

9. Übung zur Klassischen Mechanik

11. Dezember 2023 (rev)

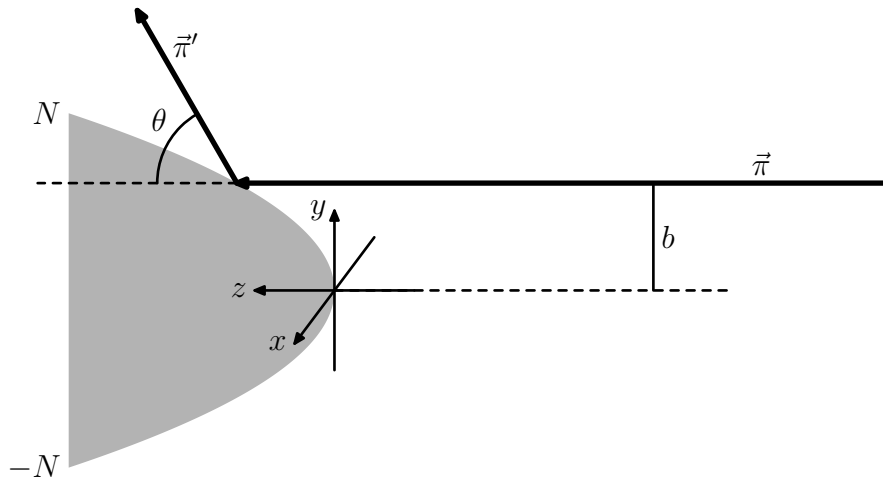
Streuung / Wirkungsquerschnitt

9.1 Streuung am harten Paraboloiden

Wir betrachten den Ausschnitt eines Paraboloiden gegeben durch

$$P_{(\alpha,N)} := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq N^2 \text{ und } z \geq \alpha(x^2 + y^2)\} \quad , \quad (1)$$

wobei $\alpha, N \in (0, \infty)$ positive Konstanten sind.



Aus der negativen z -Richtung treffen Teilchen auf den Paraboloiden auf, welche von ihm abprallen, wobei die Energie der Teilchen erhalten bleibt.

1. Bestimmen Sie aus der Geometrie den Stoßparameter b als Funktion des Streuwinkels θ (siehe Abb.). Überzeugen Sie sich davon, daß es für $N < \infty$ einen kleinsten Streuwinkel θ_{\min} gibt.
2. Berechnen Sie mit Hilfe des Stoßparameters den differentiellen Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \Theta(\theta - \theta_{\min}) \frac{b(\theta)}{\sin \theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right| \quad (2)$$

mit der Stufenfunktion Θ und daraus den totalen Wirkungsquerschnitt

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) d\Omega = 2\pi \int_0^\pi \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) \sin(\theta) d\theta. \quad (3)$$

9.2 Streuung am $1/r^2$ -Potential

Betrachten Sie Streuung am abstoßenden Zentralpotential

$$V(r) = \frac{\alpha}{r^2} \quad (4)$$

wobei $\alpha > 0$ eine positive Konstante ist. Die Koordinaten seien analog zur Aufgabe 9.1 gewählt.

1. Leiten Sie einen Zusammenhang zwischen dem Stoßparameter b und dem Streuwinkel θ her, und zeigen Sie, dass der differenzielle Wirkungsquerschnitt durch

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \frac{\alpha\pi^2}{E} \frac{\pi - \theta}{\theta^2(2\pi - \theta)^2 \sin(\theta)} \quad (5)$$

gegeben ist.

2. Zeigen Sie, dass der totale Wirkungsquerschnitt divergiert. Was bedeutet dies physikalisch?

Hinweis: Orientieren Sie sich für die Bearbeitung dieser Aufgabe an der in der Vorlesung diskutierten Rutherford Streuung am Potential $V(r) = -\frac{\alpha}{r}$.