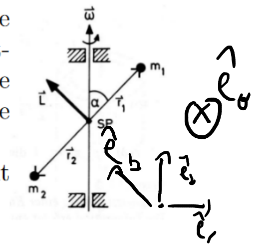
Jun Wei Tan
Cyprian Long
Nicolas Braun

Aufgabe 7.3: *Rotierende Hantel* .... (3 Punkte)

Dies ist eine vereinfachte Beschreibung des Vorlesungsversuchs mit der rotierenden „schrägen" Scheibe.

Zwei gleiche Punktmassen $m_1 = m_2 = m$ seien durch eine masselose Stange zu einer Hantel der Länge $2l$ verbunden. Die Hantel sei in ihrem Massenmittelpunkt (Schwerpunkt SP) unter einem Winkel α an einer masselosen Stange fixiert und rotiere mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega} = \omega \cdot \vec{e}_z$ (siehe Skizze).

Verwenden Sie für die Berechnungen Zylinderkoordinaten mit dem Nullpunkt im SP.



(1 P) a) Berechnen Sie den Drehimpuls $\vec{L}$.

(1 P) b) Bestimmen Sie das Drehmoment $\vec{M}$, das auf die Hantel ausgeübt werden muss.

(1 P) c) Bestimmen Sie den Betrag des maximalen Drehmoments bezüglich des Schwerpunkts, wenn für den Winkel α Werte zwischen 0° und 90° gewählt werden können.

a) $\vec{L}_1 = \vec{r}_1 \times \vec{p}_1 = \vec{r}_1 \times (m_1 l \sin\alpha)\omega \hat{e}_\theta$

$= m_1 l^2 \omega \sin\alpha \, \hat{e}_b$

$\vec{L}_2 = \vec{r}_2 \times \vec{p}_2$

$= \vec{r}_2 \times -(m_2 l \sin\alpha)\omega \hat{e}_\theta$

$= m_2 l^2 \omega \sin\alpha \, \hat{e}_b$

$\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 = 2 m l^2 \omega \sin\alpha \, \hat{e}_b$

b) $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{L}$

$= -\omega(2 m l^2 \omega \sin\alpha)\cos\alpha \, \hat{e}_\theta$

$= -2 m l^2 \omega^2 \sin\alpha \cos\alpha \, \hat{e}_\theta$

c) $|\vec{M}| = 2 m l^2 \omega^2 \sin\alpha\cos\alpha$

$= m l^2 \omega^2 \sin 2\alpha$

$\leq m l^2 \omega^2$

also der maximale Betrag ist

$|\vec{M}| = m l^2 \omega^2$