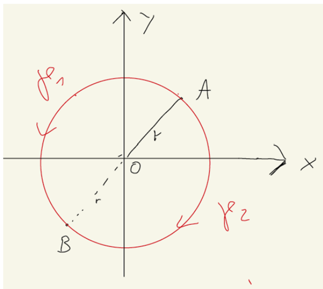
Universität Würzburg
Wintersemester 2024/25

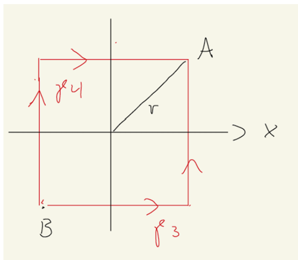
Prof. Dr. Giorgio Sangiovanni
Linus Aliani, Alexander Baum,
Max Fischer, Jonathan Karl, Niklas Witt

1. Übung Statistische Mechanik und Thermodynamik

Bitte laden Sie Ihre Lösungen bis Donnerstag, den 24.10.2024 um 16:00 Uhr auf WueCampus hoch.
Die Blätter dürfen Sie dabei in Zweiergruppen abgeben.

Aufgabe 1 *Exakte Differentiale* — 8 P.





a) Überprüfen Sie, ob die folgenden Ausdrücke exakte Differentiale darstellen. *2 P.*

$$\begin{aligned}
\delta F_1(x,\,y) &= \frac{-y}{x^2+y^2}\,\mathrm{d}x + \frac{x}{x^2+y^2}\,\mathrm{d}y \\
\delta F_2(x,\,y) &= \left(2\,y^2 - 3\,x\right)\,\mathrm{d}x - 4\,x\,y\,\mathrm{d}y \\
\delta F_3(x,\,y) &= \left(y - x^2\right)\,\mathrm{d}x + \left(x + y^2\right)\,\mathrm{d}y
\end{aligned}$$

b) Integrieren Sie $\delta F_1(x,\,y)$ entlang der gezeigten Wege γ_1 und γ_2. *2 P.*

c) Integrieren Sie $\delta F_2(x,\,y)$ entlang der Wege γ_3 und γ_4. *2 P.*

d) Zeigen Sie, dass für ein beliebiges exaktes Differential gilt: $\oint \delta F = 0$. *2 P.*
Hinweis: Nutzen Sie den Green'schen Integralsatz.

Bitte wenden!

Aufgabe 2 *Kinetische Theorie des idealen Gases* **7 P.**

Ziel dieser Aufgabe ist es die Zustandsgleichung des idealen Gases anhand der kinetischen Gastheorie herzuleiten.

a) Finden Sie einen Ausdruck für die Anzahl der Teilchen, welche in einem infinitesimalen Geschwindigkeitsvolumen d^3v eingeschlossen sind und somit eine Geschwindigkeit innerhalb des Intervalls $[\,\vec{v},\ \vec{v}+\mathrm{d}\vec{v}\,]$ aufweisen. *1 P.*
Hinweis: Nehmen Sie für die Teilchen eine beliebige normierte Verteilungsfunktion $f(\vec{v})$ an.

b) Finden Sie nun einen Ausdruck für die Zahl der Teilchen, welche innerhalb des Zeitraums $\mathrm{d}t$ mit einer Wand kollidieren. *2 P.*
Hinweis: Überlegen Sie, wie weit ein Teilchen von einer Wand entfernt sein darf, damit es diese innerhalb des Zeitraums $\mathrm{d}t$ erreichen kann.

c) Kombinieren Sie diese beiden Ausdrücke, um einen Ausdruck für den Impuls $\mathrm{d}p$ zu finden, welcher durch alle Teilchenkollisionen innerhalb des Zeitraums $\mathrm{d}t$ auf eine massive Wand übertragen wurde. *1 P.*
Hinweis: Das Endergebnis lautet $\mathrm{d}p = 2\,m\,v_x^2\,\frac{N}{V}\,S\,\mathrm{d}t\,f(\vec{v})\,\mathrm{d}^3v$.

d) Finden Sie unter Ausnutzung von $\mathrm{d}p$ einen Ausdruck für den Druck, welcher auf die Innenfläche des Behälters ausgeübt wird. *2 P.*
Hinweis: Das Endergebnis für die Zustandsgleichung des idealen Gases lautet: $p\,V = \frac{1}{3}\,m\,N\,\langle v^2\rangle = \frac{2}{3}\,N\,\langle \epsilon_{\mathrm{kin}}\rangle$

e) Nun vereinfachen Sie diesen Ausdruck unter Benutzung der inneren Energie des idealen Gases. *1 P.*