

---

**Mission 09, Start!**  
**Estructuras Discretas**  
**Semestre 2023-1**  
**November 30, 2023**

**Tania Michelle Rubí Rojas**

---

Nombre y número de cuenta: \_\_\_\_\_

**Notación y convenciones para el examen:**

- En este examen, los antónimos serán complementarios.
  - Los errores de escritura en las funciones son **intencionales**, por lo
- que cualquier afirmación que contenga una expresión mal escrita es falsa.

1. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

Ⓐ La formalización de la proposición

**”Si no ocurre que un objeto flota en el agua, entonces es menos denso que el agua.”**

es  $\neg q \rightarrow p$ , donde

$p$  = Un objeto flota en el agua

$q$  = Un objeto es menos denso que el agua

Ⓑ La formalización de la proposición

**”Mi mamá me dio permiso de ir a una fiesta, pero debo bañar antes a mi perro llamado Hércules”**

es  $p \wedge q$ , donde

$p$  : Mi mamá me dio permiso de ir a una fiesta

$q$  : Debo bañar antes a mi perro llamado Hércules

Ⓒ La negación de la proposición

**”Si el usuario no ha introducido una contraseña válida pero ha pagado la cuota de suscripción, entonces se le concede el acceso.”**

es **”El usuario ha introducido una contraseña válida o no ha pagado la cuota de suscripción o se le concede el acceso”**.

Ⓓ La formalización de la proposición

**”Si pudiera volver a empezar, cambiaría todo aquello que olvidé por querer sobrevivir”**

**no** es  $\neg q \rightarrow \neg p$ , donde

$p$  = Yo puedo volver a empezar

$q$  = Yo cambio todo aquello que olvidé por querer sobrevivir

Ⓔ Ninguna de las anteriores.

2. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

Ⓐ La formalización de la proposición

**”Para pasar el examen es necesario que los alumnos estudien, hagan la tarea y asistan a clase.”**

es  $q \wedge r \wedge s \rightarrow p$ , donde

$p$  = Los alumnos pasan el examen

$q$  = Los alumnos estudian

$r$  = Los alumnos hacen la tarea

$s$  = Los alumnos asisten a clase

Ⓑ La formalización del argumento

**”Si mi ascenso es un éxito, entonces podré comprar un departamento. O bien, mi ascenso es un éxito o me despedirán. No podré comprar un departamento. Por lo tanto, me despedirán.”**

es  $\Gamma = \{p \rightarrow q, p \vee r, \neg q\} \models r$ , donde

$p$  = Mi ascenso es un éxito

$q$  = Podré comprar un departamento

$r$  = Me despedirán

Ⓒ La formalización de la proposición:

**”Si lo que siento es amor, me siento feliz. Si no lo siento, lo sentiré mañana”**

es  $(p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow r)$ , donde

$p$  = Lo que siento es amor

$q$  = Me siento feliz

$r$  = Mañana sentiré amor

Ⓓ La formalización del argumento

**”Si el amor duele o sana, entonces he aprendido. El amor duele. Pero tener amor propio es necesario para aprender. Así, tengo amor propio o el amor sana. ”**

es  $\Gamma = \{p \vee q \rightarrow s, p, s \rightarrow r\} \models r \vee q$ , donde

$p$  = El amor duele

$q$  = El amor sana

$r$  = Tengo amor propio

$s$  = Aprendo

Ⓔ Ninguna de las anteriores.

3. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a) La formalización de la proposición  
"Si yo hubiera estado allí, si lo hubiera encontrado antes, no habría hecho alguna diferencia"

es  $p \wedge q \rightarrow \neg r$ , donde

$p$  = Yo estuve allí

$q$  = Yo lo encontré antes

$r$  = Yo habría hecho alguna diferencia

- (b)  $s \rightarrow p \wedge t$  es consecuencia lógica de  $p \rightarrow q \wedge p \wedge (s \vee t) \wedge \neg(q \vee \neg p)$   
(c)  $t \vee u$  es consecuencia lógica de  $(p \vee q) \wedge (r \wedge s) \wedge (r \rightarrow p \rightarrow t) \wedge (s \rightarrow q \rightarrow u)$   
(d)  $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \wedge q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$  es una tautología.  
(e) Ninguna de las anteriores.

4. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a)  $\neg(p \leftrightarrow (q \rightarrow (r \vee p))) \equiv p \wedge q \wedge \neg r \wedge \neg p \vee (\neg p \wedge (\neg q \vee \neg r \vee p))$   
(b) La negación de una proposición compuesta insatisfacible es una tautología.  
(c) Dos fórmulas proposicionales  $p$  y  $q$  son lógicamente equivalentes si y sólo si  $p \leftrightarrow q$  es satisfacible.  
(d) La fórmula  $p \wedge q \vee p \wedge \neg q \vee \neg p$  es una tautología.  
(e) Ninguna de las anteriores.

5. Tania tiene cuatro computadoras  $A, B, C$  y  $D$  en su casa conectadas a una misma red. Ella estaba buscando la tarea de Criptografía y Seguridad en internet en sitios de dudosa procedencia. La encontró, pero al momento de descargarla y abrir el documento, se da cuenta de que éste traía premio (¡un malware!). Ahora ella teme que su red haya sido infectada. Desesperada, Tania hace las siguientes afirmaciones:

- Si  $D$  está infectada, entonces  $C$  también lo está.
- Si  $C$  está infectada, entonces también lo está  $A$ .
- Si  $D$  no está infectada, entonces  $B$  no está infectada pero  $C$  está infectada.
- Si  $A$  está infectada, entonces  $B$  está infectada o  $C$  no está infectada.

De acuerdo a lo anterior, ¿cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a) "A está infectada" y "C está infectada" no pueden ser consecuencia lógica de las cuatro premisas anteriormente mencionadas.  
(b) Solo algunas computadoras de Tania están infectadas.  
(c) Todas las computadoras  $A, B, C, D$  están infectadas.  
(d) "B está infectada" y "D está infectada" son consecuencia lógica de las cuatro premisas anteriormente mencionadas.  
(e) Ninguna de las anteriores.

6. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

Ⓐ La formalización de la proposición

**”Si mi primo no regresó a casa temprano o si Sara no se llevó su comida, entonces Laura lo hizo.”**

es  $\neg p \vee (\neg q \rightarrow r)$ , donde

$p$  = Mi primo regresó a casa temprano

$q$  = Sara se llevó su comida

$r$  = Laura se llevó su comida

Ⓑ El argumento

**Si el programa es eficiente, entonces se ejecuta rápidamente. O bien, el programa es eficiente o éste tiene un bug. Sin embargo, el programa no se ejecuta rápidamente. Por lo tanto, éste tiene un bug.**

es correcto.

Ⓒ La formalización de la proposición

**”Si pudiera volver a empezar, cambiaría todo aquello que olvidé por querer sobrevivir”**

**no** es  $\neg q \rightarrow \neg p$ , donde

$p$  = Yo puedo volver a empezar

$q$  = Yo cambio todo aquello que olvidé por querer sobrevivir

Ⓓ La formalización de la proposición

**No es cierto que Nubecita no sea mayor que Chucho, tampoco que Lentejita no hable desde el corazón**

es  $p \vee q$

$p$  = Nubecita es mayor a Chucho

$q$  = Lentejita habla desde el corazón

Ⓔ Ninguna de las anteriores.

7. Supongamos que el siguiente enunciado es verdadero:

**”Si mi agüita está hirviendo, entonces su temperatura debe ser de al menos 80°C”**

De acuerdo a lo anterior, ¿cuál o cuáles de los siguientes enunciados deben ser también **verdaderos**?

Ⓐ Si la temperatura de mi agüita es al menos de 80°C, mi agüita está hirviendo.

Ⓑ Si la temperatura de mi agüita es menor que 80°C, entonces mi agüita no está hirviendo.

Ⓒ Mi agüita hierve sólo si su temperatura es de al menos 80°C.

Ⓓ Si mi agüita no está hirviendo, entonces su temperatura es inferior a 80°C.

Ⓔ Ninguna de las anteriores.

8. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- Ⓐ La negación de la proposición

**”Si está lloviendo, entonces no puedo ir a clase”**

es **”Está lloviendo y puedo ir a clase”**

- Ⓑ La formalización de la proposición

**Si el verano era un libro, entonces yo iba a escribir algo hermoso en él**

es  $\neg q \rightarrow \neg p$ , donde

$p$  = El verano es un libro

$q$  = Voy a escribir algo hermoso en el libro

- Ⓒ  $((p \vee p) \vee (q \vee q)) \wedge (p \wedge q) \equiv \neg(p \wedge q)$

- Ⓓ  $((p \vee p) \vee (q \vee q)) \wedge (p \wedge q) \equiv p \wedge q$

- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

9. Liliana está haciendo su práctica de sistemas operativos y su programa no logra hacer lo que ella quiere. Cansada, decepcionada y triste de la situación (y de la vida), decide recurrir a los aprendizajes que adquirió en el curso de Estructuras Discretas y decide escribir las siguientes afirmaciones:

- El procesador C está funcionando y el procesador B no está funcionando.
- El procesador A está funcionando si y sólo si el procesador B no está funcionando.
- Al menos uno de los dos procesadores A y B no está funcionando.

De acuerdo a lo anterior, ¿cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- Ⓐ **”Los procesadores A y B están funcionando”** **no** es consecuencia lógica de las tres hipótesis mencionadas anteriormente.

- Ⓑ **”Los procesadores D y B están funcionando”** es consecuencia lógica de las tres hipótesis mencionadas anteriormente.

- Ⓒ **”Los procesadores A y C están funcionando”** es consecuencia lógica de las tres hipótesis mencionadas anteriormente.

- Ⓓ **”Los procesadores A y B están funcionando”** es consecuencia lógica de las tres hipótesis mencionadas anteriormente.

- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

10. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

(a) Las proposiciones

$p$  = Mi equipo favorito ganará si le grito a la TV

$q$  = Mi equipo favorito ganará sólo si le grito a la TV

son lógicamente equivalentes.

(b)  $(p \vee q) \vee (p \vee r) \equiv \neg r \rightarrow (p \vee q)$

(c) La negación de la proposición

**"Si no te arrepientes tu alma se condenará"**

es "Te arrepientes y tu alma se condenará".

(d) Si  $\phi \equiv \varphi$  y unimos ambas fórmulas mediante un conectivo condicional, entonces la fórmula resultante es una contingencia.

(e) Ninguna de las anteriores.

11. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

(a) El argumento

$$p \rightarrow q, p \vee r, \neg(r \wedge s) / \therefore (p \rightarrow q) \rightarrow q \vee \neg s$$

es correcto, y esto es gracias a la siguiente justificación: Para que una interpretación  $\mathcal{I}$  haga falsa a la conclusión, debe cumplir con que  $\mathcal{I}(p) = \mathcal{I}(q) = 0$  e  $\mathcal{I}(s) = 1$ . Entonces, para que  $\mathcal{I}$  haga verdadera a  $p \vee r$ , se necesita que  $\mathcal{I}(r) = 1$ . Pero entonces  $\neg(r \wedge s)$  evalúa a falso. Así, toda interpretación que haga falsa a la conclusión debe de hacer falsa a al menos una de las premisas.

(b) El argumento

$$p \vee q, \neg(p \wedge r), \neg q / \therefore r \rightarrow s$$

es incorrecto, y esto es gracias a la siguiente justificación: Cualquier interpretación  $\mathcal{I}$  que haga falsa a la conclusión debe de cumplir que  $\mathcal{I}(r) = 1$  e  $\mathcal{I}(s) = 0$ . En este caso, para que  $\neg(p \wedge r)$  evalúe a verdadero, se necesita que  $\mathcal{I}(p) = 0$ . Además, para que  $p \vee q$  evalúe a verdadero, tiene que suceder que  $\mathcal{I}(q) = 1$ . Sin embargo, esto último implica que  $\neg q$  evalúa a falso, y por lo tanto, este argumento es incorrecto.

(c) El enunciado

**"Dormir a las 10:30 es una condición necesaria para que yo pueda levantarme temprano"**

es lógicamente equivalente al enunciado

**"Si me duermo a las 10:30 entonces yo podré levantarme temprano"**

(d) El conjunto

$$\Gamma = \{p \vee q \vee r, \neg(r \vee \neg s), s \leftrightarrow t, p \rightarrow \neg t, q \rightarrow p \vee \neg t\}$$

es insatisfacible, y esto es gracias a la siguiente justificación: Supongamos que existe una interpretación  $\mathcal{I}$  que satisface a  $\Gamma$ . Entonces se tiene que  $\mathcal{I}(\neg(r \vee \neg s)) = 1$ , por lo que  $\mathcal{I}(r) = 0$  e  $\mathcal{I}(s) = 1$ . Así,  $\mathcal{I}(t) = 1$  por  $\mathcal{I}(s \leftrightarrow t) = 1$ . Además,  $\mathcal{I}(p) = 0$  por  $\mathcal{I}(p \rightarrow \neg t) = 1$ . Luego,  $\mathcal{I}(q) = 0$  por  $\mathcal{I}(q \rightarrow p \vee \neg t) = 1$ . Pero con estos valores,  $\mathcal{I}(p \vee q \vee r) = 0$ . Por lo tanto, nuestro conjunto no es satisfacible.

(e) Ninguna de las anteriores.

12. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a) La negación del enunciado

**"Las flores florecerán sólo si llueve"**

es **"Las flores florecen y no llueve"**

- (b) Si la negación de una fórmula  $\varphi$  es una tautología, entonces  $\varphi$  tiene que ser lógicamente equivalente con  $p \wedge \neg p$ .

- (c) La contrapositiva del enunciado

**"La impresora está lenta solo si el archivo está dañado"**

es **"Si la impresora está lenta, entonces el archivo está dañado"**

- (d) La negación del enunciado

**"Si aún te amo, volveré a extrañarte"**

es **"Si no vuelvo a extrañarte, entonces ya no te amo"**

- (e) Ninguna de las anteriores.

13. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a) Nubecita le pregunta al profesor Odín si aprobó el examen y el profesor le responde:

**"Tanto Iván como Silvia son buenos o Carlos es bueno. Iván es malo o Silvia no es buena. Carlos es malo o Nubecita aprobó el examen."**

Después de pensarlo por unos instantes, Nubecita deduce que efectivamente aprobó el examen y este razonamiento es correcto.

- (b) El argumento

$$p \rightarrow q, r \vee s, \neg s \rightarrow \neg t, \neg q \vee s, \neg s, \neg p \wedge r \rightarrow u, w \vee t / \therefore u \wedge w$$

es correcto, y esto es gracias a la siguiente justificación (usando el método de refutación): De las premisas abemos que  $\mathcal{I}(\neg s) = 1$ , lo que implica que  $\mathcal{I}(r) = \mathcal{I}(\neg q) = 1$  por  $\mathcal{I}(r \vee s) = 1$  y  $\mathcal{I}(\neg q \vee s) = 1$ , respectivamente. Así,  $\mathcal{I}(p) = 0$  por  $\mathcal{I}(p \rightarrow q) = 1$  y esto obliga a que  $\mathcal{I}(u) = 1$  por  $\mathcal{I}(\neg p \wedge r \rightarrow u) = 1$ . Luego,  $\mathcal{I}(\neg t) = 1$  por  $\mathcal{I}(\neg s \rightarrow \neg t) = 1$ , lo que hace que  $\mathcal{I}(w) = 1$ , por  $\mathcal{I}(w \vee t)$ ; pero esto obliga a que  $(\neg u \vee \neg w) = 0$ , lo cual es una contradicción. Por lo tanto, el argumento es correcto.

- (c) El argumento

$$\neg p \rightarrow r \wedge \neg s, t \rightarrow s, u \rightarrow \neg p, \neg w, u \vee w / \therefore \neg t$$

es correcto, y esto es gracias a la siguiente justificación: Cualquier interpretación  $\mathcal{I}$  que haga falsa a la conclusión debe de cumplir que  $\mathcal{I}(t) = 1$ . En este caso, para que  $u \vee w$  evalúe a verdadero se necesita que  $\mathcal{I}(u) = 1$ , pues  $\mathcal{I}(\neg w) = 1$ . Luego,  $\mathcal{I}(s) = \mathcal{I}(\neg p) = 1$  pues  $\mathcal{I}(t \rightarrow s) = 1$  y  $\mathcal{I}(u \rightarrow \neg p) = 1$ . Esto implica que  $\mathcal{I}(s) = 0$ , por  $\mathcal{I}(\neg p \rightarrow r \wedge \neg s) = 1$ , exhibiendo una contradicción. Así, toda interpretación que haga falsa a la conclusión debe de hacer falsa a almenos una de las premisas.

- (d) Si  $\phi \equiv \varphi$ , entonces  $\neg(\phi \leftrightarrow \varphi)$  tiene por lo menos un modelo que la satisface.

- (e) Ninguna de las anteriores.

14. Supongamos que el siguiente enunciado es verdadero:

**"Si mi agüita está hirviendo, entonces su temperatura debe ser de al menos 80°C"**

De acuerdo a lo anterior, ¿cuál o cuáles de los siguientes enunciados deben ser también **verdaderos**?

- (a) Una condición necesaria para que mi agüita hierva es que su temperatura sea por lo menos de 80°C.
- (b) Una condición suficiente para que mi agüita hierva es que su temperatura sea por lo menos de 80°C.
- (c) La negación del enunciado es  
"Mi agüita no está hirviendo porque su temperatura no es de 80°C"
- (d) La negación de la contrapositiva del enunciado es  
"Mi agüita está hirviendo y su temperatura es menor que 80°C"
- (e) Ninguna de las anteriores.

15. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a) El enunciado  
**"Ser divisible entre tres es una condición necesaria para que un número sea divisible entre nueve"**  
es lógicamente equivalente al enunciado  
**"Si un número es divisible entre nueve, entonces también es divisible entre tres."**
- (b) El enunciado  
**"No estudiar con regularidad es una condición suficiente para que Nubecita no apruebe el curso"**  
es lógicamente equivalente al enunciado  
**"Si Nubecita aprueba el curso, entonces estudió con regularidad"**
- (c) El enunciado  
**"Una condición suficiente para que Laura tome el curso de Análisis de Algoritmos es que apruebe el curso de Estructuras Discretas"**  
es lógicamente equivalente al enunciado  
**"Si Laura no aprueba el curso de estructuras discretas, entonces no puede tomar el curso de Análisis de Algoritmos"**
- (d) La formalización de la proposición  
**"Si hoy es lunes o no está lloviendo ni hace calor y no es lunes, entonces hoy es lunes o no hace calor ni está lloviendo"**  
es  $(p \vee (\neg p \wedge \neg(q \vee r))) \rightarrow (p \vee \neg(r \vee q))$ , donde  
 $p = \text{Hoy es lunes}$   
 $q = \text{Está lloviendo}$   
 $r = \text{Hace calor}$
- (e) Ninguna de las anteriores.