

Conjuntos

Tania Michelle Rubí Rojas

Semestre 2023-1

Desafío 1

Para cada uno de los siguientes ejercicios, **justifica ampliamente** tu respuesta:

- ① Sea $S = \{2, 5, 17, 27\}$. ¿Cuáles de las siguientes expresiones son verdaderas?

a) $2 + 5 \in S$ b) $\emptyset \in S$ c) $S \in S$

- ② Da la definición por extensión de los siguientes conjuntos:

- $\{x \mid x \text{ es uno de los tres últimos presidentes de México}\}$
- $\{x \mid x \text{ es uno de los países de Latinoamérica}\}$
- $\{x \mid x \text{ es la primer letra de las palabras cristal, nubecita o luciernaga}\}$

- ③ Encuentra todos los subconjuntos del conjunto $\{\{\star, \bullet\}, \emptyset\}$.

- ④ Dados los siguientes conjuntos:

$$A = \{2, 5, 7\} \qquad B = \{1, 2, 4, 7, 8\} \qquad C = \{7, 8\}$$

¿Cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

a) $5 \subseteq A$ b) $C \subseteq B$ c) $\emptyset \in A$

- ⑤ Responde las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es la cardinalidad de \emptyset ?
- Si un conjunto X tiene n elementos, ¿cuántos subconjuntos propios tiene X ?
- ¿Cuál es la cardinalidad de $\{\{a\}, \{a, b\}, \{a, c\}, a, b\}$?

- ⑥ ¿Cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

a) $\{1\} \subseteq \{1\}$ b) $1 \in \{\{1\}, 2\}$ c) $\{2\} \subseteq \{1, \{2\}, \{3\}\}$

- ⑦ Si $S = \{\{a\}, \{b\}\}$ y $T = \{\{a\}, b\}$. ¿Es cierto que $S = T$?

- ⑧ Da la definición por comprensión de los siguientes conjuntos:

- $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots\}$
- $\{\text{Melchor, Gaspar, Baltazar}\}$
- $\{2, a, 3, b, 4, c\}$

- ⑨ Si $S = \{\circ, 8, \star\}$.

- ¿Quién es $S \cap \emptyset$?
- ¿Quién es $S \cap S$?

- ⑩ Si $S \subset T$ y $T \subset S$, ¿sucede que $S = T$?

- ⑪ Responde las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es la cardinalidad de $\{\emptyset\}$?
- Si un conjunto X tiene n elementos, ¿cuántos subconjuntos tiene X ?
- Si A es un conjunto cualquiera, ¿siempre sucede que $\emptyset \subset A$? En caso negativo, ¿cuándo sí sucede?

- 12** ¿Cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

a) $1 \subseteq \{1\}$ b) $\{2\} \in \{1, 2\}$ c) $1 \in \{1, \{2\}\}$

13 Si $S = \{A, b, 4, \text{Carlos}, 5\}$.

 - ¿Quién es $S \cup \emptyset$?
 - ¿Quién es $S \cup S$?

14 Da la definición por comprensión de los siguientes conjuntos:

 - $\{m, n, o, p\}$
 - $\{0, 3, 6, 9, 12\}$
 - $\{\dots, -3, -2, -1, 1, 2, 3, \dots\}$

15 ¿Cuántos diferentes conjuntos hay descritos a continuación? ¿Cuáles son?

a) \emptyset b) $\{2, 3, 4\}$
c) $\{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ y } 2 \leq x \leq 4\}$ d) $\{e, o\}$
e) $\{3, 4, 2\}$ f) $\{2, a, 3, b, 4, c\}$
g) $\{x \mid x \text{ es la primer y última vocal de la frase «Te extraño»}\}$

16 ¿Cuál es la cardinalidad de cada uno de los siguientes conjuntos? **Colorea** de diferentes colores cada uno de los diferentes elementos de los conjuntos.

a) $S = \{\star, \{\star, \{\star\}\}\}$ b) $S = \{\{\bullet, \{\{\bullet\}\}\}\}$

17 ¿Cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?

a) $\{\emptyset\} = \emptyset$ b) $\{\emptyset\} = \{0\}$ c) $\emptyset \in \{\emptyset\}$

18 Responde las siguientes preguntas:

 - Si A es un conjunto cualquiera, ¿siempre sucede que $\emptyset \in A$? En caso negativo, ¿cuándo sí sucede?
 - ¿Se cumple que $\{\emptyset\} = \{\{\emptyset\}\}$?

19 Encuentra $\mathcal{P}(\{\emptyset\})$ y $\mathcal{P}(\{1, 2, 3, 4\})$. ¿Cuántos elementos tienen los conjuntos esperados?

20 Determina si el elemento \star pertenece a los siguientes conjuntos:

a) $\{\star, \{\star\}\}$ b) $\{\{\{\star\}\}\}$ c) $\{\{\star\}, \{\star, \{\star\}\}\}$

21 Sean $S = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ es par}\}$ y $T = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Indica quiénes son $S \cup T, S \cap T, S - T, T - S$.

22 Define por extensión un conjunto S de 6 conjuntos de tal modo que:

 - Cada elemento de S sea distinto a todos los demás.
 - Por lo menos 4 de los elementos de S tengan como elemento a algún otro elemento del conjunto.
 - Por lo menos 4 de los elementos de S tengan como subconjunto a algún otro elemento del conjunto.

23 Encuentra $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\{a, b\}))$ y $\mathcal{P}(\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\})$. ¿Cuántos elementos tienen los conjuntos esperados?

- 24) Dentro del Universo de los personajes de la serie «Los Simpson», **define** por comprensión cuatro conjuntos (digamos S, T, U, V) tal que cumplan lo siguiente:
- a) Todos deben ser distintos entre sí.
 - b) $S \cap T \neq \emptyset$
 - c) $(S \cap T) \cap U = \emptyset$
 - d) $V \cap S \neq \emptyset$
 - e) $V \cap T \neq \emptyset$
 - f) $V \cap U \neq \emptyset$
 - g) $S \not\subset V$
 - h) $T \not\subset V$
 - i) $U \not\subset V$
- 25) Sea $\mathcal{U} = \{1, 2, 3\} \cup 2^{\{1, 2, 3\}}$.
- **Describe** todos los elementos de este Universo.
 - **Describe** por extensión 5 conjuntos de 3 elementos o más en \mathcal{U} .
 - ¿Es cierto que $\emptyset \in \mathcal{U}$?
- 26) Sean S y T dos conjuntos cualesquiera. Para cada una de las siguientes expresiones, **encuentra** condiciones generales para S y T de tal forma que las expresiones sean **verdaderas**:
- a) $S \cup T = S$
 - b) $S \cup T \subseteq S \cap T$
 - c) $T - S = \emptyset$
- 27) ¿Cuál es la cardinalidad de cada uno de los siguientes conjuntos? **Colorea** de diferentes colores cada uno de los diferentes elementos de los conjuntos.
- a) $\{\bullet, \{\emptyset\}, \emptyset\}$
 - b) $\{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}\}$
- 28) Considera el Universo como el conjunto de todas las palabras del diccionario. Dados los siguientes conjuntos:
- $$S = \{x \mid x \text{ es una palabra que aparece antes que «dinosaurio» en el diccionario}\}$$
- $$T = \{x \mid x \text{ es una palabra que aparece después que «celeste» en el diccionario}\}$$
- $$U = \{x \mid x \text{ es una paabra de más de cuatro letras}\}$$
- ¿Cuáles de las siguientes expresiones son **verdaderas**?
- $T \subseteq U$
 - $S \cup T = \{x \mid x \text{ es una palabra del diccionario}\}$
 - $\text{casa} \in T \cap U^c$
 - $\text{bamboo} \in S - T$
- 29) Sean S y T dos conjuntos cualesquiera. Para cada una de las siguientes expresiones, **encuentra** condiciones generales para S y T de tal forma que las expresiones sean **verdaderas**:
- a) $S \cap T = S$
 - b) $S \cup \emptyset = \emptyset$
 - c) $S \cup T = S - T$
- 30) ¿Cuál es el conjunto potencia de $\{1, \{2\}, \emptyset, \{\emptyset\}\}$?