

# Examen 10

Tania Michelle Rubí Rojas

Semestre 2023-1

Versión 05

Nombre y número de cuenta: \_\_\_\_\_

Para cada uno de los siguientes ejercicios, **justifica ampliamente** tu respuesta:

- ① **Proposición:** Para cualesquiera dos conjuntos  $A$  y  $B$  se tiene que

$$A - B = A \Rightarrow A \cap B = \emptyset$$

DEMOSTRACIÓN: Sean  $A$  y  $B$  conjuntos cualesquiera. Supongamos que  $A - B = A$ . Queremos llegar a que  $A \cap B = \emptyset$ , es decir, a que  $A \cap B$  no tiene elementos. Llegaremos a esto haciendo un tipo de demostración que se denomina *por contradicción*. La idea es suponer que  $A \cap B$  no es vacío y llegar a un absurdo, es decir, a algo que simplemente no puede ser cierto. Entonces, para llegar a una contradicción supongamos que existe  $x \in A \cap B$ . Como  $x \in A \cap B$ , tenemos que  $x \in A$  y  $x \in B$ . Por hipótesis,  $A - B = A$  y como  $x \in A$ , entonces  $x \in A - B$ . Así,  $x \in A$  y  $x \notin B$ , pero esto contradice que  $x \in A \cap B$ . Por lo tanto, dicha  $x$  no puede existir y  $A \cap B$  no tiene elementos.

Para el texto anterior, **realiza** lo siguiente:

- **Traduce** el argumento al lenguaje de la Lógica Proposicional. **Indica** claramente cuáles son las premisas y cuál es la conclusión.
  - Utiliza **Tableaux** y tu **traducción del inciso anterior** para indicar si el argumento es correcto o no.
- ② **Demuestra** la siguiente equivalencia lógica usando la **regla de Leibniz**.

$$p \wedge (p \vee q) \equiv p$$

**Nota:** Debes mostrar claramente quiénes son  $E[z := X]$ ,  $E[z := Y]$ , además de decir quiénes son  $X$  y  $Y$ .

- ③ Para el siguiente texto:

Maura no logró despertar sólo si las personas en el barco Kerberos cometieron el mismo error que las del barco Prometheus. Elliot es el responsable de los asesinatos en el barco Kerberos o Daniel invirtió los códigos de la simulación o Maura logró recordar. Además, el hecho de que las personas en el barco Kerberos no cometieran el mismo error que las del barco Prometheus es una condición necesaria para que Daniel haya invertido los códigos de la simulación. Luego, el hecho de que las personas en el barco Kerberos cometieran el mismo error que las del barco Prometheus es una condición suficiente para que Maura no lograra recordar. Por lo tanto, Maura logró despertar o Elliot es el responsable de los asesinatos en el barco Kerberos.

**realiza** lo siguiente:

- **Traduce** el argumento al lenguaje de la Lógica Proposicional. **Indica** claramente cuáles son las premisas y cuál es la conclusión.
- Utiliza **deducción natural** y tu **traducción del inciso anterior** para indicar si el argumento es correcto o no.

④ **Analiza** el siguiente argumento:

Si Sebastián me extraña, entonces él fue mi novio hace siete meses o él vive lejos de mí. Si Sebastián fue mi novio hace siete meses, me extraña o me ama. Afirmamos que Sebastián no me ama. Por otro lado, Sebastián me extraña o no fue mi novio hace siete meses. Por consiguiente, Sebastián me extraña o él vive lejos de mí.

Para el texto anterior, **realiza** lo siguiente:

- **Traduce** el argumento al lenguaje de la Lógica Proposicional. **Indica** claramente cuáles son las premisas y cuál es la conclusión.
- Utiliza **Funciones de Interpretación** y tu **traducción del inciso anterior** para indicar si el argumento es correcto o no.