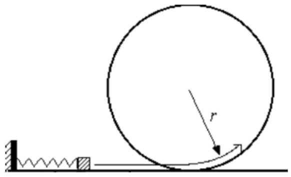
Jun Wei Tan
Cyprian Long
Nicolas Braun

**Aufgabe 4.1:** *Looping* ............................................................(4 Punkte)

Ein punktförmiger Körper der Masse $m$ soll, nachdem er von einer Feder (Federkonstante $D$) abgeschossen wurde, eine Schleifenbahn vom Radius $r$ reibungsfrei durchlaufen.




(1 P) a) Begründen Sie allgemein, dass der Körper im höchsten Punkt der Loopingbahn mindestens eine Geschwindigkeit vom Betrag $v_{(\text{oben,min})} = \sqrt{gr}$ besitzen muss, um gerade noch nicht aus der Bahn zu fallen! Welche Kraft/Kräfte wirkt/wirken in diesem Fall auf den Körper? Kräftediagramm!

(1 P) b) Um welches Stück $x_0$ muss man die Hookesche Feder ($F(x) = -Dx$) mindestens spannen (zusammendrücken), damit der Körper die Schleifenbahn gerade noch durchläuft, ohne herunterzufallen?

(2 P) c) Bestimmen Sie für diesen Fall den Betrag der Kraft in Abhängigkeit des durchlaufenen Winkels im Looping, den die Schiene auf den Körper ausübt.

a) Die Kräfte sind:

1) Normalkraft ($F_N$)

2) Schwerkraft ($F_G$)

Der Körper fällt aus der Bahn wenn es sich nicht mehr in einem Kreis bewegen könnte. Wann kann es sich im Kreis bewegen? Wenn

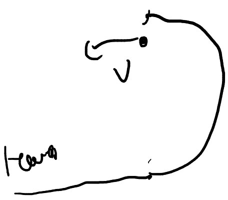
$$F_N + F_G \geq \frac{mv^2}{r}$$

Weil $F_N \geq 0$, ist die minimale Geschwindigkeit

$$F_G = \cancel{m}g = \frac{\cancel{m}v^2_{(\text{oben,min})}}{r}$$

$$v_{(\text{oben,min})} = \sqrt{gr}$$

b) Erhaltung von Energie




$$\frac{1}{2} D x_0^2 = mg(2r) + \frac{1}{2}mv^2$$

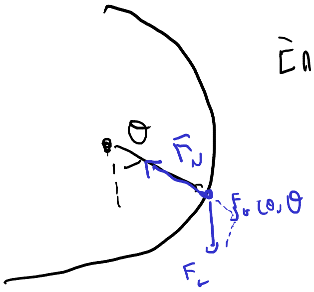
$$x_0^2 = \frac{4mgr}{D} + \frac{mv^2}{D}$$

$$\geq \frac{4mgr}{D} + \frac{m v^2_{(\cos\pi,\, min)}}{D}$$

$$= \frac{4mgr}{D} + \frac{mgr}{D} = \frac{5mgr}{D}$$

Also $X_0 = \sqrt{\frac{5mgr}{D}}$

c)




Energie: $\frac{1}{2} D X_0^2 = \frac{1}{2} D \frac{5mgr}{D} = \frac{5}{2} mgr$

$$= \frac{1}{2} m v^2 + mg(r - r\cos\theta)$$

$$\frac{3}{2} \cancel{m} g r = \frac{1}{2} \cancel{m} v^2 - \cancel{m} g r \cos\theta$$

$$3gr + 2gr\cos\theta = v^2$$

$$v = \sqrt{gr}\sqrt{3 + 2\cos\theta}$$

Wir haben auch

$$F_N - F_G \cos\theta = \frac{mv^2}{r}$$

$$F_N = mg\cos\theta + \frac{m}{r}\left(gr(3 + 2\cos\theta)\right)$$

$$= 3mg + mg\cos\theta + 2mg\cos\theta$$

$$= 3mg(1 + \cos\theta)$$