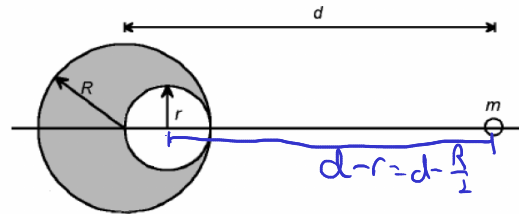


Aufgabe 4.3: Gravitationswechselwirkung (3 Punkte)

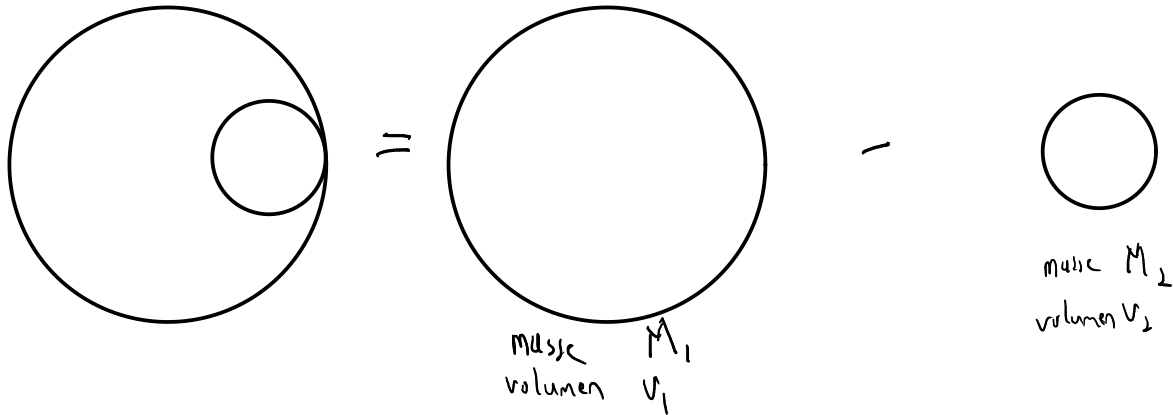
Jun Wei Tan
Cyprian Long
Nicolas Braun

In einer homogenen Metallkugel mit Radius R wurde ein kugelförmiger Hohlraum mit dem Radius $r = R/2$ hergestellt (siehe Abbildung). Die Masse des so entstandenen Körpers ist M .

Ermitteln Sie einen Ausdruck für den Betrag der Kraft, mit der eine zweite Kugel der Masse m aufgrund der Gravitationswechselwirkung angezogen wird. Der Abstand der Kugelmittelpunkte sei d .



Hinweise: Superposition, Felder kugelsymmetrischer Massenverteilungen außerhalb als Felder von Punktmassen mit Gesamtmasse im Mittelpunkt beschreibbar.



"Gesamter" volumen $V = V_1 - V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi \left(\frac{R}{2}\right)^3$

$$= \frac{7}{8} \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{7}{6}\pi R^3$$

Dichte $\rho = \frac{M}{\frac{7}{8}\frac{4}{3}\pi R^3}$

Dann ist

$$M_1 = \rho \left(\frac{4}{3}\pi R^3 \right) = \frac{M}{\frac{7}{8}\frac{4}{3}\pi R^3} \left(\frac{4}{3}\pi R^3 \right) = \frac{8M}{7}$$

$$M_2 = \rho \left(\frac{1}{8}\frac{4}{3}\pi R^3 \right) = \frac{M}{\frac{7}{8}\frac{4}{3}\pi R^3} \left(\frac{1}{8}\frac{4}{3}\pi R^3 \right) = \frac{M}{7}$$

$$|\vec{F}_G| = \left| \frac{GM_1 m}{d^2} - \frac{GM_2 m}{(d - \frac{R}{2})^2} \right|$$

$$= |Gm| \left| \frac{8M}{7d^2} - \frac{M}{7(d - \frac{R}{2})^2} \right|$$

$$= \frac{GMm}{d^2} \left| \frac{8}{7} - \frac{1}{7(1 - \frac{R}{2d})^2} \right|$$