Examen 14

Tania Michelle Rubí Rojas

Semestre 2023-1

Versión 01

Para cada uno de los siguientes ejercicios, **justifica ampliamente** tu respuesta:

1. Definimos el conjunto de árboles binarios no vacíos $\mathcal{T}$ cuyos nodos están etiquetados por elementos de un conjunto A como sigue:

   - Si $r \in A$, entonces `tree(void,r,void)` $\in \mathcal{T}$.
   - Si $T_1, T_2 \in \mathcal{T}$ y $e \in A$, entonces `tree(`T_1`,e,`T_2`)` $\in \mathcal{T}$.
   - Estos y sólo estos elementos pertenecen a $\mathcal{T}$.

   Dada esta definición, **demuestra usando inducción estructural** que el número de vértices ($|V|$) de un árbol binario no vacío T es igual al número de aristas ($|E|$) de T más una unidad.

2. Definimos el conjunto de cadenas $\mathcal{L}$ como sigue:

   - $\epsilon \in \mathcal{L}$, es decir, la cadena vacía pertenece al conjunto $\mathcal{L}$.
   - Si $w \in \mathcal{L}$, entonces $0w0, 1w1 \in \mathcal{L}$.
   - Estos y sólo estos elementos pertenecen a $\mathcal{L}$.

   Dada esta definición, **demuestra usando inducción estructural** que $\forall \sigma \in \mathcal{L},\ |\sigma|$ es par. text

3. Definimos el conjunto $S \subseteq \mathbb{Z}^2$ como sigue:

   - $(0,0) \in S$
   - Si $(x,y) \in S$, entonces $(x, y+1), (x+1, y+1), (x+2, y+1) \in S$
   - Estos y sólo estos elementos pertenecen a S.

   Dada esta definición, **demuestra usando inducción estructural** que $\forall (a,b) \in S,\ a \leq 2b$.