Stochastik 1

Jun Wei Tan*

Julius-Maximilians-Universität Würzburg

(Dated: February 5, 2025)

1. LAPLACE-RÄUME

1.1. mit Zurücklegen mit Beachtung der Reihenfolge

$$\Omega_I^{k,n} = \{1,\dots,n\}^k,\ \text{card } \Omega_I^{k,n} = n^k$$

1.2. ohne Zurücklegen mit Beachtung der Reihenfolge

$$\Omega_{II}^{k,n} = \{\omega = (\omega_1,\dots,\omega_k) \in \{1,\dots,n\}^k \\ |\omega_i \neq \omega_j, i \neq j\}$$
$$\text{card } \Omega_{II}^{k,n} = \frac{n!}{(n-k)!} = (n)_k$$

1.3. ohne Zurücklegen ohne Beachtung der Reihenfolge

$$\Omega_{III}^{k,n} = \{A \subseteq \{1,\dots,n\} | \text{card } A = k\}$$
$$\text{card } \Omega_{III}^{k,n} = \frac{n!}{(n-k)!k!} = \binom{n}{k}$$

1.4. mit Zurücklegen ohne Beachtung der Reihenfolge

$$\Omega_{IV}^{k,n} = \{\omega = (\omega_1,\dots,\omega_k) \in \{1,\dots,n\}^k \\ |\omega_1 \leq \dots \leq \omega_k\}$$
$$\text{card } \Omega_{IV}^{k,n} = \binom{k+n-1}{k} = \binom{k+n-1}{n-1}$$

2. WAHRSCHEINLICHKEITSRÄUME

2.1 (Einschluss-Ausschluss).

$$\mathbb{P}(A_1 \cup \dots \cup A_n) = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k-1} \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n} \mathbb{P}(A_{i_1} \cap \dots \cap A_{i_k})$$

2.2 (Bedingte Wahrscheinlichkeit).

$$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)}$$

2.3 (Bayes-Formel).

$$\mathbb{P}(B|A) = \frac{\mathbb{P}(A|B)\mathbb{P}(B)}{\mathbb{P}(A)}$$

2.4 (Unabhängige Mengensysteme). $\mathcal{A} = \{A_1,\dots,A_n\}$ unabhängig, falls

$$\mathbb{P}\left(\bigcap_{i\in I} A_i\right) = \prod_{i \in I} \mathbb{P}(A_i)$$

für alle $I \subseteq \{1,\dots,n\}$.

2.5 (Diskret). Ein abzählbarer Maßraum mit

* jun-wei.tan@stud-mail.uni-wuerzburg.de

einem Wahrscheinlichkeitsmaß definiert auf der Potenzmenge heißt diskreter Wahrscheinlichkeitsraum.

2.6 (Wahrscheinlichkeitsfunktion)**.** Die Wahrscheinlichkeits funktion $p(x)$ ist $p(x) = \mathbb{P}(\{x\})$.

3. ZUFALLSVARIABLEN

3.1.

$$\mathbb{P}(X = x) = \mathbb{P}(X^{-1}(x))$$

3.2 (Verteilung)**.** Die Verteilung ist definiert durch das Maß

$$\mathbb{P} \circ X^{-1}$$

auf $\mathbb{R}$.

3.3 (Bernoulli-Verteilung)**.** Eine Verteilung $\mathbb{P}_X$ auf $\{0, 1\}$ mit $\mathbb{P}_X(1) = p_X(1) = p \in [0, 1]$ heißt bernoulli-Verteilung Ber(p).