
Mission 06, Start!
Estructuras Discretas
Semestre 2023-1
December 3, 2023

Tania Michelle Rubí Rojas

Nombre y número de cuenta: _____

Notación y convenciones para el examen:

- $0 \in \mathbb{N}$
- Dos números enteros son primos relativos si no tienen ningún divisor en común a excepción del 1.
- El conjunto de los números primos es
 $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, \dots\}$
- Los errores de escritura en las funciones son **intencionales**, por lo que cualquier afirmación que contenga una expresión mal escrita es falsa.

1. Sea $A = \{a, b, c, d, e\}$. Definimos la relación R sobre A como sigue:

$$R = \{(a, b), (a, c), (a, e), (b, a), (b, c), (c, a), (c, b), (d, a), (e, d)\}$$

¿Cuál o cuáles de las siguientes relaciones son la **cerradura transitiva** de R ?

- Ⓐ $R \cup \{(a, a), (a, d), (b, b), (b, e), (b, d), (c, c), (c, e), (c, d), (d, b), (d, c), (d, e), (d, d), (e, a), (e, c), (e, e)\}$
- Ⓑ $R \cup \{(a, a), (a, d), (b, b), (b, d), (c, c), (c, e), (d, b), (d, c), (d, e), (d, d), (e, a), (e, b), (e, c), (e, e)\}$
- Ⓒ $R \cup \{(a, a), (a, d), (b, a), (b, b), (b, e), (b, d), (c, c), (c, e), (c, d), (d, b), (d, c), (d, e), (d, d), (d, a), (e, a), (e, b), (e, c), (e, e)\}$
- Ⓓ $R \cup \{(a, a), (a, d), (b, b), (b, e), (b, d), (c, c), (c, e), (c, d), (d, b), (d, c), (d, e), (d, d), (e, a), (e, b), (e, c), (e, e)\}$
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

2. Definimos las relaciones R y S sobre el conjunto \mathbb{N} , como sigue:

$$R = \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid a + 1 = b\}$$

$$S = \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid a = b + 2\}$$

¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- Ⓐ $R \circ S = \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid a = b + 1\}$
- Ⓑ $R \cap S = \emptyset$
- Ⓒ $(R \circ S) \subset (S \circ R)$
- Ⓓ $S \circ R = \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid a = b + 1\}$
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

3. Definimos la relación $R \subseteq \{0, 1\} \times \{0, 1\}$ como $R = \emptyset$. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a) R es antisimétrica.
- (b) R no es simétrica.
- (c) La cerradura transitiva de R es $R \cup \{(0, 0), (1, 1)\}$.
- (d) R es reflexiva.
- (e) Ninguna de las anteriores.

4. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a) Sea R una relación binaria sobre un conjunto A . Entonces R es transitiva si y sólo si $R \circ R = R$.
- (b) Sea R una relación binaria sobre un conjunto A . Entonces $R \cup R^{-1}$ es la cerradura simétrica de R .
- (c) Si R es antisimétrica, entonces R^{-1} también lo es.
- (d) Sea R una relación binaria sobre un conjunto A . Entonces $R \cup \{(x, x) \mid x \in A\}$ es la cerradura reflexiva de R .
- (e) Ninguna de las anteriores.

5. Sea P el conjunto de todas las personas. Definimos la relación R sobre P como sigue:

$$aRb \Leftrightarrow a \text{ y } b \text{ tienen el mismo apellido materno}$$

¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a) R es antisimétrica.
- (b) R es reflexiva.
- (c) No es posible obtener la cerradura transitiva de la relación R .
- (d) R no es simétrica.
- (e) Ninguna de las anteriores.

6. Sea P el conjunto de todas las personas. Definimos la relación R sobre P como sigue:

$$aRb \Leftrightarrow a \text{ es hermana biológica de } b$$

¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a) R es antisimétrica.
- (b) R es simétrica.
- (c) Si P es el conjunto de todas las personas que son hombres, entonces $R = \emptyset$.
- (d) R es antirreflexiva.
- (e) Ninguna de las anteriores.

7. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- Ⓐ Sea R una relación binaria sobre un conjunto A . Entonces R es simétrica si y sólo si R^{-1} también lo es.
- Ⓑ Si R y S son relaciones binarias transitivas sobre un conjunto A , entonces $R \cap S$ también lo es.
- Ⓒ Si R y S son relaciones binarias reflexivas sobre un conjunto A , entonces $R \cup S$ es reflexiva sobre A .
- Ⓓ Sea R una relación binaria sobre un conjunto A . Entonces R es transitiva si y sólo si R^{-1} también lo es.
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

8. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- Ⓐ Si R y S son relaciones binarias transitivas sobre un conjunto A , entonces $R \cup S$ también lo es.
- Ⓑ Sea R una relación binaria transitiva sobre un conjunto A . Entonces R es asimétrica si y sólo si R es antirreflexiva.
- Ⓒ Si R y S son relaciones binarias simétricas sobre un conjunto A , entonces $R \cup S$ también lo es.
- Ⓓ Si R es una relación reflexiva y transitiva sobre un conjunto A , entonces $R^2 = R$.
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

9. Sea $A = \mathbb{Z}^+ \times \mathbb{Z}^+$. Definimos la relación R sobre A , como sigue:

$$R = \{((a, b), (c, d)) \mid a + d = b + c\}$$

¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- Ⓐ R no es antisimétrica.
- Ⓑ R es simétrica.
- Ⓒ R no es reflexiva.
- Ⓓ La cerradura transitiva de R es R^2 .
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

10. Definimos las relaciones R y S sobre \mathbb{N} como sigue:

$$R = \{(0, 2), (0, 5), (0, 9), (1, 9), (1, 12), (1, 15), (2, 2)\}$$
$$S = \{(2, 0), (2, 6), (5, 6), (9, 8), (12, 1), (12, 7), (15, 4)\}$$

¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- Ⓐ $(S \circ R)^{-1} = \{(0, 0), (6, 0), (8, 0), (8, 1), (1, 1), (7, 1), (0, 2), (6, 2), (4, 2)\}$
- Ⓑ $(S \circ R)^{-1} = \{(0, 0), (6, 0), (8, 0), (8, 1), (1, 1), (2, 6), (7, 1), (0, 2), (6, 2)\}$
- Ⓒ $(S \circ R)^{-1} = \{(0, 0), (0, 2), (1, 1), (4, 1), (6, 0), (6, 2), (7, 1), (8, 0), (8, 1)\}$
- Ⓓ $(S \circ R)^{-1} = \{(0, 0), (0, 2), (1, 1), (4, 1), (6, 0), (2, 6), (7, 1), (8, 0), (8, 1)\}$
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

11. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a) Es posible que una relación binaria, no vacía y definida sobre un conjunto no vacío A , sea simétrica y antisimétrica al mismo tiempo.
- (b) Si R y S son relaciones binarias simétricas sobre un conjunto A , entonces $R \cap S$ también lo es.
- (c) Toda relación binaria que no es reflexiva es antirreflexiva.
- (d) Sea R una relación binaria simétrica y transitiva sobre un conjunto A . Entonces R también es reflexiva.
- (e) Ninguna de las anteriores.

12. Definimos la relación R sobre \mathbb{N} como sigue:

$$R = \{(a, b) \mid a \text{ y } b \text{ son primos relativos}\}$$

¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a) R es transitiva.
- (b) R es antisimétrica.
- (c) R es reflexiva.
- (d) R es simétrica.
- (e) Ninguna de las anteriores.

13. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a) Sea R una relación binaria sobre un conjunto A . Entonces existe un algoritmo para determinar la cerradura antisimétrica de R .
- (b) Sea R una relación binaria sobre un conjunto A . Si R es antirreflexiva, entonces R es asimétrica.
- (c) Sea R una relación binaria sobre un conjunto A . Entonces R es asimétrica si y sólo si $R \cap R^{-1} = \emptyset$.
- (d) Sea R una relación binaria sobre un conjunto A . Si R es simétrica y transitiva, entonces R es antirreflexiva.
- (e) Ninguna de las anteriores.

14. Definimos la relación R sobre $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12, 13, 17, 19, 23, 24, 26, 29\}$ como sigue:

$$R = \{(a, b) \mid \frac{b}{a} \text{ es un número primo}\}$$

¿Cuál o cuáles de las siguientes relaciones son la **cerradura transitiva** de R ?

- (a) $R \cup \{(4, 1), (6, 1), (12, 3), (12, 2), (24, 6), (24, 4), (26, 1), (24, 3)\}^{-1}$
- (b) $R \cup \{(4, 1), (6, 1), (12, 3), (12, 2), (24, 6), (24, 4), (26, 1), (12, 1), (24, 3), (24, 2), (24, 1)\}^{-1}$
- (c) $R \cup \{(4, 1), (6, 1), (12, 3), (12, 2), (24, 6), (24, 4), (26, 1), (12, 1), (24, 3)\}^{-1}$
- (d) $R \cup \{(4, 1), (6, 1), (12, 3), (12, 2), (24, 6), (24, 4), (26, 1), (24, 3), (24, 2), (24, 1)\}^{-1}$
- (e) Ninguna de las anteriores.

15. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- Ⓐ Sea R una relación binaria sobre un conjunto A . Si R es simétrica, entonces $R \circ R$ también lo es.
- Ⓑ Sea R una relación binaria sobre un conjunto A . Entonces R es reflexiva si y sólo si $\{(x, x) \mid x \in A\} \subseteq R$.
- Ⓒ Sea R una relación binaria sobre un conjunto A . Si R es reflexiva y transitiva, entonces $R \cap R^{-1}$ es reflexiva, simétrica y transitiva.
- Ⓓ Sea R una relación binaria sobre un conjunto A . Entonces R es reflexiva si y sólo si $R \subseteq \{(x, x) \mid x \in A\}$.
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

16. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- Ⓐ Toda relación antisimétrica no es simétrica.
- Ⓑ Sea R una relación binaria sobre un conjunto A . Entonces R es simétrica si y sólo si $R = R^{-1}$.
- Ⓒ Toda relación antirreflexiva sobre un conjunto no vacío no es reflexiva.
- Ⓓ Una relación binaria R sobre un conjunto A puede ser antisimétrica y asimétrica al mismo tiempo.
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

17. Sea $A = \{a, b, c, d, e\}$. Definimos la relación R sobre A como sigue:

$$R = \{(a, e), (b, a), (b, d), (c, d), (d, a), (d, c), (e, a), (e, b), (e, c), (e, e)\}$$

¿Cuál o cuáles de las siguientes relaciones son la **cerradura transitiva** de R ?

- Ⓐ $R \cup \{(a, a), (a, b), (a, c), (a, e), (b, e), (b, b), (b, c), (c, a), (c, c), (d, e), (d, b), (d, c), (d, d), (e, e), (e, b), (e, c), (e, d)\}$
- Ⓑ $R \cup \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, e), (b, b), (b, c), (c, a), (c, c), (d, e), (d, b), (d, c), (d, d), (e, e), (e, b), (e, c), (e, d)\}$
- Ⓒ $R \cup \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, e), (b, b), (b, c), (c, a), (c, c), (d, e), (d, b), (d, c), (d, d), (e, e), (e, b), (e, c)\}$
- Ⓓ $R \cup \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, a), (b, e), (b, b), (b, c), (c, a), (c, c), (d, e), (d, b), (d, c), (d, d), (e, e), (e, b), (e, c), (e, d)\}$
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.