

---

**Mission 06, Start!**  
**Estructuras Discretas**  
**Semestre 2023-1**  
**December 3, 2023**

**Tania Michelle Rubí Rojas**

---

Nombre y número de cuenta: \_\_\_\_\_

**Notación y convenciones para el examen:**

- $0 \in \mathbb{N}$
- Dos números enteros son primos relativos si no tienen ningún divisor en común a excepción del 1.
- El conjunto de los números primos es  
 $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, \dots\}$
- Los errores de escritura en las funciones son **intencionales**, por lo que cualquier afirmación que contenga una expresión mal escrita es falsa.

1. Sea  $A = \{a, b, c, d, e\}$ . Definimos la relación  $R$  sobre  $A$  como sigue:

$$R = \{(a, b), (a, c), (a, e), (b, a), (b, c), (c, a), (c, b), (d, a), (e, d)\}$$

¿Cuál o cuáles de las siguientes relaciones son la **cerradura transitiva** de  $R$ ?

- Ⓐ  $R \cup \{(a, a), (a, d), (b, b), (b, e), (b, d), (c, c), (c, e), (c, d), (d, b), (d, c), (d, e), (d, d), (e, a), (e, c), (e, e)\}$
- Ⓑ  $R \cup \{(a, a), (a, d), (b, b), (b, d), (c, c), (c, e), (d, b), (d, c), (d, e), (d, d), (e, a), (e, b), (e, c), (e, e)\}$
- Ⓒ  $R \cup \{(a, a), (a, d), (b, a), (b, b), (b, e), (b, d), (c, c), (c, e), (c, d), (d, b), (d, c), (d, e), (d, d), (d, a), (e, a), (e, b), (e, c), (e, e)\}$
- Ⓓ  $R \cup \{(a, a), (a, d), (b, b), (b, e), (b, d), (c, c), (c, e), (c, d), (d, b), (d, c), (d, e), (d, d), (e, a), (e, b), (e, c), (e, e)\}$
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

2. Definimos las relaciones  $R$  y  $S$  sobre el conjunto  $\mathbb{N}$ , como sigue:

$$R = \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid a + 1 = b\}$$

$$S = \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid a = b + 2\}$$

¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- Ⓐ  $R \circ S = \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid a = b + 1\}$
- Ⓑ  $R \cap S = \emptyset$
- Ⓒ  $(R \circ S) \subset (S \circ R)$
- Ⓓ  $S \circ R = \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid a = b + 1\}$
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

3. Definimos la relación  $R \subseteq \{0, 1\} \times \{0, 1\}$  como  $R = \emptyset$ . ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a)  $R$  es antisimétrica.
- (b)  $R$  no es simétrica.
- (c) La cerradura transitiva de  $R$  es  $R \cup \{(0, 0), (1, 1)\}$ .
- (d)  $R$  es reflexiva.
- (e) Ninguna de las anteriores.

4. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a) Sea  $R$  una relación binaria sobre un conjunto  $A$ . Entonces  $R$  es transitiva si y sólo si  $R \circ R = R$ .
- (b) Sea  $R$  una relación binaria sobre un conjunto  $A$ . Entonces  $R \cup R^{-1}$  es la cerradura simétrica de  $R$ .
- (c) Si  $R$  es antisimétrica, entonces  $R^{-1}$  también lo es.
- (d) Sea  $R$  una relación binaria sobre un conjunto  $A$ . Entonces  $R \cup \{(x, x) \mid x \in A\}$  es la cerradura reflexiva de  $R$ .
- (e) Ninguna de las anteriores.

5. Sea  $P$  el conjunto de todas las personas. Definimos la relación  $R$  sobre  $P$  como sigue:

$$aRb \Leftrightarrow a \text{ y } b \text{ tienen el mismo apellido materno}$$

¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a)  $R$  es antisimétrica.
- (b)  $R$  es reflexiva.
- (c) No es posible obtener la cerradura transitiva de la relación  $R$ .
- (d)  $R$  no es simétrica.
- (e) Ninguna de las anteriores.

6. Sea  $P$  el conjunto de todas las personas. Definimos la relación  $R$  sobre  $P$  como sigue:

$$aRb \Leftrightarrow a \text{ es hermana biológica de } b$$

¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- (a)  $R$  es antisimétrica.
- (b)  $R$  es simétrica.
- (c) Si  $P$  es el conjunto de todas las personas que son hombres, entonces  $R = \emptyset$ .
- (d)  $R$  es antirreflexiva.
- (e) Ninguna de las anteriores.

7. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- Ⓐ Sea  $R$  una relación binaria sobre un conjunto  $A$ . Entonces  $R$  es simétrica si y sólo si  $R^{-1}$  también lo es.
- Ⓑ Si  $R$  y  $S$  son relaciones binarias transitivas sobre un conjunto  $A$ , entonces  $R \cap S$  también lo es.
- Ⓒ Si  $R$  y  $S$  son relaciones binarias reflexivas sobre un conjunto  $A$ , entonces  $R \cup S$  es reflexiva sobre  $A$ .
- Ⓓ Sea  $R$  una relación binaria sobre un conjunto  $A$ . Entonces  $R$  es transitiva si y sólo si  $R^{-1}$  también lo es.
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

8. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- Ⓐ Si  $R$  y  $S$  son relaciones binarias transitivas sobre un conjunto  $A$ , entonces  $R \cup S$  también lo es.
- Ⓑ Sea  $R$  una relación binaria transitiva sobre un conjunto  $A$ . Entonces  $R$  es asimétrica si y sólo si  $R$  es antirreflexiva.
- Ⓒ Si  $R$  y  $S$  son relaciones binarias simétricas sobre un conjunto  $A$ , entonces  $R \cup S$  también lo es.
- Ⓓ Si  $R$  es una relación reflexiva y transitiva sobre un conjunto  $A$ , entonces  $R^2 = R$ .
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

9. Sea  $A = \mathbb{Z}^+ \times \mathbb{Z}^+$ . Definimos la relación  $R$  sobre  $A$ , como sigue:

$$R = \{((a, b), (c, d)) \mid a + d = b + c\}$$

¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- Ⓐ  $R$  no es antisimétrica.
- Ⓑ  $R$  es simétrica.
- Ⓒ  $R$  no es reflexiva.
- Ⓓ La cerradura transitiva de  $R$  es  $R^2$ .
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

10. Definimos las relaciones  $R$  y  $S$  sobre  $\mathbb{N}$  como sigue:

$$R = \{(0, 2), (0, 5), (0, 9), (1, 9), (1, 12), (1, 15), (2, 2)\}$$
$$S = \{(2, 0), (2, 6), (5, 6), (9, 8), (12, 1), (12, 7), (15, 4)\}$$

¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- Ⓐ  $(S \circ R)^{-1} = \{(0, 0), (6, 0), (8, 0), (8, 1), (1, 1), (7, 1), (0, 2), (6, 2), (4, 2)\}$
- Ⓑ  $(S \circ R)^{-1} = \{(0, 0), (6, 0), (8, 0), (8, 1), (1, 1), (2, 6), (7, 1), (0, 2), (6, 2)\}$
- Ⓒ  $(S \circ R)^{-1} = \{(0, 0), (0, 2), (1, 1), (4, 1), (6, 0), (6, 2), (7, 1), (8, 0), (8, 1)\}$
- Ⓓ  $(S \circ R)^{-1} = \{(0, 0), (0, 2), (1, 1), (4, 1), (6, 0), (2, 6), (7, 1), (8, 0), (8, 1)\}$
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

11. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- Ⓐ Es posible que una relación binaria, no vacía y definida sobre un conjunto no vacío  $A$ , sea simétrica y antisimétrica al mismo tiempo.
- Ⓑ Si  $R$  y  $S$  son relaciones binarias simétricas sobre un conjunto  $A$ , entonces  $R \cap S$  también lo es.
- Ⓒ Toda relación binaria que no es reflexiva es antirreflexiva.
- Ⓓ Sea  $R$  una relación binaria simétrica y transitiva sobre un conjunto  $A$ . Entonces  $R$  también es reflexiva.
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

12. Definimos la relación  $R$  sobre  $\mathbb{N}$  como sigue:

$$R = \{(a, b) \mid a \text{ y } b \text{ son primos relativos}\}$$

¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- Ⓐ  $R$  es transitiva.
- Ⓑ  $R$  es antisimétrica.
- Ⓒ  $R$  es reflexiva.
- Ⓓ  $R$  es simétrica.
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

13. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- Ⓐ Sea  $R$  una relación binaria sobre un conjunto  $A$ . Entonces existe un algoritmo para determinar la cerradura antisimétrica de  $R$ .
- Ⓑ Sea  $R$  una relación binaria sobre un conjunto  $A$ . Si  $R$  es antirreflexiva, entonces  $R$  es asimétrica.
- Ⓒ Sea  $R$  una relación binaria sobre un conjunto  $A$ . Entonces  $R$  es asimétrica si y sólo si  $R \cap R^{-1} = \emptyset$ .
- Ⓓ Sea  $R$  una relación binaria sobre un conjunto  $A$ . Si  $R$  es simétrica y transitiva, entonces  $R$  es antirreflexiva.
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

14. Definimos la relación  $R$  sobre  $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12, 13, 17, 19, 23, 24, 26, 29\}$  como sigue:

$$R = \{(a, b) \mid \frac{b}{a} \text{ es un número primo}\}$$

¿Cuál o cuáles de las siguientes relaciones son la **cerradura transitiva** de  $R$ ?

- Ⓐ  $R \cup \{(4, 1), (6, 1), (12, 3), (12, 2), (24, 6), (24, 4), (26, 1), (24, 3)\}^{-1}$
- Ⓑ  $R \cup \{(4, 1), (6, 1), (12, 3), (12, 2), (24, 6), (24, 4), (26, 1), (12, 1), (24, 3), (24, 2), (24, 1)\}^{-1}$
- Ⓒ  $R \cup \{(4, 1), (6, 1), (12, 3), (12, 2), (24, 6), (24, 4), (26, 1), (12, 1), (24, 3)\}^{-1}$
- Ⓓ  $R \cup \{(4, 1), (6, 1), (12, 3), (12, 2), (24, 6), (24, 4), (26, 1), (24, 3), (24, 2), (24, 1)\}^{-1}$
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

15. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- Ⓐ Sea  $R$  una relación binaria sobre un conjunto  $A$ . Si  $R$  es simétrica, entonces  $R \circ R$  también lo es.
- Ⓑ Sea  $R$  una relación binaria sobre un conjunto  $A$ . Entonces  $R$  es reflexiva si y sólo si  $\{(x, x) \mid x \in A\} \subseteq R$ .
- Ⓒ Sea  $R$  una relación binaria sobre un conjunto  $A$ . Si  $R$  es reflexiva y transitiva, entonces  $R \cap R^{-1}$  es reflexiva, simétrica y transitiva.
- Ⓓ Sea  $R$  una relación binaria sobre un conjunto  $A$ . Entonces  $R$  es reflexiva si y sólo si  $R \subseteq \{(x, x) \mid x \in A\}$ .
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

16. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

- Ⓐ Toda relación antisimétrica no es simétrica.
- Ⓑ Sea  $R$  una relación binaria sobre un conjunto  $A$ . Entonces  $R$  es simétrica si y sólo si  $R = R^{-1}$ .
- Ⓒ Toda relación antirreflexiva sobre un conjunto no vacío no es reflexiva.
- Ⓓ Una relación binaria  $R$  sobre un conjunto  $A$  puede ser antisimétrica y asimétrica al mismo tiempo.
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

17. Sea  $A = \{a, b, c, d, e\}$ . Definimos la relación  $R$  sobre  $A$  como sigue:

$$R = \{(a, e), (b, a), (b, d), (c, d), (d, a), (d, c), (e, a), (e, b), (e, c), (e, e)\}$$

¿Cuál o cuáles de las siguientes relaciones son la **cerradura transitiva** de  $R$ ?

- Ⓐ  $R \cup \{(a, a), (a, b), (a, c), (a, e), (b, e), (b, b), (b, c), (c, a), (c, c), (d, e), (d, b), (d, c), (d, d), (e, e), (e, b), (e, c), (e, d)\}$
- Ⓑ  $R \cup \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, e), (b, b), (b, c), (c, a), (c, c), (d, e), (d, b), (d, c), (d, d), (e, e), (e, b), (e, c), (e, d)\}$
- Ⓒ  $R \cup \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, e), (b, b), (b, c), (c, a), (c, c), (d, e), (d, b), (d, c), (d, d), (e, e), (e, b), (e, c)\}$
- Ⓓ  $R \cup \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, a), (b, e), (b, b), (b, c), (c, a), (c, c), (d, e), (d, b), (d, c), (d, d), (e, e), (e, b), (e, c), (e, d)\}$
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.