. Sea  $S$  el conjunto de todas las cadenas de ceros y unos. Definimos la función  $f : S \rightarrow \mathbb{N}$  como sigue:

$$f(s) = \text{el número de ceros en } s$$

De acuerdo a esta información, ¿cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a)  $f$  **no es** suprayectiva.
- (b)  $f^{-1}(s) =$  el número de unos en  $s$
- (c)  $f$  es inyectiva.
- (d) El codominio de  $f$  son todos los números enteros.
- (e) Ninguna de las anteriores.

8. Sean  $A$  y  $B$  conjuntos finitos cuya cardinalidad es  $n$  y  $m$ , respectivamente. Supongamos que  $f : A \rightarrow B$  es una función. De acuerdo a esta información, ¿cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?
- (a) Si  $n \leq m$ , entonces  $f$  debe ser inyectiva.
  - (b) Si  $n > m$ , entonces  $f$  debe ser suprayectiva.
  - (c) Si  $f$  es inyectiva, entonces  $n < m$ .
  - (d) Si  $f$  es suprayectiva, entonces  $n \geq m$ .
  - (e) Ninguna de las anteriores.
9. Sea  $A = \{a, b, c, d\}$  donde el universo del discurso es  $\mathcal{U} = \{\emptyset, a, b, c, d, \{\emptyset\}\}$ . Definimos la función  $f : \mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(A) \rightarrow \mathcal{P}(A)$  como sigue:

$$f(A, B) = A^c - (A \cap B)$$

De acuerdo a esta información, ¿cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a) El codominio de  $f$  es  $\mathcal{P}(A)$ .
  - (b)  $f$  es inyectiva.
  - (c) La imagen de  $f(\{a, b, d\}, \{a, c\})$  es  $\{\emptyset, \{\emptyset\}, c\}$ .
  - (d)  $f$  es suprayectiva.
  - (e) Ninguna de las anteriores.
10. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?
- (a) No todas las relaciones son funciones.
  - (b) Sean  $A = \{1, 2\}$  y  $B = \{1, 3, 5, 7\}$ . Si  $R \subseteq A \times B$ , entonces  $R = \{(1, 3), (1, 5), (2, 3), (2, 5)\}$  es una función.
  - (c) Dos funciones son iguales solo si ambas tienen la misma regla de correspondencia.
  - (d) Sean  $A = \{8, 11, 2, 5\}$  y  $B = \{1\}$ . Si  $S \subseteq A \times B$ , entonces  $S = \{(2, 1), (5, 1), (8, 1), (11, 1)\}$  no es una función.
  - (e) Ninguna de las anteriores.
11. Sean  $P$  el conjunto de todas las personas y  $T$  el conjunto de todos los zapatos. Definimos la relación  $R \subseteq P \times T$  como sigue:

$$R = \{(x, y) \mid y \text{ es el zapato izquierdo que lleva puesto } x\}$$

De acuerdo a esta información, ¿cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a)  $R$  **no es** una función.
- (b)  $R^{-1} = \{(y, x) \mid x \text{ es el zapato izquierdo que lleva puesto } y\}$
- (c) El codominio de  $R$  es el conjunto de todos los zapatos izquierdos.
- (d)  $R$  es inyectiva.
- (e) Ninguna de las anteriores.

12. Sea  $S$  el conjunto de todos los subconjuntos finitos de enteros positivos. Definimos la función  $f : \mathbb{N} \rightarrow S$  como sigue:

$$f(n) = \text{el conjunto de todos los divisores positivos de } n$$

De acuerdo a esta información, ¿cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a)  $f$  es suprayectiva.
- (b)  $f$  es inyectiva.
- (c) El codominio de  $f$  es  $\mathbb{N}$ .
- (d)  $f$  no es función.
- (e) Ninguna de las anteriores.

13. Definimos la función  $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  como sigue:

$$f(x, y) = (2y, -x)$$

De acuerdo a esta información, ¿cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a)  $f$  no tiene inversa.
- (b)  $f$  **no es** inyectiva.
- (c) El dominio de  $f$  es  $\mathbb{R}^2$ .
- (d)  $f$  es suprayectiva.
- (e) Ninguna de las anteriores.

14. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a) Sean  $A$  y  $B$  conjuntos. Si  $f : A \rightarrow B$  es una función inyectiva y suprayectiva con función inversa  $f^{-1} : B \rightarrow A$ , entonces  $f^{-1} \circ f = I_A$ .
- (b) **no es** posible realizar composición de funciones definidas sobre conjuntos infinitos.
- (c) Sean  $A, B$  y  $C$  conjuntos. Si  $f : A \rightarrow B$  y  $g : B \rightarrow C$  son ambas funciones inyectivas, entonces  $g \circ f$  es inyectiva.
- (d) Sean  $A$  y  $B$  conjuntos. Si  $f : A \rightarrow B$  es suprayectiva, entonces cada elemento en  $B$  es la imagen de un elemento de  $A$ .
- (e) Ninguna de las anteriores.

15. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a) Sea  $f$  una función. Si cada elemento **del dominio** de  $f$  tiene una imagen, entonces  $f$  debe de ser suprayectiva.
- (b) Sea  $f$  una función. Si cada elemento **del codominio** de  $f$  tiene una imagen, entonces  $f$  debe de ser suprayectiva.
- (c) Toda relación es una función.
- (d) Sean  $A$  y  $B$  conjuntos. Sea  $f : A \rightarrow B$  una función. Si  $|A| > |B|$  entonces  $f$  no puede ser inyectiva.
- (e) Ninguna de las anteriores.

16. Definimos la función  $f : \mathcal{P}(\{1, 2, 3\}) \rightarrow \mathbb{N}$  como sigue:

$$f(A) = |A|$$

De acuerdo a esta información, ¿cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a)  $f$  es suprayectiva.
- (b) La inversa de  $f$  es una función.
- (c)  $f \circ f = \{(\{1\}, 1), (\{2\}, 1), (\{3\}, 1), (\{1, 2\}, 2), (\{1, 3\}, 2), (\{2, 3\}, 2)\}$
- (d)  $f$  **no es** inyectiva.
- (e) Ninguna de las anteriores.

17. Sea  $S$  el conjunto de todas las cadenas de ceros y unos. Definimos la función  $f : S \rightarrow S$  como sigue:

$$f(s) = 0s$$

De acuerdo a esta información, ¿cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a) La función inversa de  $f$  existe.
- (b)  $f$  es inyectiva.
- (c) La imagen de  $f$  es  $S$ .
- (d)  $f$  **no es** suprayectiva.
- (e) Ninguna de las anteriores.

18. Definimos la función  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  como sigue:

$$f(n) = \text{la suma de todos los divisores positivos de } n$$

De acuerdo a esta información, ¿cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a)  $f$  **no es** suprayectiva.
- (b)  $(f \circ f)(n) =$  el número de divisores positivos de  $n$
- (c)  $f^{-1}$  es una función.
- (d)  $f$  **no es** inyectiva.
- (e) Ninguna de las anteriores.

19. Sea  $S$  el conjunto de todas las cadenas de ceros y unos. Definimos la función  $f : S \rightarrow S$  como sigue:

$$f(s) = \text{la cadena } s \text{ escrita al revés}$$

De acuerdo a esta información, ¿cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a) El dominio de  $f$  es  $\{0, 1\}$ .
- (b)  $f$  **no es** inyectiva.
- (c)  $f$  **no es** suprayectiva.
- (d) El dominio y el codominio de  $f$  son diferentes al dominio y codominio de  $f^{-1}$ .
- (e) Ninguna de las anteriores.

20. Sea  $P$  el conjunto de todas las personas. Definimos la función  $f : P \rightarrow \{x \mid 0 < x < 32\}$  como sigue:

$$f(p) = \text{el día de nacimiento de } p$$

De acuerdo a esta información, ¿cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- Ⓐ  $f$  es suprayectiva.
- Ⓑ  $f$  es inyectiva.
- Ⓒ  $f^{-1}$  es una función.
- Ⓓ La imagen de  $f$  es  $\{1, 2, 3, \dots, 30, 31\}$
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

21. Sea  $S$  el conjunto de todas las cadenas de ceros y unos. Definimos la función  $f : S \rightarrow S$  como sigue:

$$f(s) = s + 1$$

De acuerdo a esta información, ¿cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- Ⓐ  $f$  es inyectiva.
- Ⓑ  $f^{-1}$  es una función.
- Ⓒ  $f$  **no es** suprayectiva.
- Ⓓ El codominio de  $f$  es  $\mathbb{N}$ .
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

22. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- Ⓐ Sean  $A, B$  y  $C$  conjuntos cualesquiera. Sean  $f : A \rightarrow B$  y  $g : B \rightarrow C$  funciones. Si  $g \circ f$  es inyectiva, entonces  $f$  es inyectiva.
- Ⓑ Si  $f$  es una función suprayectiva, entonces el imagen de  $f$  y el codominio de  $f$  son disjuntos.
- Ⓒ  $f$  es biyectiva si y sólo si  $f^{-1}$  existe.
- Ⓓ Si  $f$  es una función inyectiva, entonces **no es posible** que dos elementos en el dominio de  $f$  correspondan con un mismo elemento en el codominio de  $f$ .
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

23. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- Ⓐ Dos funciones  $f$  y  $g$  con el mismo dominio y codominio son iguales si la imagen de cada elemento **del dominio** es igual bajo  $f$  que bajo  $g$ .
- Ⓑ Sean  $A$  y  $B$  dos conjuntos cualesquiera. Entonces para toda  $f : A \rightarrow B$  se tiene que  $I_B \circ f = f$ .
- Ⓒ La composición de funciones cualesquiera es conmutativa.
- Ⓓ Siempre es posible obtener la función inversa de una función  $f$ .
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.