

Einführung in die Algebra Hausaufgaben Blatt Nr. 1

Jun Wei Tan*

Julius-Maximilians-Universität Würzburg

(Dated: October 26, 2023)

Problem 1. Betrachten Sie die folgenden Familien von Kraftfeldern auf geeigneten Definitionsbereichen $D_\eta^{(n)} \subseteq \mathbb{R}^3$

$$F_\eta^{(1)} : D_\eta^{(1)} \ni \vec{x} \rightarrow r^\eta \cdot \vec{x} \in \mathbb{R}^3$$

$$F_\eta^{(2)} : D_\eta^{(2)} \ni \vec{x} \rightarrow r_{12}^\eta \cdot (x_1 \vec{e}_1 - x_2 \vec{e}_2) \in \mathbb{R}^3$$

$$F_\eta^{(3)} : D_\eta^{(3)} \ni \vec{x} \rightarrow r_{12}^\eta \cdot (x_2 \vec{e}_1 - x_1 \vec{e}_2) \in \mathbb{R}^3$$

$$F_\eta^{(4)} : D_\eta^{(3)} \ni \vec{x} \rightarrow r_{12}^\eta \cdot (x_2 \vec{e}_1 + x_1 \vec{e}_2) \in \mathbb{R}^3$$

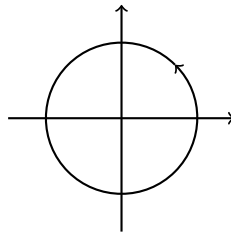
wobei $r_{12} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ und $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$ Skizzieren Sie die Felder $\vec{F}_\eta^{(n)}$ als Vektorpfeile in der von den Einheitsvektoren \vec{e}_1 und \vec{e}_2 aufgespannten Ebene (hier genügt es, zwischen den Fällen $\eta > -1$, $\eta = -1$ und $\eta < -1$ zu unterscheiden).

Bestimmen Sie, abhängig von der Potenz $\eta \in \mathbb{R}$,

1. den maximalen Definitionsbereich $D_\eta^{(n)}$,
2. die maximale Bereiche $C_\eta^{(n)} \subseteq D_\eta^{(n)}$, auf denen $F_\eta^{(n)}$ konservativ ist,
3. eine Potentialfunktion $V_\eta^{(n)} : C_\eta^{(n)} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $F_\eta^{(n)} = -\nabla V_\eta^{(n)}$, sofern sie existiert,
4. das Kurvenintegral

$$I_\eta^{(n)}(R) = \int_{\gamma_R} d\vec{\xi} \cdot \vec{F}_\eta^{(n)}(\vec{\xi})$$

über den gegen den Uhrzeigersinn umlaufenden Kreis γ_R mit Radius R und Mittelpunkt $\vec{0}$ in der von \vec{e}_1 und \vec{e}_2 aufgespannten Ebene



* jun-wei.tan@stud-mail.uni-wuerzburg.de