

## 9. Übung Statistische Mechanik und Thermodynamik

Bitte laden Sie Ihre Lösungen bis Donnerstag, den 09.01.2025 um 16:00 Uhr auf WueCampus hoch.

Die Blätter dürfen Sie dabei in Zweiergruppen abgeben.

### Aufgabe 1 $N$ Teilchen-Zustände und -Hilbertraum

8 P.

Gegeben sei ein Einteilchen-Hilbertraum  $\mathcal{H}_1$  mit der Eigenbasis  $\{|\varphi_i\rangle\}$  des Einteilchen-Hamiltonoperators

$$\hat{h}|\varphi_i\rangle = \varepsilon_i|\varphi_i\rangle, (i \in \{1, 2, 3\}). \quad (1)$$

Geben Sie für die Teilchenzahl  $N = 2$  explizit an:

- a) alle Basiszustände des Zweiteilchen-Hilbertraums  $\mathcal{H}_2 = \mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_1$ , wenn es sich um unterscheidbare Teilchen handelt. Welche Dimension hat der Hilbertraum  $\mathcal{H}_2$ ? 2 P.
- b) alle Basiszustände des total-symmetrischen 2-Teilchen-Hilbertraums  $\mathcal{H}_2^S$ , wenn es sich um bosonische Teilchen handelt. Geben Sie die Basiszustände von  $\mathcal{H}_2^S$  sowohl in Form von Linearkombinationen von Produktzuständen und in Besetzungszahldarstellung an. Welche Dimension hat der Hilbertraum  $\mathcal{H}_2^S$ ? 2 P.
- c) alle Basiszustände des total-antisymmetrischen 2-Teilchen-Hilbertraums  $\mathcal{H}_2^A$ , wenn es sich um fermionische Teilchen handelt. Schreiben Sie die Basiszustände von  $\mathcal{H}_2^A$  mit Hilfe der Slater-Determinante in Form von Linearkombinationen von Produktzuständen. Geben Sie des weiteren die Basiszustände in Besetzungszahldarstellung an. Welche Dimension hat der Hilbertraum  $\mathcal{H}_2^A$ ? 2 P.
- d) Geben Sie die Definition des Fock-Raums an. Welche Dimension hat der Fock-Raum  $\mathcal{H}_{\text{Fock}}^F$  im Fall der Fermionen für einen Einteilchen-Hilbertraum mit drei Basiszuständen? 2 P.

Bitte wenden!

**Aufgabe 2** *Boltzmann-, Bose- und Fermi-Statistik***7 P.**

Bei einem System von  $N$  wechselwirkungsfreien Teilchen und einem Einteilchen-Hilbertraum mit der Eigenbasis  $\{|\varphi_i\rangle\}$  des Einteilchen-Hamiltonoperators:

$$\hat{h} |\varphi_i\rangle = \varepsilon_i |\varphi_i\rangle, \quad (i \in \{1, 2, 3\}). \quad (2)$$

Bestimmen Sie speziell für  $N = 2$  die möglichen Energie-Eigenwerte des  $N$ -Teilchen-Problems und berechnen Sie die kanonische 2-Teilchen-Zustandssumme  $Z_k(2)$

- a) für unterscheidbare („klassische“) Teilchen. 2 P.
- b) für den klassischen Grenzfall identischer Teilchen, wobei die Ununterscheidbarkeit durch den Faktor  $\frac{1}{N!}$  in der Zustandssumme berücksichtigt wird. 1 P.
- c) für Bosonen. 2 P.
- d) für Fermionen. 2 P.