

# Definición Recursiva de Funciones

Semestre 2023-1

## Desafío 05

Tania Michelle Rubí Rojas

Para cada uno de los siguientes ejercicios, **justifica ampliamente** tu respuesta:

① **Realiza** lo siguiente:

- **Define** recursivamente la función:

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$
$$f(n) = 2^n$$

- **Indica** de manera explícita quién es el dominio y el codominio de la función. Además, **menciona** cuál es su regla de correspondencia.
- ¿Es  $f$  función? En caso de que lo sea, ¿es inyectiva y suprayectiva?
- **Muestra** el comportamiento de tu función con los valores  $n = 0, n = 4$  y  $n = 8$ . ¿Obtienes los resultados esperados? ¿Por qué?

② **Realiza** lo siguiente:

- Sea  $S$  el conjunto de todas las cadenas de a's y b's, y sea  $\mathcal{L}_S$  el conjunto de listas cuyos elementos pertenecen a  $S$ . **Define** recursivamente la función:

$$\text{longitud} : \mathcal{L}_S \rightarrow \mathbb{N}$$
$$\text{longitud}(s) = \text{la longitud de } s$$

- **Indica** de manera explícita quién es el dominio y el codominio de la función. Además, **menciona** cuál es su regla de correspondencia.
- ¿Es  $\text{longitud}$  función? En caso de que lo sea, ¿es inyectiva y suprayectiva?
- **Muestra** el comportamiento de tu función con las cadenas  $baba, abaaab$  y  $aaaaa$ . ¿Obtienes los resultados esperados? ¿Por qué?

③ **Realiza** lo siguiente:

- **Define** recursivamente la función:

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$
$$f(n) = 2n + 1$$

- **Indica** de manera explícita quién es el dominio y el codominio de la función. Además, **menciona** cuál es su regla de correspondencia.
- ¿Es  $f$  función? En caso de que lo sea, ¿es inyectiva y suprayectiva?
- **Muestra** el comportamiento de tu función con los valores  $n = 2, n = 5$  y  $n = 7$ . ¿Obtienes los resultados esperados? ¿Por qué?

④ **Responde** lo siguiente:

- ¿Cuáles son las características de una función recursiva?
- ¿Cuál es la estructura de una regla de correspondencia recursiva?
- ¿Cuál es la diferencia entre una función recursiva y una definición recursiva?
- ¿Es posible definir funciones recursivas para generar un conjunto cualquiera  $A$ ?

⑤ Realiza lo siguiente:

- Sea  $\mathcal{A}_S$  el conjunto de árboles binarios cuyos elementos pertenecen al conjunto  $S$ . **Define** recursivamente la función:

$$\begin{aligned} \text{hmi} : \mathcal{A}_{\mathbb{N}} &\rightarrow \mathcal{A}_S \\ \text{hmi}(T) &= \text{la hoja más a la izquierda de } T \end{aligned}$$

- Indica** de manera explícita quién es el dominio y el codominio de la función. Además, **menciona** cuál es su regla de correspondencia.
- ¿Es  $\text{hmi}$  función? En caso de que lo sea, ¿es inyectiva y suprayectiva?
- Muestra** el comportamiento de tu función con tres ejemplos (no triviales) que propongas. ¿Obtienes los resultados esperados? ¿Por qué?

⑥ Realiza lo siguiente:

- Sea  $A$  una fórmula proposicional cuyos únicos conectivos lógicos son  $\wedge$ ,  $\vee$  y  $\neg$ . Definimos la fórmula dual de  $A$ , denotada como  $A_D$ , cuyo resultado intercambia  $\wedge$  por  $\vee$ ,  $\vee$  por  $\wedge$  y reemplaza a cada variable proposicional, digamos  $p$ , por su negación  $\neg p$ . **Define** recursivamente la función:

$$\begin{aligned} \text{swap} : \mathcal{LPROP} &\rightarrow \mathcal{LPROP} \\ \text{swap}(F) &= F_S \end{aligned}$$

- Indica** de manera explícita quién es el dominio y el codominio de la función. Además, **menciona** cuál es su regla de correspondencia.
- ¿Es  $\text{swap}(F)$  función? En caso de que lo sea, ¿es inyectiva y suprayectiva?
- Muestra** el comportamiento de tu función con tres ejemplos (no triviales) que propongas. ¿Obtienes los resultados esperados? ¿Por qué?

⑦ Realiza lo siguiente:

- Sea  $\mathcal{A}_S$  el conjunto de árboles binarios cuyos elementos pertenecen al conjunto  $S$ . **Define** recursivamente la función:

$$\begin{aligned} \text{nv} : \mathcal{A}_{\mathbb{N}} &\rightarrow \mathbb{N} \\ \text{nv}(T) &= \text{número de vértices de } T \end{aligned}$$

- Indica** de manera explícita quién es el dominio y el codominio de la función. Además, **menciona** cuál es su regla de correspondencia.
- ¿Es  $\text{nv}$  función? En caso de que lo sea, ¿es inyectiva y suprayectiva?
- Muestra** el comportamiento de tu función con tres ejemplos (no triviales) que propongas. ¿Obtienes los resultados esperados? ¿Por qué?

⑧ Realiza lo siguiente:

- Sea  $\mathcal{A}_S$  el conjunto de árboles binarios cuyos elementos pertenecen al conjunto  $S$ . **Define** recursivamente la función:

$$\begin{aligned} \text{na} : \mathcal{A}_{\mathbb{N}} &\rightarrow \mathbb{N} \\ \text{na}(T) &= \text{la altura de } T \end{aligned}$$

- Indica** de manera explícita quién es el dominio y el codominio de la función. Además, **menciona** cuál es su regla de correspondencia.
- ¿Es  $\text{na}$  función? En caso de que lo sea, ¿es inyectiva y suprayectiva?
- Muestra** el comportamiento de tu función con tres ejemplos (no triviales) que propongas. ¿Obtienes los resultados esperados? ¿Por qué?

9 Realiza lo siguiente:

- Sea  $S$  el conjunto de todas las cadenas de a's y b's, y sea  $\mathcal{L}_S$  el conjunto de listas cuyos elementos pertenecen a  $S$ . **Define** recursivamente la función:

$$\begin{aligned} \text{reversa} : \mathcal{L}_S &\rightarrow \mathbb{N} \\ \text{reversa}(s) &= \text{la reversa de } s \end{aligned}$$

- Indica** de manera explícita quién es el dominio y el codominio de la función. Además, **menciona** cuál es su regla de correspondencia.
- ¿Es reversa función? En caso de que lo sea, ¿es inyectiva y suprayectiva?
- Muestra** el comportamiento de tu función con las cadenas *baba*, *abaaab* y *aaaaa*. ¿Obtienes los resultados esperados? ¿Por qué?

10 Realiza lo siguiente:

- Sea  $S$  el conjunto de todas las cadenas de a's y b's, y sea  $\mathcal{L}_S$  el conjunto de listas cuyos elementos pertenecen a  $S$ . **Define** recursivamente la función:

$$\begin{aligned} \text{pal} : \mathcal{L}_S &\rightarrow \{\text{true}, \text{false}\} \\ \text{pal}(s) &= \text{si los caracteres en } s \text{ forman un palíndromo,} \\ &\quad \text{regresa true. En caso contrario, regresa false} \end{aligned}$$

- Indica** de manera explícita quién es el dominio y el codominio de la función. Además, **menciona** cuál es su regla de correspondencia.
- ¿Es pal función? En caso de que lo sea, ¿es inyectiva y suprayectiva?
- Muestra** el comportamiento de tu función con tres ejemplos (no triviales) que propongamos. ¿Obtienes los resultados esperados? ¿Por qué?

11 Define recursivamente una función para la potencia de números enteros bajo el siguiente esquema:

$$n^k = \begin{cases} (n^2)^{\frac{k}{2}} & \text{si } k \text{ es par} \\ n(n^{k-1}) & \text{en otro caso} \end{cases}$$

tal que tenga la siguiente firma:

$$\text{potencia} : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

12 Realiza lo siguiente:

- Define** recursivamente la función

$$\begin{aligned} \text{suma} : \mathbb{N} &\rightarrow \mathbb{N} \\ \text{suma}(n) &= \text{la suma de cada uno de los dígitos de } n \end{aligned}$$

- Indica** de manera explícita quién es el dominio y el codominio de la función. Además, **menciona** cuál es su regla de correspondencia.
- ¿Es suma función? En caso de que lo sea, ¿es inyectiva y suprayectiva?
- Muestra** el comportamiento de tu función con los valores  $n = 0$ ,  $n = 1563$  y  $n = 147852369$ . ¿Obtienes los resultados esperados? ¿Por qué?

**13** Realiza lo siguiente:

- Sea  $\mathcal{A}_S$  el conjunto de árboles binarios cuyos elementos pertenecen al conjunto  $S$ . Sea, además,  $\mathcal{L}_S$  el conjunto de todas las listas cuyos elementos pertenecen al conjunto  $S$ . **Define** recursivamente la función:

$$\text{aplana} : \mathcal{A}_{\mathbb{N}} \rightarrow \mathcal{L}_{\mathbb{N}}$$

$\text{aplana}(T)$  = los elementos en los nodos de  $T$  de forma que recorramos primero

la raíz, luego los nodos del subárbol izquierdo y finalmente los del subárbol derecho

- Define** recursivamente una función  $\text{aplana}(T)$  que tome un árbol binario  $T$  y regrese la lista de sus nodos empezando por la raíz y siguiendo con los nodos del subárbol izquierdo y derecho recursivamente.
- Indica** de manera explícita quién es el dominio y el codominio de la función. Además, **menciona** cuál es su regla de correspondencia.
- ¿Es  $\text{aplana}$  función? En caso de que lo sea, ¿es inyectiva y suprayectiva?
- Muestra** el comportamiento de tu función con tres ejemplos (no triviales) que propongas. ¿Obtienes los resultados esperados? ¿Por qué?

**14** Realiza lo siguiente:

- Sea  $\mathcal{L}_S$  el conjunto de todas las listas cuyos elementos pertenecen al conjunto  $S$ . **Define** recursivamente la función:

$$\text{getNth} : \mathbb{N} \times \mathcal{L}_{\mathbb{N}} \rightarrow \mathbb{N}$$

$\text{getNth}(n, l)$  =  $n$ -ésimo elemento de  $l$

- Indica** de manera explícita quién es el dominio y el codominio de la función. Además, **menciona** cuál es su regla de correspondencia.
- ¿Es  $\text{getNth}$  función? En caso de que lo sea, ¿es inyectiva y suprayectiva?
- Muestra** el comportamiento de tu función con tres ejemplos (no triviales) que propongas. ¿Obtienes los resultados esperados? ¿Por qué?

**15** Realiza lo siguiente:

- Sea  $\mathcal{L}_S$  el conjunto de todas las listas cuyos elementos pertenecen al conjunto  $S$ . **Define** recursivamente la función:

$$\text{min} : \mathcal{L}_{\mathbb{N}} \rightarrow \mathbb{N}$$

$\text{min}(l)$  = el elemento más pequeño de  $l$

- Indica** de manera explícita quién es el dominio y el codominio de la función. Además, **menciona** cuál es su regla de correspondencia.
- ¿Es  $\text{min}$  función? En caso de que lo sea, ¿es inyectiva y suprayectiva?
- Muestra** el comportamiento de tu función con tres ejemplos (no triviales) que propongas. ¿Obtienes los resultados esperados? ¿Por qué?

**16** Realiza lo siguiente:

- Define** recursivamente la función:

$$\text{repite} : \mathbb{N} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathcal{L}_{\mathbb{Z}}$$

$\text{repite}(n, e)$  = la lista que contiene al elemento  $e$  repetido  $n$  veces

- Indica** de manera explícita quién es el dominio y el codominio de la función. Además, **menciona** cuál es su regla de correspondencia.
- ¿Es  $\text{repite}$  función? En caso de que lo sea, ¿es inyectiva y suprayectiva?
- Muestra** el comportamiento de tu función con tres ejemplos (no triviales) que propongas. ¿Obtienes los resultados esperados? ¿Por qué?