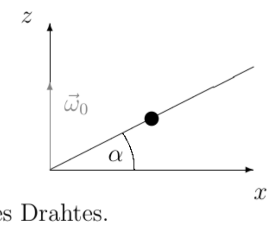
Jun Wei Tan
Cyprian Long
Nicolas Braun

Aufgabe 5.3: *Kugel auf rotierendem Drahtbügel* .... (4 Punkte)

Auf einem Drahtbügel, der mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}_0 = \omega_0 \vec{e}_z$ rotiert, kann eine durchbohrte Kugel (Masse m) reibungsfrei gleiten (siehe Skizze).

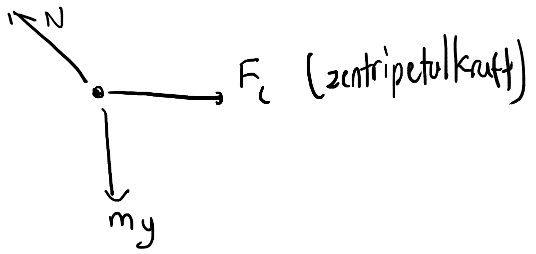


(2 P) a) Zeichnen Sie jeweils ein Kräftediagramm für die Kugel im beschleunigten Bezugssystem und im Inertialsystem. Zeichnen Sie keine Teilkräfte und resultierende Kräfte ein. Hilfslinien zeichnen Sie gegebenenfalls als gestrichelte Linien.

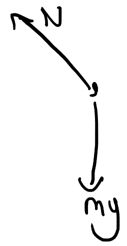
(1 P) b) Bestimmen Sie die Beschleunigungskomponente a_t entlang des Drahtes.

(1 P) c) In welcher Form müsste der Draht gebogen sein, damit die Kugel an jeder Stelle des Drahtes im Gleichgewicht ist? Bestimmen Sie dazu die Funktion $z(x)$.

a) Beschleunigtes Bezugssystem



Inertialsystem



b)

$$F_c = m x \omega_0^2$$

$$m a_t = F_c \cos\alpha - m g \sin\alpha$$

$$= m x \omega_0^2 \cos\alpha - m g \sin\alpha$$

$$a_t = x \omega_0^2 \cos\alpha - g \sin\alpha$$

c) Es gilt $z'(x) = \tan\alpha$

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+z'(x)^2}}$$

$$\sin\alpha = \frac{z'(x)}{\sqrt{1+z'(x)^2}}$$

$$a_t = x\omega_0^2 \frac{1}{\cancel{\sqrt{1+z'^2}}} - g \frac{z'}{\cancel{\sqrt{1+z'^2}}} = 0$$

$$x\omega_0^2 = g \frac{dz}{dx}$$

$$z = \int_0^x \frac{x\omega_0^2}{g} dx = \frac{x^2 \omega_0^2}{2g}$$