Betrachten Sie ein magnetisches System, welches aus N nicht wechselwirkenden lokalen Dipolen m_i besteht. Bei einem reversiblen Prozess ändert sich die innere Energie E des Systems gemäß

$$dE(S, M, N) = T dS + B dM + \mu dN,$$

wobei B das magnetische Feld (z.B. in z-Richtung) ist und $M = \sum \langle m_i \rangle$ die totale Magnetisierung (in z-Richtung) des Systems ist.

a) Bestimmen Sie mit Hilfe von E die Freie Energie F(T, M, N), sowie die Enthalpie 3 P. H(S, B, N) und die Freie Enthalpie G(T, B, N) in differentieller Form.

$$F = E - TS$$

$$dF = dE - TJS - SJT$$

$$= TJS + BJM + PJN - TJN$$

$$= -SJT + BJM + PJN$$

$$H = E - BJM - MJB$$

$$= TJS + BJM + PJN - BJM - MJB$$

$$= TJS + BJM + PJN - BJM - MJB$$

$$= TJS - MJB + PJN$$

$$G = H - TS$$

$$dG = TJS - MJB + PJN - TJS - SJT$$

$$= -SJT - MJB + PJN$$

b) In einem paramagnetischen System, für welches die lokalen Dipole nur zwei Werte 3 P. $m_i = \pm m$ annehmen können gilt.

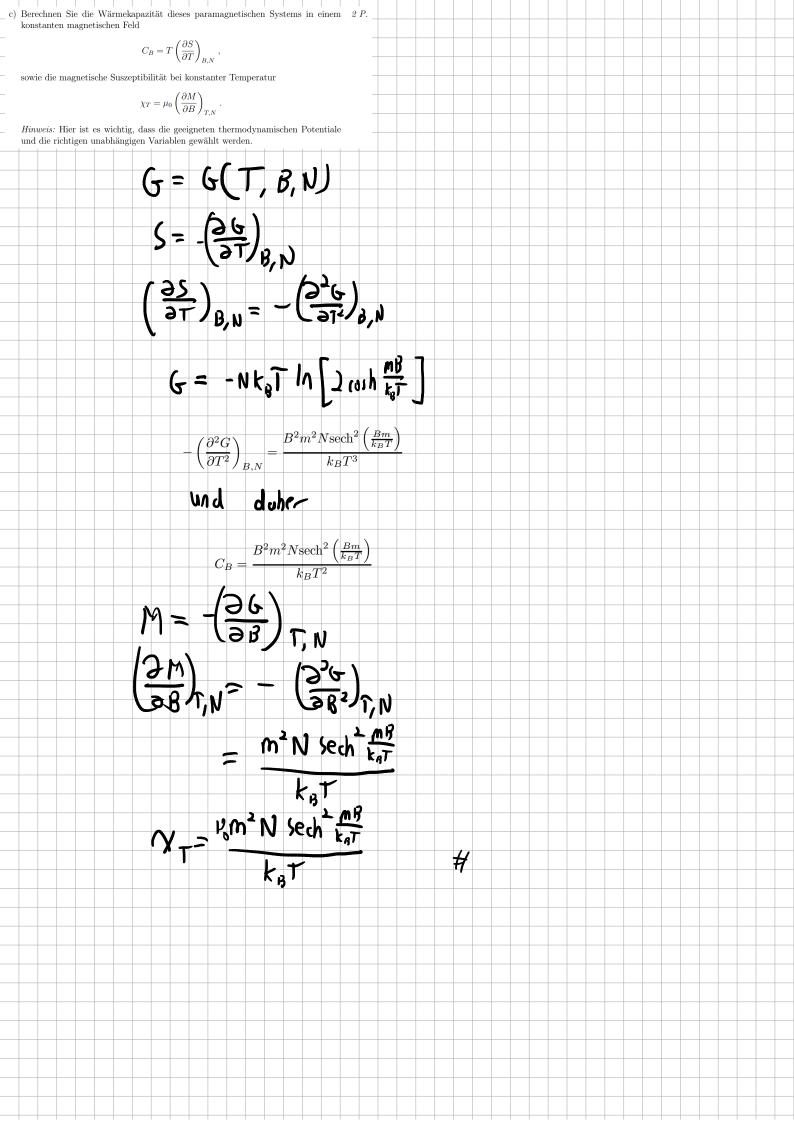
$$G(T, B, N) = -Nk_BT \ln \left[2 \cosh \left(\frac{mB}{k_BT} \right) \right].$$

Bestimmen Sie daraus mittels Differenzieren die Magnetisierung M. Invertieren Sie den Ausdruck um B als Funktion von M, N und T zu erhalten. Bestimmen Sie mit Hilfe einer Legendre Transformation von G(T,B,N), bezüglich B, die Freie Energie F(T,M,N).

$$M = \left(\frac{26}{38}\right)_{\Gamma,N} = -\frac{N k_B T}{2 \cosh \frac{m B}{k_B T}} \left(\frac{2 \sinh \left(\frac{m B}{k_B T}\right) \frac{m}{k_B T}}{2 \sinh \left(\frac{m B}{k_B T}\right) \frac{m}{k_B T}}\right)$$

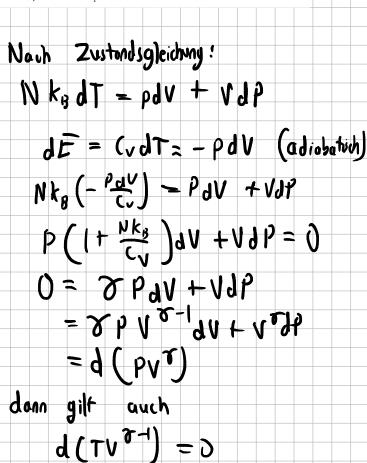
$$= -N k_B T \ln \left[2 \cosh \frac{m B}{k_B T}\right] - B N m \tanh \frac{m B}{k_B T}$$

$$= -N k_B T \ln \left[2 \cosh \frac{m B}{k_B T}\right] - B N m \tanh \frac{m B}{k_B T}$$



$$TV^{\gamma-1} = \text{const.}$$
 mit $\gamma - 1 = \frac{Nk_B}{C_V}$

gilt. Hierbei bezeichnet ${\cal C}_V$ die Wärmekapazität bei konstantem Volumen.



T V 1-1 = const.

2 P.

2 P

a) Zeigen Sie die Gültigkeit der Maxwell-Relation

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{V} = \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_{T},$$

indem Sie die freie Energie F, als Funktion von T und V schreiben.

b) Zeigen Sie mit Hilfe der Maxwell-Relation, dass bei konstanter Teilchenzahl

$$\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_{T} = T\frac{\partial p}{\partial T} - p$$

gilt.

Hinweis: Benutzen Sie

$$dE = T dS + p dV$$

und schreiben Sie S als Funktion von T und V.

Be: konstanter Teilchrozohl

$$dE = TJS - pdV$$

$$F = IE - TS$$

$$dF = -SdT - pdV$$

$$exuktes differentia!!$$

$$S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_{V}, P = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_{T}$$

$$\frac{\partial^{2}F}{\partial S\partial V} = -\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_{T} = -\left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)_{V}$$

$$gottem Imao$$
b)

$$TdS = dE + pdV$$

$$dS = \frac{1}{T}dE + \frac{p}{T}dV$$

$$Daher \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_{F} = \frac{p}{T}, \left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)_{V} = \frac{1}{T}$$

$$S = S\left(E\left(T,V\right), V\right)$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)_{V} \left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_{T} + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_{F}$$

$$= \frac{1}{T}\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_{T} + \frac{p}{T}$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_{T} = T\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_{V} - p$$

$$= T\left(\frac{\partial F}{$$