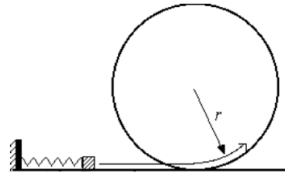


**Aufgabe 4.1: Looping** ..... (4 Punkte)

Ein punktförmiger Körper der Masse  $m$  soll, nachdem er von einer Feder (Federkonstante  $D$ ) abgeschossen wurde, eine Schleifenbahn vom Radius  $r$  reibungsfrei durchlaufen.



- (1 P) a) Begründen Sie allgemein, dass der Körper im höchsten Punkt der Loopingbahn mindestens eine Geschwindigkeit vom Betrag  $v_{(\text{oben}, \text{min})} = \sqrt{gr}$  besitzen muss, um gerade noch nicht aus der Bahn zu fallen! Welche Kraft/Kräfte wirkt/wirken in diesem Fall auf den Körper? Kräftediagramm!
- (1 P) b) Um welches Stück  $x_0$  muss man die Hookesche Feder ( $F(x) = -Dx$ ) mindestens spannen (zusammendrücken), damit der Körper die Schleifenbahn gerade noch durchläuft, ohne herunterzufallen?
- (2 P) c) Bestimmen Sie für diesen Fall den Betrag der Kraft in Abhängigkeit des durchlaufenen Winkels im Looping, den die Schiene auf den Körper ausübt.

a) Die Kräfte sind:

- 1) Normalkraft ( $F_N$ )
- 2) Schwerkraft ( $F_G$ )

Der Körper fällt aus der Bahn wenn es sich nicht mehr in einem Kreis bewegen könnte. Wann kann es sich im Kreis bewegen? Wenn

$$F_N + F_G \geq \frac{mv^2}{r}$$

Wel  $F_N \geq 0$ , ist die minimal Geschwindigkeit

$$F_G = mg = \frac{mv_{(\text{oben}, \text{min})}^2}{r}$$

$$v_{(\text{oben}, \text{min})} = \sqrt{gr}$$

b) Erhaltung von Energie



$$\frac{1}{2} D x_0^2 = mgy(2r) + \frac{1}{2} mv^2$$

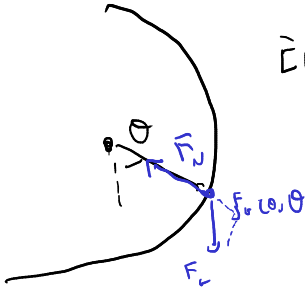
$$x_0^2 = \frac{4mgy}{D} + \frac{mv^2}{D}$$

$$\geq \frac{4m\gamma r}{D} + \frac{m v_{(\cos(\theta), m/2)}^2}{D}$$

$$= \frac{4m\gamma r}{D} + \frac{m\gamma r}{D} = \frac{5m\gamma r}{D}$$

$$\text{Also } X_0 = \sqrt{\frac{5m\gamma r}{D}}$$

c)



$$\text{Energie: } \frac{1}{2} D X_0^2 = \frac{1}{2} D \frac{5m\gamma r}{D} = \frac{5}{2} m\gamma r$$

$$= \frac{1}{2} m v^2 + m\gamma (r - r \cos \theta)$$

$$\frac{3}{2} m\gamma r = \frac{1}{2} m v^2 - m\gamma r \cos \theta$$

$$3\gamma r + 2\gamma r \cos \theta = v^2$$

$$v = \sqrt{4\gamma r} \sqrt{3 + 2\cos \theta}$$

Wir haben auch

$$F_N - F_g \cos \theta = \frac{m v^2}{r}$$

$$F_N = m\gamma \cos \theta + \frac{m}{r} (\gamma r (3 + 2\cos \theta))$$

$$= 3m\gamma + m\gamma \cos \theta + 2m\gamma \cos \theta$$

$$= 3m\gamma (1 + \cos \theta)$$