

# Examen 13

Tania Michelle Rubí Rojas

Semestre 2023-1

Versión 01

Nombre y número de cuenta: \_\_\_\_\_

## Indicaciones especiales:

- No se pueden utilizar resultados que resuelvan directamente los ejercicios.
- Para cada ejercicio, si así lo requiere, se debe indicar claramente sobre cuál variable se está realizando la inducción.
- Para cada ejercicio, si así lo requiere, se debe indicar claramente cuál es el caso base, la hipótesis de inducción y el paso inductivo; además de indicar cuál es la conclusión obtenida de la demostración.
- Se debe justificar cada uno de los pasos que se realicen.
- La letra debe ser lo más clara posible. En caso de que sea ilegible, la calificación automática será de cero.

- ① En una granja con mucho folklore se discute acerca del siguiente razonamiento:

El día que nace un becerro, cualquiera lo puede cargar con facilidad. Y los becerros no crecen demasiado en un día, entonces si puedes cargar a un becerro un día, lo puedes cargar también al día siguiente. Siguiendo con este razonamiento, entonces también debería ser posible cargar al becerro el día siguiente y el siguiente y así sucesivamente. Pero después de un año, el becerro se va a convertir en una vaca adulta de 1000kg, algo que claramente ya no puedes cargar.

**Demuestra**, si es posible, que el argumento es correcto usando **inducción**. En caso contrario, **justifica ampliamente** en donde está el error en el razonamiento inductivo.

- ② Sea  $\text{spar}(n)$  la función definida como

$$\text{spar}(n) = 2 + 4 + 6 + \cdots + 2n$$

**Realiza** lo siguiente:

- **Define** una función recursiva llamada  $f(n)$  para la función  $\text{spar}(n)$ .
- **Demuestra** usando **inducción matemática** que  $f(n) = n(n+1)$

- ③ **Demuestra** usando **inducción matemática** que para cada  $n \geq 3 \in \mathbb{N}$  se cumple que

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n < n$$

- ④ **Demuestra** usando **inducción fuerte** que todo número entero positivo puede escribirse como una suma de potencias de 2 que sean distintas.