Universität Würzburg
Wintersemester 2024/25

Prof. Dr. Giorgio Sangiovanni
Linus Aliani, Alexander Baum,
Max Fischer, Jonathan Karl, Niklas Witt

3. Übung Statistische Mechanik und Thermodynamik

Bitte laden Sie Ihre Lösungen bis Donnerstag, den 24.10.2024 um 16:00 Uhr auf WueCampus hoch.
Die Blätter dürfen Sie dabei in Zweiergruppen abgeben.

Aufgabe 1 *Thermodynamische Potentiale: magnetisches System* **8 P.**

Betrachten Sie ein magnetisches System, welches aus N nicht wechselwirkenden lokalen Dipolen m_i besteht. Bei einem reversiblen Prozess ändert sich die innere Energie E des Systems gemäß

$$dE(S, M, N) = T\,dS + B\,dM + \mu\,dN\,,$$

wobei B das magnetische Feld (z.B. in z-Richtung) ist und $M = \sum \langle m_i \rangle$ die totale Magnetisierung (in z-Richtung) des Systems ist.

a) Bestimmen Sie mit Hilfe von E die Freie Energie $F(T, M, N)$, sowie die Enthalpie $H(S, B, N)$ und die Freie Enthalpie $G(T, B, N)$ in differentieller Form. *3 P.*

b) In einem paramagnetischen System, für welches die lokalen Dipole nur zwei Werte $m_i = \pm m$ annehmen können gilt *3 P.*

$$G(T, B, N) = -Nk_BT\,\ln\left[2\,\cosh\left(\frac{mB}{k_BT}\right)\right]\,.$$

Bestimmen Sie daraus mittels Differenzieren die Magnetisierung M. Invertieren Sie den Ausdruck um B als Funktion von M, N und T zu erhalten. Bestimmen Sie mit Hilfe einer Legendre Transformation von $G(T, B, N)$, bezüglich B, die Freie Energie $F(T, M, N)$.

c) Berechnen Sie die Wärmekapazität dieses paramagnetischen Systems in einem konstanten magnetischen Feld *2 P.*

$$C_B = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{B,N}\,,$$

sowie die magnetische Suszeptibilität bei konstanter Temperatur

$$\chi_T = \mu_0\left(\frac{\partial M}{\partial B}\right)_{T,N}\,.$$

Hinweis: Hier ist es wichtig, dass die geeigneten thermodynamischen Potentiale und die richtigen unabhängigen Variablen gewählt werden.

Bitte wenden!

Aufgabe 2 *Ideales Gas* **3 P.**

Betrachten Sie ein ideales Gas mit Zustandsgleichung $Nk_BT = pV$ und innerer Energie $E = 3/2\, Nk_BT$, sowie konstanter Teilchenzahl N. Zeigen Sie dass bei einem adiabatischen Prozess ($\delta Q = 0$) die Adiabatengleichung

$$TV^{\gamma-1} = \text{const.} \quad \text{mit} \quad \gamma - 1 = \frac{Nk_B}{C_V}$$

gilt. Hierbei bezeichnet C_V die Wärmekapazität bei konstantem Volumen.

Aufgabe 3 *Thermodynamische Relationen bei konstanter Teilchenzahl* **4 P.**

a) Zeigen Sie die Gültigkeit der Maxwell-Relation *2 P.*

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T ,$$

indem Sie die freie Energie F, als Funktion von T und V schreiben.

b) Zeigen Sie mit Hilfe der Maxwell-Relation, dass bei konstanter Teilchenzahl *2 P.*

$$\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_T = T\frac{\partial p}{\partial T} - p$$

gilt.
Hinweis: Benutzen Sie

$$dE = T\,dS + p\,dV$$

und schreiben Sie S als Funktion von T und V.