



Übungsblatt 1

Klausurübung 1.1

Was ist beim 7-fachen Wurf eines fairen Würfels die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

- (a) mindestens zwei Sechsen geworfen werden?
- (b) jede Augenzahl $1, \dots, 6$ unter den Wurfergebnissen erscheint?
- (c) mindestens eines der beiden obigen Ereignisse eintritt?

Geben Sie zu den Lösungen auch einen passenden Wahrscheinlichkeitsraum an, in welchem Sie die Ereignisse modellieren.

Übung 1.2

Unter 33 Schülern werden 3 Fußballmannschaften mit jeweils 11 Spielern ausgelost. Hierzu zieht jeder Schüler (ohne Zurücklegen) einen Zettel aus einer Urne, welche jeweils 11 Zettel mit den Buchstaben A, B und C enthält.

- (a) Geben Sie einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum zur Modellierung an.
- (b) Wie viele unterschiedliche Möglichkeiten der Auslosung gibt es?
- (c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden zwei bestimmte Schüler derselben Mannschaft zugeordnet?

Aufgabe 1.3 (keine Abgabe)

Es sei $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ ein Wahrscheinlichkeitsraum¹ mit einem Wahrscheinlichkeitsmaß \mathbb{P} .

- (a) Beweisen Sie, dass für Ereignisse $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{A}$ gilt:

$$\mathbb{P}\left(\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k\right) \leq \sum_{k=1}^{\infty} \mathbb{P}(A_k).$$

- (b) Seien nun \mathbb{P}_1 und \mathbb{P}_2 zwei Wahrscheinlichkeitsmaße auf dem Messraum (Ω, \mathcal{A}) , und λ_1, λ_2 reelle Zahlen aus $[0, 1]$, mit $\lambda_1 + \lambda_2 = 1$. Zeigen Sie, dass dann durch

$$(\lambda_1 \mathbb{P}_1 + \lambda_2 \mathbb{P}_2)(A) = \lambda_1 \mathbb{P}_1(A) + \lambda_2 \mathbb{P}_2(A), \quad A \in \mathcal{A},$$

ein Wahrscheinlichkeitsmaß auf (Ω, \mathcal{A}) definiert wird.

¹Sie können in (a) und (b) jeweils oEdA einen diskreten W-raum annehmen und \mathcal{A} ignorieren.

Aufgabe 1.4 (keine Abgabe)

Geben Sie in den folgenden Teilaufgaben jeweils einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum an. Außerdem sollen auftretende Ereignisse als Mengen mathematisch beschrieben werden.

- (a) Aus einer Urne mit 3 roten und 4 schwarzen Kugeln und aus einer Urne mit 2 roten, 2 weißen und 3 schwarzen Kugeln wird je eine Kugel gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die gezogenen Kugeln die gleiche Farbe haben?
- (b) Wir interessieren uns für die Anzahl der möglichen Ergebnisse eines Wurfs beim Kegeln (mit neun Kegeln). Wie viele möglichen Wurfergebnisse gibt es, falls die Kegel nicht nummeriert sind? Und wie viele sind es, falls die Kegel nummeriert sind?

Bearbeitung bis Donnerstag, den 24.10.2024 um 18 Uhr.