Universität Würzburg
Wintersemester 2024/25

Prof. Dr. Giorgio Sangiovanni
Linus Aliani, Alexander Baum,
Max Fischer, Jonathan Karl, Niklas Witt

4. Übung Statistische Mechanik und Thermodynamik

Bitte laden Sie Ihre Lösungen bis Donnerstag, den 14.11.2024 um 16:00 Uhr auf WueCampus hoch.
Die Blätter dürfen Sie dabei in Zweiergruppen abgeben.

Aufgabe 1 *Entropie des Universums* **4 P.**

Nehmen Sie ein System mit Wasser der Masse 2 kg an, das in Kontakt mit einem großen Wärmereservoir steht. Bevor beide Systeme in Kontakt gebracht wurden hatte das Wasser die Temperatur 10°C und das Reservoir 100°C.

a) Handelt es sich hierbei um einen reversiblen oder einen irreversiblen Prozess? Berechnen Sie die Entropieänderung ΔS_{W} des Wassers, nachdem es die Temperatur des Reservoirs erreicht hat. *2 P.*
Hinweis: Für die Wärmekapazität bei konstantem Volumen und bezogen auf eine Masse gilt: $C_V = \frac{1}{m}\frac{\delta Q}{\mathrm{d}T}\Big|_V$. Sie beträgt für Wasser in etwa $4.2\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,K}}$.

b) Berechnen Sie nun die Entropieänderung ΔS_{R} des Reservoirs. *1 P.*

c) Kombinieren Sie die Ergebnisse der beiden vorherigen Aufgaben, um Entropieänderung ΔS_{Univ} des Universums (Wasser + Wärmereservoir) bei diesem Prozess zu berechnen. *1 P.*

Aufgabe 2 *Das ideale Gas im mikrokanonischen Ensemble* **8 P.**
Wir betrachten das ideale Gas, welches aus N nicht wechselwirkenden Teilchen mit Masse m besteht und mir einer Hamiltonfunktion beschrieben wird,

$$H = \sum_{i=1}^{3N} \frac{p_i^2}{2m} + V_{\text{pot}}(q_1, \ldots, q_{3N}).$$

Das Potential V_{pot} stelle die Wände des Gefäßes mit Volumen V dar, in dem sich das Gas befindet. Vereinfachend können wir von einem Kubus mit Kantenlänge L ausgehen,

$$V_{\text{pot}}(\vec{q}) = \begin{cases} 0 & \text{wenn alle } |q_i| < L/2 \\ \infty & \text{sonst.} \end{cases}$$

a) Bestimmen Sie das Phasenraumvolumen $\Gamma(E)$ und die Entropie $S = k_{\text{B}} \ln \Gamma(E)$. *2 P.*

Hinweis: Das Volumen innerhalb einer d-dimensionalen Sphäre mit Radius R ist gegeben durch:

$$\nu_R^d = \frac{\pi^{d/2} R^d}{\Gamma\left(\frac{d}{2} + 1\right)},$$

wobei $\Gamma(z + 1) = z\Gamma(z)$ die Gammafunktion ist.

Ferner können wir vereinfachend annehmen, dass die Teilchenzahl N gerade ist. Im Limes $N \to \infty$ gilt die Stirling Formel: $\ln N! \approx N \ln N - N$.

b) Leiten Sie daraus die innere Energie E her, in dem Sie die inverse Temperatur betracheten: $T^{-1} = \left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)_{N,V}$. *2 P.*

c) Berechnen Sie die Wärmekapazität C_V bei konstantem Volumen und vergleichen Sie mit dem Ergebnis aus der Thermodynamik. *2 P.*

d) Berechnen Sie den Druck p und stellen Sie die Zustandsgleichung für das ideale Gas auf. *2 P.*