

Lineare Algebra: Aufgabenblatt 01

1.1 Willkommen im Semester

Für viele von Ihnen ist dieses Semester der Start in das Leben außerhalb der Schule. Andere haben vielleicht ein Freiwilligenjahr hinter sich, eine Ausbildung oder wechseln gerade das Studienfach. In jedem Fall ist es sinnvoll, sich zu Beginn über die eigenen Ziele, Erwartungen und Hoffnungen bewusst zu werden.

Notieren Sie sich zu jedem der folgenden Satzanfänge ein bis zwei Sätze und bewahren Sie diese für sich auf. Wenn Sie sich damit wohl fühlen, können Sie über Ihre Antworten auch mit Kommiliton:innen ins Gespräch kommen

- (a) Wenn ich an das vergangene Jahr denke, sehe ich...
- (b) In der letzten Woche hat mich überrascht...
- (c) Ich freue mich darauf,...
- (d) Ich habe mich für mein Studienfach entschieden, weil...
- (e) Folgendes finde ich verwirrend:...
- (f) Von meinem Studium erhoffe ich mir...
- (g) Am Ende meines Studiums möchte ich Folgendes erlebt haben:...
- (h) Mir wird es vermutlich schwer fallen,...
- (i) Mir wird es leicht fallen,...
- (j) Als Unterstützung habe ich...

1.2 Organisatorisches

Wichtige Infos zu Beginn des Semesters:

- (a) Melden Sie sich auf *WueStudy* zu den Übungen an. Gehen Sie zu der Übung, zu der Sie zugelassen sind.
- (b) Machen Sie sich mit dem Aufbau des WueCampus-Kurses vertraut. Bis zum Ende der Anmeldefristen können Sie mit dem Einschreibeschlüssel „Determinante“ auf den WueCampus-Kurs zugreifen.
- (c) Suchen Sie einen oder zwei Übungspartner, mit denen Sie in Zukunft gemeinsam abgeben möchten.
- (d) Wählen Sie mit Ihren Übungspartnerinnen eine gemeinsame Abgabegruppe auf *WueCampus*
- (e) Informieren Sie sich, welche Angebote für Studierende es an der Uni Würzburg abseits der reinen Unikurse noch gibt. Diese sind meist gute Gelegenheiten, um neue Leute, insbesondere solche außerhalb des eigenen Studiengangs, kennenzulernen.
- (f) Für Studierende mit Behinderung oder chronischer Erkrankung bietet die KIS Unterstützung, etwa bei der Beantragung von Nachteilsausgleichen <https://www.uni-wuerzburg.de/chancengleichheit/kis/>.

1.3 Verbindungsgerade

/10 Punkte

Beweisen Sie folgende Aussage:

Gegeben seien zwei Punkte $p, q \in \mathbb{R}^2$ mit $p \neq q$. Dann gibt es genau eine Gerade $g \subseteq \mathbb{R}^2$ mit $p \in g$ und $q \in g$. Diese ist gegeben durch $g_{p,q} = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid x_1(q_2 - p_2) - x_2(q_1 - p_1) = p_1q_2 - p_2q_1\}$.

1.4 Geraden

/40 Punkte

In Beispiel 1.2.8 wurde der Schnitt von zwei Ebenen bestimmt. Er hatte eine ganz bestimmte Form, die wir für den Kontext dieser Aufgabe als Gerade bezeichnen wollen, formal:

„Ist $(v_1, v_2, v_3) \in \mathbb{R}^3 \setminus \{(0, 0, 0)\}$ und $(p_1, p_2, p_3) \in \mathbb{R}^3$ beliebig, dann ist die Menge

$$\{(p_1 + t \cdot v_1, p_2 + t \cdot v_2, p_3 + t \cdot v_3) \mid t \in \mathbb{R}\}$$

eine Gerade.“

- (a) Finden Sie zwei Ebenen, deren Schnitt die Gerade $g = \{(1 + 3t, 2 + t, 3 + 2t) \mid t \in \mathbb{R}\}$ ist. Erläutern Sie, wie Sie die Ebenen bestimmt haben und beweisen Sie anschließend, dass Ihr Ergebnis korrekt ist.
- (b) Ist der Schnitt von zwei Ebenen immer eine Gerade? Wenn ja, begründen Sie das, wenn nein, geben Sie ein Gegenbeispiel an.
- (c) Zeigen Sie: Für den Schnitt einer Geraden g mit einer Ebene E gilt genau einer der folgenden drei Fälle:

- $g \cap E = \emptyset$
- $|g \cap E| = 1$
- $g \cap E = g$.

Geben Sie für jeden der Fälle auch ein Geraden-Ebenen-Paar an, dessen Schnitt genau die angegebene Form hat.

Lösungshinweise

Aufgabe 1:

Diese Aufgabe ist zum persönlichen Einstieg gedacht, sie wird weder abgegeben noch korrigiert.

Aufgabe 2:

Die Abgabegruppe in (d) hat nichts mit der Tutoriengruppe zu tun, zu der Sie jede Woche gehen und zu der Sie sich auf WueStudy angemeldet haben. Die Wahl ist dafür da, dass Sie gemeinsam an Ihren Aufgaben arbeiten und die Abgabe der anderen Person sehen können. Sie können in Einvernehmen mit allen beteiligten Gruppenmitgliedern ihre Abgabegruppe wechseln, informieren Sie dafür bitte *entweder* ihre Übungsleiterin, schreiben Sie eine Mail an benedikt.wolf@uni-wuerzburg.de *oder* kommen Sie zur Orga-Sprechstunde Montag, 11-12 in 30.03.017. Änderungen bis Freitag, 14 Uhr, werden für die darauf folgende Abgabe übernommen, spätere Änderungen erst eine Woche später.

Aufgabe 3:

Sie müssen zeigen, dass die angegebene Gerade die Bedingungen erfüllt *und* dass es keine weitere passende Gerade gibt. Diese Gerade wird auch *Verbindungsgerade* von p und q genannt.

Aufgabe 4:

...