

Aufgabe 2.2: Beschleunigt nach oben (5 Punkte)

Ein Fahrstuhl der Masse m wird vertikal nach oben beschleunigt. Für die Beschleunigung gilt:

$$\vec{a}(t) = kt \cdot \vec{e}_y, \text{ mit } k > 0.$$

- (2 P) a) Welche Einheit hat die Konstante k ? Bestimmen Sie den Ort des Fahrstuhls $\vec{r}(t)$. Zum Zeitpunkt $t = 0$ befindet sich der Fahrstuhl am Ort $\vec{r}(0) = \vec{0}$ in Ruhe.
- (1 P) b) Wie groß ist während des Beschleunigungsvorgangs die Kraft \vec{F}_Z im Zugseil? Zeichnen Sie zur Veranschaulichung ein Kräfte diagramm.
- (2 P) c) Berechnen Sie die bis zum Zeitpunkt t verrichtete Arbeit. Geben Sie Ihr Ergebnis auch als Funktion der Höhe y an.

a) $[k] = m s^{-3}$

$$v_y = \frac{kt^2}{2}$$

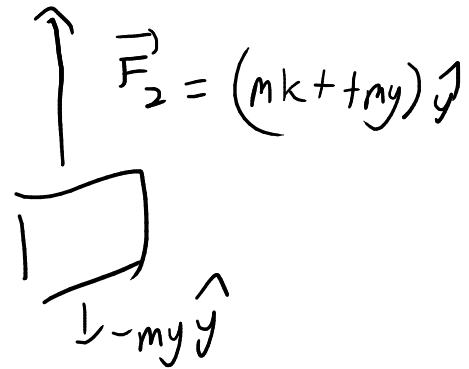
$$v_x = v_z = 0 \quad \forall t$$

$$y = \frac{kt^3}{6}$$

$$x = z = 0 \quad \forall t$$

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{kt^3}{6} \\ 0 \end{pmatrix}$$

b) $\vec{F}_{\text{net}} = \begin{pmatrix} 0 \\ mk + mgy \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{F}_Z = \vec{F}_{\text{net}} + mgy \hat{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ mk + 2mgy \\ 0 \end{pmatrix}$



c) $\frac{6y}{k} = t^3$

$$\int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_0^y F_y dy = \int_0^t F_y \frac{dy}{dt} dt$$

$$= \int_0^t (mk + 2mgy) \left(\frac{kt^2}{2} \right) dt$$

$$= \frac{mk^2}{2} \left[\frac{t^4}{4} \right]_0^t = \frac{mk^2}{8} t^4$$

$$= \frac{mk^2}{8} \left(\frac{6y}{k} \right)^{4/3} = \frac{6^{4/3}}{8} mk^{2/3} y^{4/3}$$