

Hausaufgaben und Übungen zur Vorlesung

Analysis 2

Stefan Waldmann

Wintersemester 2023/2024

Hausaufgabenblatt Nr. 1

revision: (None)

Last changes by (None) on (None)

Git revision of ana2-ws2324: (None) (None)

18.10.2023

(21 Punkte. Abzugeben am 25.10.2023)

Hausaufgabe 1-1: Ableitungen von Funktionen

Berechnen Sie Ableitungen der folgenden Funktionen:

i.) $f(x) = \frac{\arctan(\sin(x^2))}{e^{1-x}}$ für $x \in \mathbb{R}$, (2 Punkte)

ii.) $g(x) = x^{(x^x)}$ für $x > 0$. (2 Punkte)

Hausaufgabe 1-2: Nicht-Differenzierbarkeit von Funktionen

Untersuchen Sie, für welche Argumente des Definitionsbereiches die folgenden Funktionen differenzierbar sind:

i.) $f(x) = |x|$, $x \in \mathbb{R}$, (2 Punkte)

ii.) $g(x) = \begin{cases} x^2, & x \in \mathbb{Q}, \\ 0, & x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, \end{cases}$ (2 Punkte)

iii.) $h(z) = \bar{z}$, $z \in \mathbb{C}$. (2 Punkte)

Hausaufgabe 1-3: Fixpunkte, die Zweite

Man zeige, dass die Gleichung

$$x = \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)$$

auf $[0, 1]$ genau eine Lösung besitzt.

(3 Punkte)

Hausaufgabe 1-4: Irgendwelche Grenzwerte

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

i.) $\lim_{k \rightarrow +\infty} k \cdot \log \frac{k-1}{k}$ (2 Punkte)

ii.) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{\log(x)}}{e^x}$ (2 Punkte)

Hausaufgabe 1-5: Ein bisschen Kurvendiskussion

Überprüfen Sie die Funktion $f : [-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{falls } -1 \leq x < 1, \\ \frac{8}{\pi} \arctan\left(\frac{1}{x}\right), & \text{falls } x \geq 1 \end{cases}$$

auf lokale und globale Extrema. (4 Punkte)