

JEE ADVANCED  
27 September 2020  
Physics Paper - 1

**SECTION 1 (Maximum Marks : 18)**

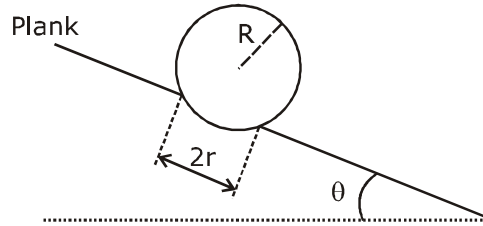
- This section contains **SIX** (06) questions.
- Each question has **FOUR** options. **ONLY ONE** of these four options is the correct answer.
- For each question, choose the option corresponding to the correct answer.
- Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme :  
Full marks : +3 If **ONLY** the correct option is chosen;  
Zero Marks : 0 If none of the options is chosen (i.e. the question is unanswered);  
Negative Marks : -1 In all other cases.

**भाग -1 (अधिकतम अंक: 18)**

- इस भाग में छः (06) प्रश्न शामिल हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के चार विकल्प हैं। इन चार विकल्पों में से केवल एक ही सही उत्तर है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही उत्तर के अनुरूप विकल्प चुनिए।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंक पद्धति के अनुसार किया जाएगा।  
पूर्ण अंक : +3 केवल सही विकल्प चुना जाता है।  
शून्य अंक : 0 यदि कोई विकल्प नहीं चुना जाता है। (अर्थात् प्रश्न का उत्तर नहीं दिया हो)  
ऋणात्मक अंक : -1 अन्य सभी स्थितियों में।

1. A football of radius  $R$  is kept on a hole of radius  $r$  ( $r < R$ ) made on a plank kept horizontally. One end of the plank is now lifted so that it gets tilted making an angle  $\theta$  from the horizontal as shown in the figure below. The maximum value of  $\theta$  so that the football does not start rolling down the plank satisfies (figure is schematic and not drawn to scale)

$R$  त्रिज्या की एक फुटबॉल क्षैतिज रूप से रखे एक तख्ते पर बने  $r$  ( $r < R$ ) त्रिज्या के एक छिद्र पर रखी जाती हैं। तख्ते का एक सिरा अब उठाया (lifted) जाता है ताकि यह चित्रानुसार क्षैतिज से  $\theta$  कोण बनाते हुए झुकता है।  $\theta$  का अधिकतम मान ताकि फुटबॉल तख्ते के नीचे लुढ़कना प्रारंभ नहीं करती है, संतुष्ट करता है (चित्र सांकेतिक है तथा पैमाने से रेखांकित नहीं है)



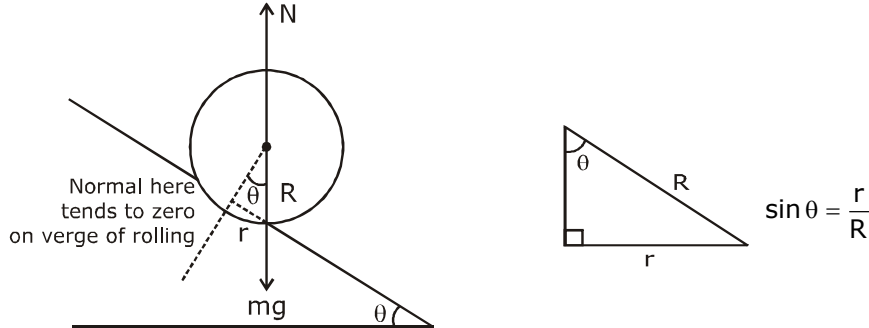
(A)  $\sin \theta = \frac{r}{R}$

(B)  $\tan \theta = \frac{r}{R}$

(C)  $\sin \theta = \frac{r}{2R}$

(D)  $\cos \theta = \frac{r}{2R}$

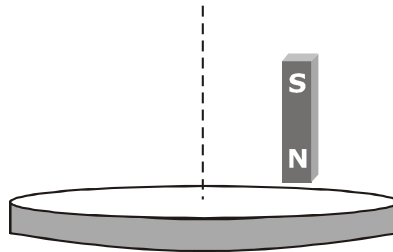
Sol. A



on the verge of rolling 'mg' passes through point of contact.

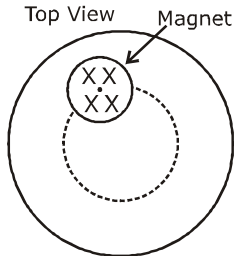
2. A light disc made of aluminium (a nonmagnetic material) is kept horizontally and is free to rotate about its axis as shown in the figure. A strong magnet is held vertically at a point above the disc away from its axis. On revolving the magnet about the axis of the disc, the disc will (figure is schematic and not drawn to scale)

एल्युमिनियम (एक अचुम्बकीय पदार्थ) की बनी एक हल्की चकती क्षैतिज रूप से रखी जाती है तथा चित्रानुसार इसके अक्ष के परितः घूमने के लिए स्वतन्त्र है। एक प्रबल (strong) चुम्बक चकती के ऊपर एक बिन्दु पर इसके अक्ष से दूर ऊर्ध्वाधर रखी जाती है। चकती के अक्ष के परितः चुम्बक को घुमाने पर चकती (चित्र सांकेतिक है तथा पैमाने से रेखांकित नहीं है)



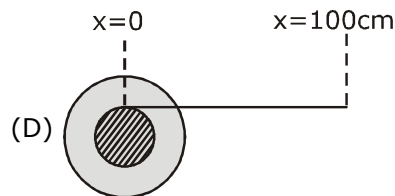
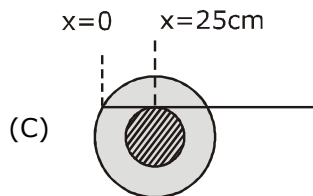
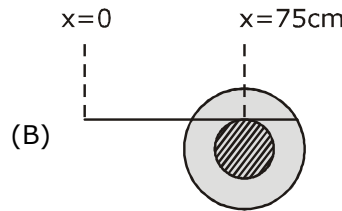
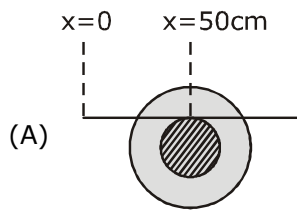
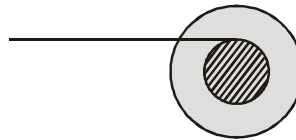
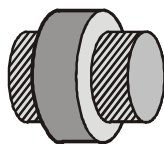
- (A) rotate in the direction opposite to the direction of magnet's motion  
 (B) rotate in the same direction as the direction of magnet's motion  
 (C) not rotate and its temperature will remain unchanged  
 (D) not rotate but its temperature will slowly rise  
 (A) चुम्बक की गति की दिशा के विपरीत दिशा में घूमेगी  
 (B) चुम्बक की गति की दिशा के समान दिशा में घूमेगी  
 (C) नहीं घूमेगी तथा इसका तापमान अपरिवर्तित रहेगा  
 (D) घूमेगी लेकिन इसका तापमान धीरे-धीरे बढ़ेगा

**Sol. B**



by lenz's law, the disc also tries to move in same direction because in the backward part of disc the flux reduces as magnet moves and as there is change in magnetic flux, so there is eddy current production which leads to production of heat.

- 3.** A small roller of diameter 20 cm has an axle of diameter 10 cm (see figure below on the left). It is on a horizontal floor and a meter scale is positioned horizontally on its axle with one edge of the scale on top of the axle (see figure on the right). The scale is now pushed slowly on the axle so that it moves without slipping on the axle, and the roller starts rolling without slipping. After the roller has moved 50 cm, the position of the scale will look like (figures are schematic and not drawn to scale)
- 20 cm व्यास के एक छोटे रोलर में 10 cm (नीचे बायीं ओर चित्र देखिये) व्यास की एक धुरी (axle) है। यह एक क्षैतिज फर्श पर है तथा एक मीटर पैमाना इसकी धुरी पर क्षैतिज रूप से स्थित है, जिसमें धुरी के शिखर पर (दायीं ओर देखिये) पैमाने का एक किनारा (edge) है। अब पैमाने को धुरी पर धीरे-धीरे धकेला जाता है ताकि यह धुरी पर बिना फिसले चले, तथा रोलर बिना फिसले लुढ़कना प्रारंभ करता है। रोलर के 50 cm चलने के पश्चात् पैमाने की स्थिति निम्न तरह दिखाई देगी (चित्र सांकेतिक है तथा पैमाने से रेखांकित नहीं है)



**Sol. B**

$$v - \omega R = 0$$

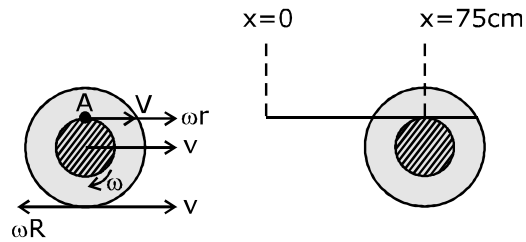
$$v = \omega R$$

$$v = 20\omega \Rightarrow \omega = \frac{v}{20}$$

$$\text{Velocity of point (A)} = v + \omega r$$

$$= v + \frac{v}{20} \times 10$$

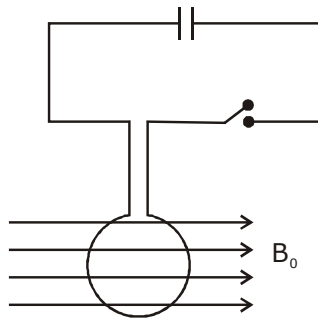
$$= \frac{3v}{2} = 1.5v$$



so distance moved by point of contact  
 $= 1.5 \times 50 \text{ cm} = 75 \text{ cm}$

4. A circular coil of radius  $R$  and  $N$  turns has negligible resistance. As shown in the schematic figure, its two ends are connected to two wires and it is hanging by those wires with its plane being vertical. The wires are connected to a capacitor with charge  $Q$  through a switch. The coil is in a horizontal uniform magnetic field  $B_0$  parallel to the plane of the coil. When the switch is closed, the capacitor gets discharged through the coil in a very short time. By the time the capacitor is discharged fully, magnitude of the angular momentum gained by the coil will be (assume that the discharge time is so short that the coil has hardly rotated during this time)

$R$  त्रिज्या तथा  $N$  फेरों की एक वृत्ताकार कुण्डली का नगण्य प्रतिरोध है। सांकेतिक चित्र में दिखायेनुसार, इसके दो सिरे दो तारों से जोड़े जाते हैं तथा यह उन तारों द्वारा लटकाया जाता है, जिसका तल ऊर्ध्वाधर हो। तार एक स्विच के माध्यम से आवेश  $Q$  के साथ एक संधारित्र से जोड़े जाते हैं। कुण्डली इसके (स्वयं के) तल के समानान्तर क्षैतिज समरूप चुम्बकीय क्षेत्र  $B_0$  में है। जब स्विच बन्द किया जाता है, तब संधारित्र बहुत अल्प समय में कुण्डली से निरावेशित होता है। जब तक संधारित्र पूर्ण रूप से निरावेशित होता है, तब तक कुण्डली द्वारा प्राप्त कोणीय संवेग का परिमाण होगा (माना कि निरावेशन समय इतना अल्प है कि कुण्डली इस समय के दौरान मुश्किल से घूमती है) –



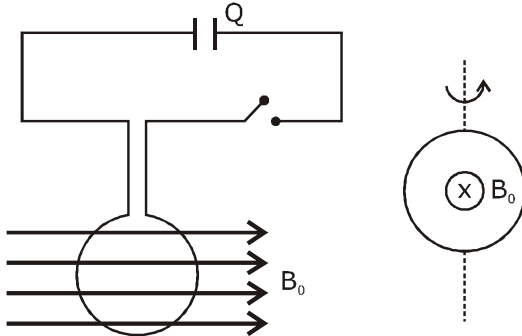
(A)  $\frac{\pi}{2} NQB_0R^2$

(B)  $\pi NQB_0R^2$

(C)  $2\pi NQB_0R^2$

(D)  $4\pi NQB_0R^2$

**Sol. B**



after closing switch, within fraction of seconds entire charge flows through coil and produces impulsive torque.

$$\int \tau dt = \Delta L$$

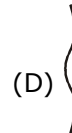
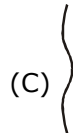
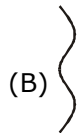
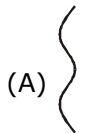
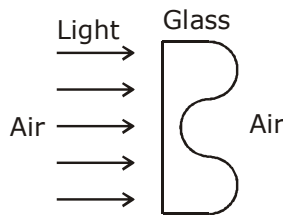
$$\int NBIAdt = \Delta L$$

$$NB\pi R^2 Q = \Delta L$$

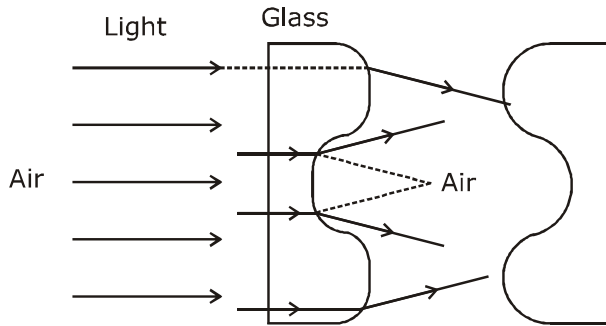
$$\pi NQB_0 R^2 = \Delta L$$

- 5.** A parallel beam of light strikes a piece of transparent glass having cross section as shown in the figure below. Correct shape of the emergent wavefront will be (figures are schematic and not drawn to scale)

प्रकाश का एक समानान्तर पुंज चित्रानुसार अनुप्रस्थ काट रखने वाले पारदर्शी कांच के एक टुकड़े पर टकराता है। निर्गत तरंगगात्र का सही आकार होगा (चित्र सांकेतिक है तथा पैमाने से रेखांकित नहीं है)



**Sol. A**



Concept : based on Huyghen's principle.

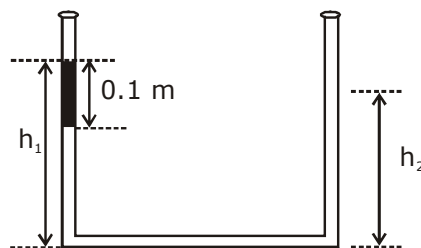
Theory of wavefront → wave moves such that direction of propagation is perpendicular to wavefront.

6. An open-ended U-tube of uniform cross-sectional area contains water (density  $10^3 \text{ kg m}^{-3}$ ). Initially the water level stands at 0.29 m from the bottom in each arm. Kerosene oil (a water-immiscible liquid) of density  $800 \text{ kg m}^{-3}$  is added to the left arm until its length is 0.1 m, as shown in the

schematic figure below. The ratio  $\left(\frac{h_1}{h_2}\right)$  of the heights of the liquid in the two arms is

समरूप अनुप्रस्थ-काट क्षेत्रफल की एक खुले सिरे की U-नली पानी (घनत्व  $10^3 \text{ kg m}^{-3}$ ) धारण करती है। प्रारंभ में पानी का स्तर प्रत्येक भुजा में तली से 0.29 m पर स्थित है।  $800 \text{ kg m}^{-3}$  घनत्व का केरासीन तेल (एक पानी-अमिश्रणीय द्रव) बायीं भुजा में मिलाया जाता है जब तक

इसकी लम्बाई 0.1 m ना हो, जैसा नीचे सांकेतिक चित्र में दिखायेनुसार है। दोनों भुजाओं में द्रव की ऊँचाईयों का अनुपात  $\left(\frac{h_1}{h_2}\right)$  है—



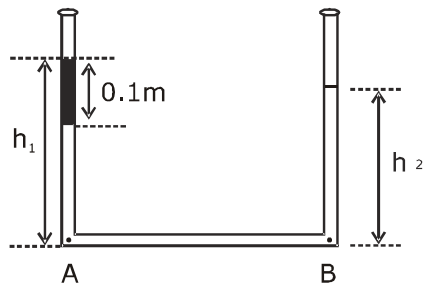
(A)  $\frac{15}{14}$

(B)  $\frac{35}{33}$

(C)  $\frac{7}{6}$

(D)  $\frac{5}{4}$

**Sol. B**



$$P_A = P_B \text{ (Same horizontal level)}$$

$$P_{\text{atm}} + \rho_{\text{kero}} g \times 0.1 + \rho_w g(h_1 - 0.1) = P_{\text{atm}} + \rho_w g h_2$$

$$800 \times 0.1 + 1000(h_1 - 0.1) = 1000h_2$$

$$0.8 + 10h_1 - 1 = 10h_2$$

$$10(h_1 - h_2) = 0.2$$

$$h_1 - h_2 = 0.02 \quad \dots(1)$$

also, initial level of water in both arms =  $2 \times 0.29$

$$\therefore h_1 - 0.1 + h_2 = 0.58$$

$$h_1 + h_2 = 0.68 \quad \dots(2)$$

from (1) & (2)

$$h_1 = 0.35 \text{ \& } h_2 = 0.33$$

$$\text{so } \frac{h_1}{h_2} = \frac{35}{33} \rightarrow \text{option (B)}$$

## SECTION 2 (Maximum Marks : 24)

- This section contains **SIX** (06) questions.
- Each question has **FOUR** options. **ONE OR MORE THAN ONE** of these four options(s) is (are) correct answer(s).
- For each question, choose the option(s) corresponding to (all) the correct answer(s).
- Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme :
 

|                |      |  |
|----------------|------|--|
| Full marks     | : +4 | If only (all) the correct option(s) is (are) chosen;   |
| Partial Marks  | : +3 | If all the four options are correct but ONLY three options are chosen;                           |
| Partial Marks  | : +2 | If three or more options are correct but ONLY two options are chosen, both of which are correct; |
| Partial Marks  | : +1 | If two or more options are correct but ONLY one option is chosen and it is a correct option;     |
| Zero Marks     | : 0  | If none of the options is chosen (i.e. the question is unanswered);                              |
| Negative Marks | : -2 | In all other cases.  |

### भाग -2 (अधिकतम अंक : 24)

- इस भाग में छः (06) प्रश्न शामिल हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के चार विकल्प हैं। इन चार विकल्पों में से एक या एक से अधिक विकल्प सही उत्तर हैं (हैं)।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, सभी सही उत्तरों के अनुरूप विकल्प चुनिए।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंक पद्धति के अनुसार किया जाएगा।
 

|             |      |  |
|-------------|------|--|
| पूर्ण अंक   | : +4 | यदि केवल (सभी) विकल्प चुने जाते हैं, (हैं)।  |
| आंशिक अंक   | : +3 | यदि सभी चारों विकल्प सही हैं, लेकिन केवल तीन विकल्प चुने जाते हैं।                         |
| आंशिक अंक   | : +2 | यदि तीन या अधिक विकल्प सही हैं लेकिन केवल दो विकल्प चुने जाते हैं, जो कि दोनों ही सही हों। |
| आंशिक अंक   | : +1 | यदि दो या अधिक विकल्प सही हैं, लेकिन केवल एक विकल्प चुना जाता है तथा यह एक सही विकल्प हो।  |
| शून्य अंक   | : 0  | यदि कोई विकल्प नहीं चुना जाता है (अर्थात् प्रश्न का उत्तर नहीं दिया हो)।                   |
| ऋणात्मक अंक | : -2 | अन्य सभी स्थितियों में।  |

7. A particle of mass  $m$  moves in circular orbits with potential energy  $V(r) = Fr$ , where  $F$  is a positive constant and  $r$  is its distance from the origin. Its energies are calculated using the Bohr model. If the radius of the particle's orbit is denoted by  $R$  and its speed and energy are denoted by  $v$  and  $E$ , respectively, then for the  $n^{\text{th}}$  orbit (here  $h$  is the Planck's constant)

(A)  $R \propto n^{1/3}$  and  $v \propto n^{2/3}$

(B)  $R \propto n^{2/3}$  and  $v \propto n^{1/3}$

(C)  $E = \frac{3}{2} \left( \frac{n^2 h^2 F^2}{4\pi^2 m} \right)^{1/3}$

(D)  $E = 2 \left( \frac{n^2 h^2 F^2}{4\pi^2 m} \right)^{1/3}$

$m$  द्रव्यमान का एक कण  $V(r) = Fr$  स्थितिज ऊर्जा के साथ वृत्तीय कक्षाओं में गति करता है, जहाँ  $F$  एक धनात्मक नियतांक है तथा  $r$  मूल बिन्दु से इसकी दूरी है। इसकी ऊर्जाएँ बोहर प्रतिरूप का प्रयोग करते हुए ज्ञात की जाती हैं। यदि कण की कक्षा की त्रिज्या  $R$  से निरूपित की जाती है तथा इसकी चाल तथा ऊर्जा क्रमशः  $v$  व  $E$  से निरूपित की जाती है, तब  $n^{\text{वीं}}$  कक्षा के लिए (यहाँ  $h$  प्लांक नियतांक है)

(A)  $R \propto n^{1/3}$  तथा  $v \propto n^{2/3}$

(B)  $R \propto n^{2/3}$  तथा  $v \propto n^{1/3}$

(C)  $E = \frac{3}{2} \left( \frac{n^2 h^2 F^2}{4\pi^2 m} \right)^{1/3}$

(D)  $E = 2 \left( \frac{n^2 h^2 F^2}{4\pi^2 m} \right)^{1/3}$



**Sol. B,C**

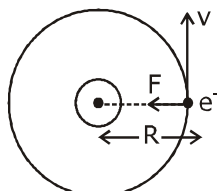
$$\text{P.E., } V(r) = Fr$$

$$\therefore \text{Force} = \frac{-dV}{dr}$$

$$= -F$$

$$F = \frac{mv^2}{R} \quad \dots(1)$$

$$mvR = \frac{nh}{2\pi} \quad \dots(2)$$



$$\Rightarrow R = \frac{nh}{2\pi mv} \Rightarrow F = \frac{mv^2}{\frac{nh}{2\pi mv}} \Rightarrow F = \frac{m^2 v^3 \cdot 2\pi}{nh} \Rightarrow v^3 = \frac{nFh}{2\pi m^2} \Rightarrow v \propto n^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{from (2) } R = \frac{nh}{2\pi mv}$$

$$R = \frac{kn}{n^{\frac{1}{3}}}$$

$$R \propto n^{\frac{2}{3}}$$

$$E = KE + PE$$

$$= \frac{1}{2}mv^2 + V(r) = \frac{1}{2}FR + FR$$

$$= \frac{3}{2}FR = \frac{3}{2} \cdot F \times \frac{nh}{2\pi m \left( \frac{nFh}{2\pi m^2} \right)^{\frac{1}{3}}}$$

$$E = \frac{3}{2} \left( \frac{n^2 h^2 F^2}{4\pi^2 m} \right)^{\frac{1}{3}}$$

Option B and C.

8. The filament of a light bulb has surface area  $64 \text{ mm}^2$ . The filament can be considered as a black body at temperature  $2500 \text{ K}$  emitting radiation like a point source when viewed from far. At night the light bulb is observed from a distance of  $100 \text{ m}$ . Assume the pupil of the eyes of the observer to be circular with radius  $3 \text{ mm}$ . Then

(Take Stefan-Boltzmann constant  $= 5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$ , Wien's displacement constant  $= 2.90 \times 10^{-3} \text{ m-K}$ , Planck's constant  $= 6.63 \times 10^{-34} \text{ Js}$ , speed of light in vacuum  $= 3.00 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ )

(A) power radiated by the filament is in the range  $642 \text{ W}$  to  $645 \text{ W}$

(B) radiated power entering into one eye of the observer is in the range  $3.15 \times 10^{-8} \text{ W}$  to  $3.25 \times 10^{-8} \text{ W}$

(C) the wavelength corresponding to the maximum intensity of light is  $1160 \text{ nm}$

(D) taking the average wavelength of emitted radiation to be  $1740 \text{ nm}$ , the total number of photons entering per second into one eye of the observer is in the range  $2.75 \times 10^{11}$  to  $2.85 \times 10^{11}$

एक प्रकाश बल्ब के तन्तु (filament) का पृष्ठ क्षेत्रफल  $64 \text{ mm}^2$  है। तन्तु  $2500 \text{ K}$  ताप पर एक कणिका के रूप में माना जा सकता है, जो एक बिन्दु स्रोत की तरह विकिरण उत्सर्जित करता है जब दूर से देखा जाता है। रात में प्रकाश बल्ब  $100 \text{ m}$  की दूरी से प्रेक्षित किया जाता है। माना प्रेक्षक की आँखों की पुतली वृत्ताकार है, जिसकी त्रिज्या  $3 \text{ mm}$  है। तब

(लीजिये : स्टीफन-बोल्टजमान नियतांक  $= 5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$ , वीन का विस्थापन नियतांक  $= 2.90 \times 10^{-3} \text{ m-K}$ , प्लांक नियतांक  $= 6.63 \times 10^{-34} \text{ Js}$ , निर्वात में प्रकाश की चाल  $= 3.00 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ )

(A) तन्तु द्वारा विकिरित शक्ति  $642 \text{ W}$  से  $645 \text{ W}$  परास में है।

(B) प्रेक्षक की एक आँख में प्रवेश करने वाली विकिरित शक्ति  $3.15 \times 10^{-8} \text{ W}$  से  $3.25 \times 10^{-8} \text{ W}$  परास में है।

(C) प्रकाश की अधिकतम तीव्रता के संगत तरंगदैर्घ्य  $1160 \text{ nm}$  है।

(D) उत्सर्जित विकिरण की औसत तरंगदैर्घ्य  $1740 \text{ nm}$  लेने पर, प्रेक्षक की एक आँख में प्रति सैकण्ड प्रवेश करने वाले फोटोनों की कुल संख्या  $2.75 \times 10^{11}$  से  $2.85 \times 10^{11}$  की परास में है।

**Sol. B,C,D**

$$P = e\sigma AT^4$$

$$= 1 \times 5.67 \times 10^{-8} \times 64 \times (2500)^4 = 141.75 \text{ W}$$

$$\text{radiated power entering one's eye} = \frac{P}{4\pi R^2} \times \pi r^2$$

$$= \frac{141.75 \times (3 \times 10^{-2})^2}{4 \times (100)^2} = 318.9 \times 10^{-10} = 3.19 \times 10^{-8} \text{ W} \rightarrow \text{option (B)}$$

for wavelength corresponding to maximum intensity,

$$\lambda_m T = b$$

$$\lambda_m = \frac{2.93 \times 10^{-6}}{2500} = 1160 \text{ nm} \rightarrow \text{option (C)}$$

for no of photons, per sec,

$$N \frac{hc}{\lambda} = P$$

$$N = \frac{P\lambda}{hc} = \frac{3.19 \times 10^{-8} \times 1740 \times 10^{-9}}{6.67 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8} = 2.77 \times 10^{11} \text{ Option (D).}$$

Ans. BCD

9. Sometimes it is convenient to construct a system of units so that all quantities can be expressed in terms of only one physical quantity. In one such system, dimensions of different quantities are given in terms of a quantity X as follows: [position] =  $[X^\alpha]$ ; [speed] =  $[X^\beta]$ ; [acceleration] =  $[X^p]$ ; [linear momentum] =  $[X^q]$ ; [force] =  $[X^r]$ . Then

कभी-कभी इकाईयों की एक पद्धति का निर्माण करना सुविधाजनक होता है ताकि सभी राशियां केवल एक भौतिक राशि के पदों में व्यक्त की जा सकती है। एक ऐसी पद्धति में, भिन्न-भिन्न राशियों की विमायें X राशी के पदों में निम्न रूप में जाती हैं : [स्थिति] =  $[X^\alpha]$ ; [चाल] =  $[X^\beta]$ ; [त्वरण] =  $[X^p]$ ; [रेखीय संवेग] =  $[X^q]$ ; [बल] =  $[X^r]$ , तब –

(A)  $\alpha + p = 2\beta$       (B)  $p + q - r = \beta$       (C)  $p - q + r = \alpha$       (D)  $p + q + r = \beta$

**Sol. A,B**

Position =  $[X^\alpha]$

$\Rightarrow [L] = [X^\alpha] \dots(1)$

speed =  $X^\beta$

$LT^{-1} = X^\beta$

$X^\alpha T^{-1} = X^\beta$  (from (1))

$T^{-1} = X^{\beta-\alpha} \dots(2)$

acceleration =  $X^p$

$LT^{-1} \times T^{-1} = X^p$

$X^\beta \cdot X^{\beta-\alpha} = X^p$

$X^{2\beta-\alpha} = X^p$

$\Rightarrow 2\beta - \alpha = p$

$\alpha + p = 2\beta$

Option (A)

[Linear momentum] =  $X^q$

$M LT^{-1} = X^q$

$M \cdot X^\beta = X^q$

$M = X^{q-\beta} \dots(3)$

[force] =  $X^r$

$M LT^{-2} = X^r$

$M \cdot X^p = X^r$

$M = X^{r-p} \dots(4)$

from (3) & (4),  $q - \beta = r - p$

$p + q - r = \beta$  option (B)

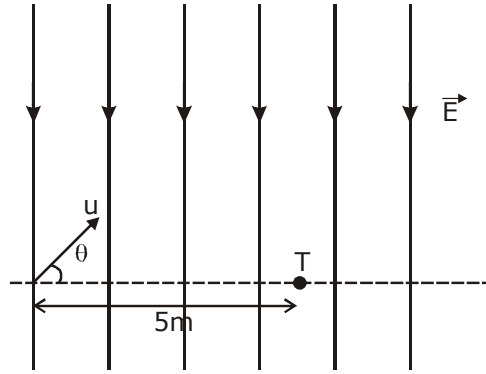
from (A)  $p + q - r = \frac{\alpha}{2} + \frac{p}{2}$

$\frac{p}{2} + q - r = \frac{\alpha}{2}$

Ans :- A,B

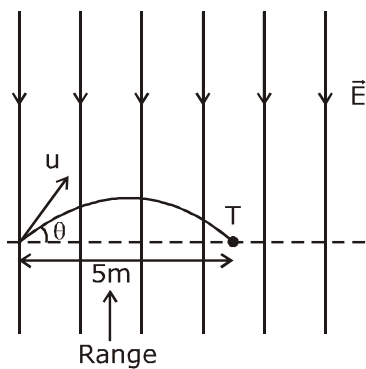
10. A uniform electric field,  $\vec{E} = -400\sqrt{3}\hat{y}\text{ NC}^{-1}$  is applied in a region. A charged particle of mass  $m$  carrying positive charge  $q$  is projected in this region with an initial speed of  $2\sqrt{10} \times 10^6 \text{ ms}^{-1}$ . This particle is aimed to hit a target T, which is 5 m away from its entry point into the field as shown schematically in the figure. Take  $\frac{q}{m} = 10^{10} \text{ Ckg}^{-1}$ . Then

एक समरूप विद्युत क्षेत्र  $\vec{E} = -400\sqrt{3}\hat{y}\text{ NC}^{-1}$  एक क्षेत्र में आरोपित किया जाता है।  $q$  धनात्मक आवेश को वहन करने वाले  $m$  द्रव्यमान का एक आवेशित कण  $2\sqrt{10} \times 10^6 \text{ ms}^{-1}$  की प्रारंभिक चाल से इस क्षेत्र में प्रक्षेपित किया जाता है। इस कण का एक लक्ष्य T से टकराने (hit) के लिए निशाना बांधा जाता है, जो चित्रानुसार क्षेत्र में (into) इसके प्रवेश बिन्दु से 5 m दूर है।  $\frac{q}{m} = 10^{10} \text{ Ckg}^{-1}$  लें। तब—



- (A) the particle will hit T if projected at an angle  $45^\circ$  from the horizontal  
 (B) the particle will hit T if projected either at an angle  $30^\circ$  or  $60^\circ$  from the horizontal  
 (C) time taken by the particle to hit T could be  $\sqrt{\frac{5}{6}} \mu\text{s}$  as well as  $\sqrt{\frac{5}{2}} \mu\text{s}$   
 (D) time taken by the particle to hit T is  $\sqrt{\frac{5}{3}} \mu\text{s}$
- (A) कण T से टकरायेगा, यदि क्षेत्रीय से  $45^\circ$  कोण पर प्रक्षेपित किया जाता है।  
 (B) कण T से टकरायेगा, यदि क्षेत्रीय से  $30^\circ$  या  $60^\circ$  कोण पर प्रक्षेपित किया जाता है।  
 (C) T से टकराने के लिए कण द्वारा लिया गया समय  $\sqrt{\frac{5}{6}} \mu\text{s}$  तथा  $\sqrt{\frac{5}{2}} \mu\text{s}$  हो सकता है।  
 (D) T से टकराने के लिए कण द्वारा लिया गया समय  $\sqrt{\frac{5}{3}} \mu\text{s}$  है।

**Sol. B,C**



Consider like projectile motion,

$$\text{so here } g_{\text{eff}} = \frac{qE}{m} = 400\sqrt{3} \times 10^{10}$$

$$R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g_{\text{eff}}}$$

$$5 = \frac{4 \times 10 \times 10^{12} \times \sin 2\theta}{400\sqrt{3} \times 10^{10}} \Rightarrow \sin 2\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2\theta = 60^\circ, 120^\circ$$

$$\therefore \theta = 30^\circ, 60^\circ$$

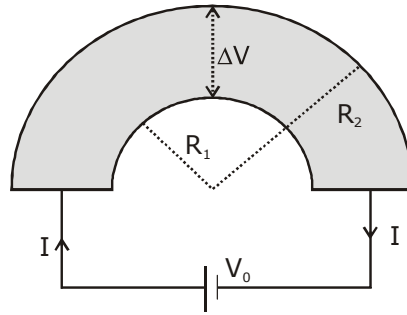
$$T = \frac{2u \sin \theta}{g_{\text{eff}}}$$

$$\text{at } \theta = 30^\circ, T = \frac{2 \times 2\sqrt{10} \times 10^6 \times \frac{1}{2} \times 10^6}{400\sqrt{3} \times 10^{10}} \mu\text{s} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3} \times 4} = \sqrt{\frac{10}{12}} = \sqrt{\frac{5}{6}} \mu\text{s}$$

$$\text{at } \theta = 60^\circ, T = \sqrt{\frac{5}{2}} \mu\text{s} \quad \text{Ans. B and C}$$

11. Shown in the figure is a semicircular metallic strip that has thickness  $t$  and resistivity  $\rho$ . Its inner radius is  $R_1$  and outer radius is  $R_2$ . If a voltage  $V_0$  is applied between its two ends, a current  $I$  flows in it. In addition, it is observed that a transverse voltage  $\Delta V$  develops between its inner and outer surfaces due to purely kinetic effects of moving electrons (ignore any role of the magnetic field due to the current). Then (figure is schematic and not drawn to scale)

चित्रानुसार एक अर्धवृत्तीय धात्विक पट्टिका है, जिसकी मोटाई  $t$  तथा प्रतिरोधकता  $\rho$  है। इसकी आंतरिक त्रिज्या  $R_1$  है तथा बाह्य त्रिज्या  $R_2$  है। यदि एक वोल्टता  $V_0$  इसके दोनों सिरों के बीच आरोपित की जाती है, तब एक धारा  $I$  इसमें बहती है। इसके सिवा, यह प्रेक्षित किया जाता है कि गतिमान इलेक्ट्रॉनों (धारा के कारण चुम्बकीय क्षेत्र की कोई भी भूमिका उपेक्षित है) के शुद्ध गतिक प्रभावों के कारण इसकी आन्तरिक और बाह्य सतहों के बीच एक अनुप्रस्थ वोल्टता  $\Delta V$  उत्पन्न होती है। तब (चित्र सांकेतिक है तथा पैमाने से रेखांकित नहीं है)



(A)  $I = \frac{V_0 t}{\pi \rho} \ln \left( \frac{R_2}{R_1} \right)$

(B) the outer surface is at a higher voltage than the inner surface

(C) the outer surface is at a lower voltage than the inner surface

(D)  $\Delta V \propto I^2$

(A)  $I = \frac{V_0 t}{\pi \rho} \ln \left( \frac{R_2}{R_1} \right)$

(B) बाह्य सतह, आंतरिक सतह से उच्च वोल्टता पर है।

(C) बाह्य सतह, आंतरिक सतह से न्यून वोल्टता पर है।

(D)  $\Delta V \propto I^2$

**Sol. A,C,D**

to calculate resistance,  $\ell = \pi r$ ,  $A = tdr$

$$dR = \frac{\rho \pi r}{tdr}$$

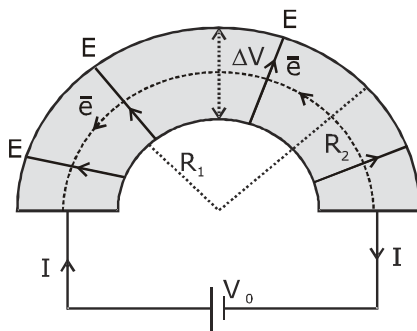
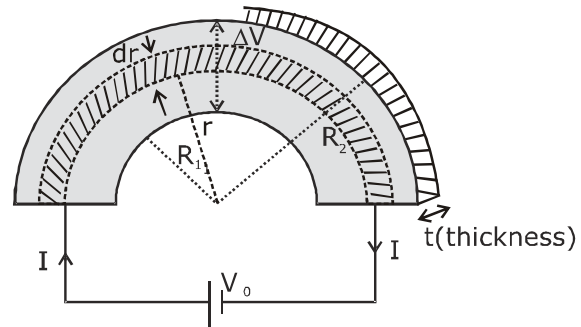
but all elemental strips are in parallel so

$$\frac{1}{R_{eq}} = \int \frac{1}{dR}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{tdr}{\rho \pi r}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{t}{\rho \pi} \ln \left( \frac{R_2}{R_1} \right)$$

$$\therefore I = \frac{V_0}{R_{eq}} = \frac{V_0 t \ln(R_2 / R_1)}{\pi \rho} \quad \text{Option (A)}$$



electrons move in a circular path so they exp. centripetal force due to electric field set up because of p.d., so 'E' field should be from inner to outer, therefore outer surface is at lower voltage than inner.

To check p.d. across surface, let us consider elemental resistance

$$dR = \frac{\rho \pi r}{tdr}$$

$$\therefore di = \frac{v_0 t dr}{\rho \pi r}$$

$$neAv_d = \frac{V_0 t dr}{\rho \pi r}$$

(as  $A = tdr$ )

$$\Rightarrow V_d = \frac{V_0}{\rho \pi n e} = \frac{KV_0}{r}$$

Now as electrons move in circular path so,

$$eE = \frac{mv_d^2}{r}$$

$$E = \frac{m}{e r} \times \frac{K^2 V_0^2}{r^2}$$

$$E = \frac{K' \cdot V_0^2}{r^3}$$

$$\therefore \text{p.d., } \Delta V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\Delta V = -K' V_0^2 \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^3}$$

$$\Delta V = K' V_0^2 \left[ \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]$$

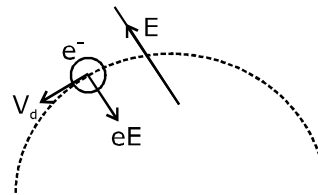
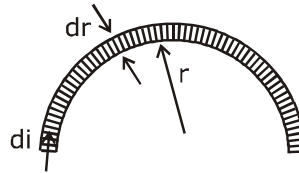
$$\Delta V = K'' V_0^2$$

$$\Rightarrow \Delta V \propto V_0^2$$

$$\Delta V \propto I^2$$

(as  $V_0 \propto I$ )

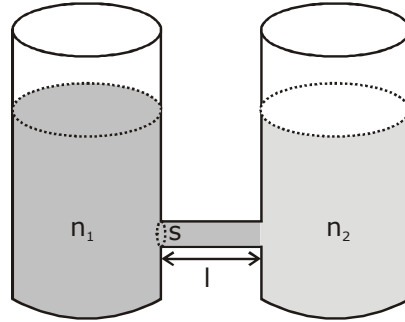
Ans. Option ACD





12. As shown schematically in the figure, two vessels contain water solutions (at temperature  $T$ ) of potassium permanganate ( $\text{KMnO}_4$ ) of different concentrations  $n_1$  and  $n_2$  ( $n_1 > n_2$ ) molecules per unit volume with  $\Delta n = (n_1 - n_2) \ll n_1$ . When they are connected by a tube of small length  $l$  and cross-sectional area  $S$ ,  $\text{KMnO}_4$  starts to diffuse from the left to the right vessel through the tube. Consider the collection of molecules to behave as dilute ideal gases and the difference in their partial pressure in the two vessels causing the diffusion. The speed  $v$  of the molecules is limited by the viscous force  $-\beta v$  on each molecule, where  $\beta$  is a constant. Neglecting all terms of the order  $(\Delta n)^2$ , which of the following is/are correct? ( $k_B$  is the Boltzmann constant)

चित्र में व्यवस्थित रूप से दिखायेनुसार, दो पात्र प्रति इकाई आयतन अणुओं  $n_1$  तथा  $n_2$  ( $n_1 > n_2$ ) की भिन्न-भिन्न सान्द्रताओं के पोटेशियम परमैंगनेट ( $\text{KMnO}_4$ ) के पानी के विलयन ( $T$  ताप पर) धारण करते हैं, जहाँ  $\Delta n = (n_1 - n_2) \ll n_1$  हैं। जब वे  $S$  अनुप्रस्थ-काट क्षेत्रफल तथा  $l$  लघु लम्बाई की एक नली द्वारा जोड़े जाते हैं, तब  $\text{KMnO}_4$  नली के माध्यम से बांयी से दांयी ओर विसरित (diffuse) होना प्रारम्भ होता है। माना अणुओं का समूह तनु (dilute) आदर्श गैसों के रूप में व्यवहार करता है तथा दोनों पात्रों में उनके आंशिक दाब में अन्तर के कारण विसरण होता है। अणुओं की चाल  $v$  प्रत्येक अणु पर  $-\beta v$  श्यान बल द्वारा सीमित की जाती है, जहाँ  $\beta$  एक नियतांक है। क्रम  $(\Delta n)^2$  के सभी पद नगण्य हैं, निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे सही है? ( $k_B$  बोल्टजमान नियतांक है)



- (A) the force causing the molecules to move across the tube is  $\Delta n k_B T S$   
 (B) force balance implies  $n_1 \beta v l = \Delta n k_B T$

(C) total number of molecules going across the tube per sec is  $\left(\frac{\Delta n}{l}\right) \left(\frac{k_B T}{\beta}\right) S$

(D) rate of molecules getting transferred through the tube does not change with time

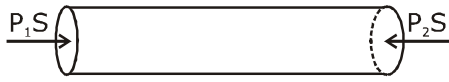
(A) नली से पार (across) जाने के लिए अणुओं के कारण बल  $\Delta n k_B T S$  है।

(B) बल संतुलन बताता है कि  $n_1 \beta v l = \Delta n k_B T$

(C) प्रति सैकण्ड नली के पार (across) जाने वाले अणुओं की कुल संख्या  $\left(\frac{\Delta n}{l}\right) \left(\frac{k_B T}{\beta}\right) S$  है।

(D) नली से स्थानान्तरित होने वाले अणुओं की दर समय के साथ नहीं बदलती है।

**Sol. A,B,C**



$$F = \Delta PS$$

$$= (P_1 - P_2)S$$

$$= n_1 K_B TS - n_2 K_B TS$$

$$= (n_1 - n_2) K_B TS \Rightarrow \Delta n K_B TS \Rightarrow \Delta n K_B TS \text{ (Option - A)}$$

$$\beta v \times (n_1 \times S \times \ell) = \Delta n k_B \cdot T \cdot S$$

$$\Rightarrow n_1 \beta v \ell = \Delta n k_B T$$

Option (B).

N = total no of molecules,

$$\frac{dN}{dt} = S \times v \times n_1$$

$$= S \times \frac{\Delta n K_B T}{\beta \ell} \text{ (from (B) putting } v n_1 \text{)}$$

correct option (C)

as  $\Delta n$  decreases with time so no of molecules decreases with time, option (D) not current.

Ans. ABC.

$$(PV = NK_B T)$$

$$P = \frac{N}{V} K_B T$$

$$P = n K_B T$$

where

N = total no. of particles

n = no. of molecules per unit volume.

### SECTION 3 (Maximum Marks : 24)

- This section contains **SIX (06)** questions. The answer to each question is a **NUMERICAL VALUE**.
- For each question, enter the correct numerical value of the answer using the mouse and the on-screen virtual numeric keypad in the place designated to enter the answer. If the numerical value has more than two decimal places, truncate/round -off the value to **TWO** decimal places.
- Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme :  
Full marks : +4 If ONLY the correct numerical value is entered;  
Zero Marks : 0 In all other cases.

### भाग -3 (अधिकतम अंक : 24)

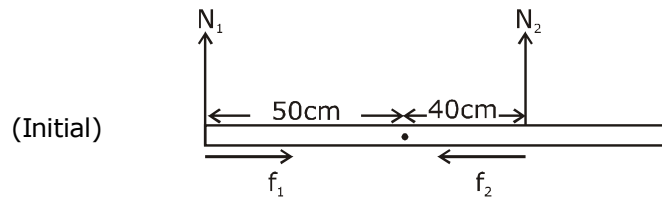
- इस भाग में छः **(06)** प्रश्न शामिल हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, उत्तर प्रविष्ट करने के लिए निर्दिष्ट स्थान पर माउस और ऑन-स्क्रीन आभासी (वर्चुअल) संख्यात्मक कीपेड का उपयोग करके उत्तर का सही संख्यात्मक मान दर्ज करें। यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान हैं, तो दो दशमलव स्थानों के मान को छोटा/निकटतम करें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित पद्धति के अनुसार किया जाएगा।  
पूर्ण अंक : +4 यदि केवल सही संख्यात्मक मान प्रविष्ट किया गया है।  
शून्य अंक : 0 अन्य सभी स्थितियों में।

- 13.** Put a uniform meter scale horizontally on your extended index fingers with the left one at 0.00 cm and the right one at 90.00 cm. When you attempt to move both the fingers slowly towards the center, initially only the left finger slips with respect to the scale and the right finger does not. After some distance, the left finger stops and the right one starts slipping. Then the right finger stops at a distance  $x_R$  from the center (50.00 cm) of the scale and the left one starts slipping again. This happens because of the difference in the frictional forces on the two fingers. If the coefficients of static and dynamic friction between the fingers and the scale are 0.40 and 0.32, respectively, the value of  $x_R$  (in cm) is \_\_\_\_\_.

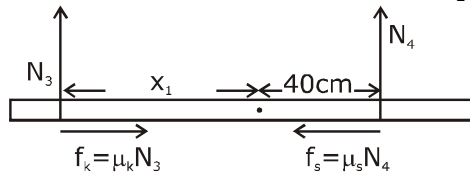
अपनी विस्तृत तर्जनीयों पर क्षैतिज रूप से एक समरूप मीटर पैमाने को बांयी ओर 0.00 cm पर तथा दांयी ओर 90.00 cm पर रखें। जब आप दोनों उंगलियों को धीरे-धीरे केन्द्र की ओर ले जाने का प्रयास करते हैं, तब प्रारम्भ में केवल बांयी उंगली पैमाने के सापेक्ष फिसलती है तथा दांयी उंगली नहीं फिसलती है। कुछ दूरी पश्चात्, बांयी उंगली रुक जाती है तथा दांयी उंगली फिसलना प्रारम्भ करती है। तब दांयी उंगली पैमाने के केन्द्र (50.00 cm) से  $x_R$  दूरी पर रुकती है तथा बांयी उंगली पुनः फिसलना प्रारम्भ करती है। यह, दोनों उंगलियों पर घर्षण बलों में अन्तर के कारण होता है। यदि उंगलियों तथा पैमाने के बीच स्थैतिक व गतिक घर्षण गुणांक क्रमशः 0.40 व 0.32 हैं, तब  $x_R$  का मान (cm में) है \_\_\_\_\_.

**Sol. 25.60**

FBD of Rod



by balancing torque, we conclude  $N_2 > N_1$ , so  $f_2 > f_1$



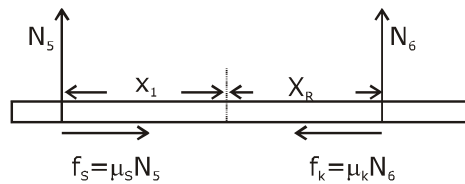
as rod does not move, only left finger slips,

$$\begin{aligned} \text{so } F_{\text{net}} &= 0 & \mu_k N_3 &= \mu_s N_4 \\ & & 0.32 N_3 &= 0.40 N_4 \end{aligned} \quad \dots(1)$$

$$\tau_{\text{net about center}} = 0, \quad x_1 N_3 = 40 N_4 \quad \dots(2)$$

dividing eq. (1) by (2)

$$\frac{0.32}{x_1} = \frac{0.40}{40} \Rightarrow x_1 = 32 \text{cm}$$



$$\begin{aligned} = F_{\text{net}} &= 0, & \mu_s N_5 &= \mu_k N_6 \\ & & 0.40 N_5 &= 0.32 N_6 \end{aligned} \quad \dots(3)$$

$$\begin{aligned} \tau_{\text{net}} &= 0, & N_5 x_1 &= N_6 x_R \end{aligned} \quad \dots(4)$$

about centre

$$\text{div eq.(3) by eq.(4),} \quad \frac{0.40}{x_1} = \frac{0.32}{x_R}$$

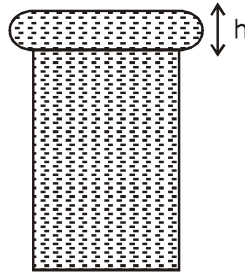
$$\frac{0.40}{32 \text{cm}} = \frac{0.32}{x_R}$$

$$\Rightarrow x_R = \frac{32 \times 32}{40} = \frac{128}{5} = 25.60 \text{cm}$$

Ans. 25.60

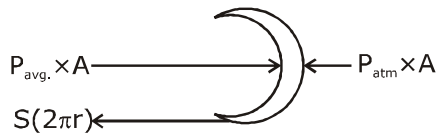
- 14.** When water is filled carefully in a glass, one can fill it to a height  $h$  above the rim of the glass due to the surface tension of water. To calculate  $h$  just before water starts flowing, model the shape of the water above the rim as a disc of thickness  $h$  having semicircular edges, as shown schematically in the figure. When the pressure of water at the bottom of this disc exceeds what can be withstood due to the surface tension, the water surface breaks near the rim and water starts flowing from there. If the density of water, its surface tension and the acceleration due to gravity are  $10^3 \text{ kg m}^{-3}$ ,  $0.07 \text{ Nm}^{-1}$  and  $10 \text{ ms}^{-2}$ , respectively, the value of  $h$  (in mm) is \_\_\_\_\_.

जब पानी एक कांच के गिलास (glass), में सावधानी पूर्वक भरा जाता है, कोई एक पानी के पष्ठ तनाव के कारण गिलास (glass) की रिम के ऊपर  $h$  ऊँचाई तक इसे भर सकता है। पानी के बहने प्रारम्भ होने के ठीक पहले  $h$  की गणना के लिये, चित्रानुसार अर्धवर्तीय किनारों वाली  $h$  मोटाई की एक चकती के जैसे रिम के उपर पानी के आकार को ढालते (model) है। जब इस चकती की तली पर पानी का दाब पष्ठ तनाव के कारण दाब से बढ़ता (exceeds) है, तब पानी की सतह रिम के नजदीक टूटती है तथा पानी वहाँ से बहना प्रारम्भ करता है। यदि पानी का घनत्व इसका पष्ठ तनाव तथा गुरुत्वीय त्वरण क्रमशः  $10^3 \text{ kg m}^{-3}$ ,  $0.07 \text{ Nm}^{-1}$  तथा  $10 \text{ ms}^{-2}$  है। तब  $h$  का मान (mm में) है \_\_\_\_\_.



**Sol. 3.74**

Let radius of disc = ' $r$ '



[ $A$  = projected area =  $h(2\pi r)$ ]

(after balancing effect of  $P_{\text{atm}}$  on both sides)

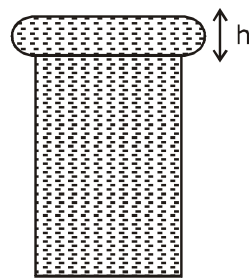
$$S \times 2\pi r = P_{\text{avg.}} \times h(2\pi r)$$

$$S = \left( \frac{\rho gh}{2} \right) \times h$$

$$\frac{2S}{\rho g} = h^2$$

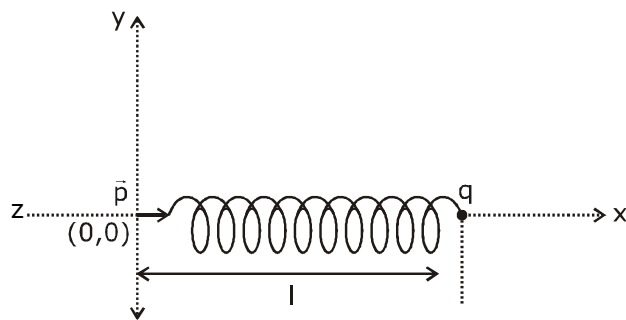
$$\Rightarrow h = \sqrt{\frac{2S}{\rho g}} = \sqrt{\frac{2 \times 0.07}{10^3 \times 10}} = \sqrt{14} \times 10^{-3} \text{ m} = 3.74 \text{ mm}$$

Ans. = 3.74

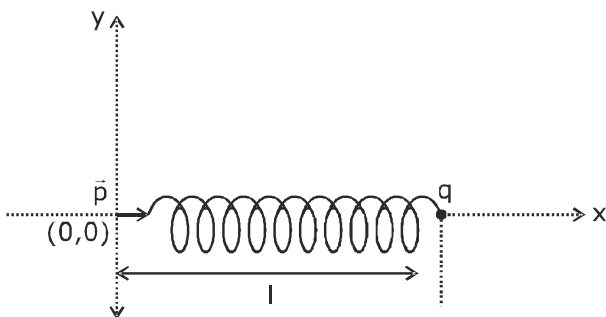


15. One end of a spring of negligible unstretched length and spring constant  $k$  is fixed at the origin  $(0,0)$ . A point particle of mass  $m$  carrying a positive charge  $q$  is attached at its other end. The entire system is kept on a smooth horizontal surface. When a point dipole  $\vec{p}$  pointing towards the charge  $q$  is fixed at the origin, the spring gets stretched to a length  $l$  and attains a new equilibrium position (see figure below). If the point mass is now displaced slightly by  $\Delta l \ll l$  from its equilibrium position and released, it is found to oscillate at frequency  $\frac{1}{\delta} \sqrt{\frac{k}{m}}$ . The value of  $\delta$  is \_\_\_\_\_.

$k$  स्प्रिंग नियतांक तथा नगण्य अविस्तारित लम्बाई की एक स्प्रिंग का एक सिरा मूल बिन्दु  $(0,0)$  पर स्थिर है।  $q$  धनात्मक आवेश वहन करने वाला  $m$  द्रव्यमान का एक बिन्दु कण इसके दूसरे पर जोड़ा जाता है। सम्पूर्ण निकाय एक चिकनी क्षैतिज सतह पर रखा जाता है। जब एक बिन्दु द्विध्रुव  $\vec{p}$  आवेश  $q$  की ओर निर्देशित है, जो मूल बिन्दु पर स्थिर है। स्प्रिंग  $l$  लम्बाई तक प्रसारित होती है तथा चित्रानुसार एक नई साम्यावस्था प्राप्त करती है। यदि अब बिन्दु द्रव्यमान इसकी साम्यावस्था से  $\Delta l \ll l$  द्वारा हल्के से विस्थापित होता है तथा छोड़ा जाता है, तब यह  $\frac{1}{\delta} \sqrt{\frac{k}{m}}$  आवृत्ति पर दोलन के लिए पाया जाता है।  $\delta$  का मान है \_\_\_\_\_.



**Sol. 3.14**



as we know, for spring block system,

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}},$$

so we can also observe 'k' as  $\left. \frac{d^2U}{dx^2} \right|$  from eq.

$$U = \frac{1}{2} kx^2$$

$$\frac{dU}{dx} = Kx$$

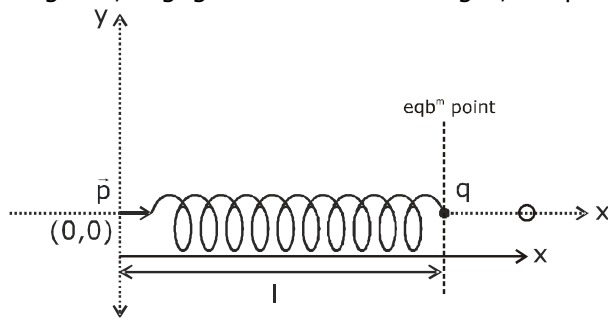
$$\frac{d^2U}{dx^2} = K$$

so we can say,

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{d^2U/dx^2}{m}}$$

so by above concept let us find P.E., (U) of system from eqb<sup>m</sup>.

As given, negligible unstretched length, so spring length is elongated length only.



$$U = \frac{1}{2} kx^2 + \frac{p \times q}{4\pi \epsilon_0 x^2} \dots (1)$$

$$\frac{dU}{dx} = kx - \frac{2pq}{4\pi \epsilon_0 x^3}$$

(for eqb<sup>m</sup>,  $\frac{dU}{dx} = 0$ ) given eqb<sup>m</sup> at  $x = \ell$

$$\therefore K\ell = \frac{2pq}{4\pi \epsilon_0 \ell^3} \quad \dots(2)$$

$$\text{diff. eq(1) again, } \frac{d^2U}{dx^2} = K + \frac{6pq}{4\pi \epsilon_0 x^4}$$

$$\text{as eqbm at } x = \ell, \therefore \left. \frac{d^2U}{dx^2} \right|_{\text{at } x=\ell} = K + \frac{6pq}{4\pi \epsilon_0 \ell^4}$$

$$(\text{from (2) put value of } \frac{2pq}{4\pi \epsilon_0 \ell^3})$$

$$\left. \frac{d^2U}{dx^2} \right|_{\text{at } x=\ell} = k + 3K = 4K$$

$$\therefore f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{d^2U/dx^2}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4K}{m}} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\therefore \delta = \pi = 3.14 \text{ Ans.}$$

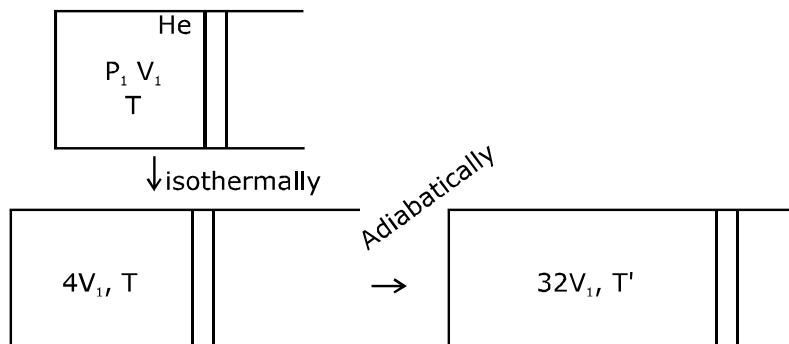
- 16.** Consider one mole of helium gas enclosed in a container at initial pressure  $P_1$  and volume  $V_1$ . It expands isothermally to volume  $4V_1$ . After this, the gas expands adiabatically and its volume becomes  $32V_1$ . The work done by the gas during isothermal and adiabatic expansion processes are  $W_{\text{iso}}$  and  $W_{\text{adia}}$  respectively. If the ratio  $\frac{W_{\text{iso}}}{W_{\text{adia}}} = f \ln 2$ , then  $f$  is \_\_\_\_\_.

माना हीलीयम गैस का एक मोल प्रारम्भिक दाब  $P_1$  तथा आयतन  $V_1$  पर एक पात्र में संलग्न (enclosed) हैं। यह समतापीय रूप से  $4V_1$  आयतन तक प्रसारित होता है। इसके पश्चात गैस रुद्धोष्म रूप से प्रसारित होती है तथा इसका आयतन  $32V_1$  हो जाता है। समतापीय तथा रुद्धोष्म प्रसार प्रक्रम के दौरान गैस द्वारा किया गया कार्य क्रमशः  $W_{\text{समतापीय}}$  तथा  $W_{\text{रुद्धोष्म}}$  है। यदि अनुपात

$$\frac{W_{\text{समतापीय}}}{W_{\text{रुद्धोष्म}}} = f \ln 2 \text{ है, तब } f \text{ है-}$$



**Sol. 1.77**



$$TV^{\gamma-1} = \text{Constant}, \gamma = \frac{5}{3}$$

$$T' = T \left( \frac{4V_1}{32V_1} \right)^{\frac{5}{3}-1}$$

$$= T \left( \frac{1}{8} \right)^{\frac{2}{3}}$$

$$= \frac{T}{4}$$

$$W_{\text{adb.}} = \frac{nR(T_1 - T_2)}{\gamma - 1}$$

$$= \frac{nR \left( T - \frac{T}{4} \right)}{\frac{5}{3} - 1}$$

$$= \frac{3}{2} nR \times \frac{3T}{4} = \frac{9}{8} nRT$$

Now work done in isoth.;

$$W_{\text{iso}} = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$= nRT \ln\left(\frac{4V_1}{V_1}\right)$$

$$= 2nRT \ln 2$$

$$\frac{W_{\text{iso}}}{W_{\text{adb}}} = \frac{2nRT \ln 2}{\frac{9}{8}nRT}$$

$$= \frac{16}{9} \ln 2$$

$$\therefore f = \frac{16}{9} = 1.77$$

- 17.** A stationary tuning fork is in resonance with an air column in a pipe. If the tuning fork is moved with a speed of  $2 \text{ ms}^{-1}$  in front of the open end of the pipe and parallel to it, the length of the pipe should be changed for the resonance to occur with the moving tuning fork. If the speed of sound in air is  $320 \text{ ms}^{-1}$ , the smallest value of the percentage change required in the length of the pipe is \_\_\_\_\_.

एक स्थिर स्वरित्र द्विभुज एक पाईप में एक वायु स्तम्भ के साथ अनुनाद में है। यदि स्वरित्र द्विभुज पाईप के खुले सिरे के सामने तथा इसके समानान्तर  $2 \text{ ms}^{-1}$  की चाल से गतिमान है, तब गतिमान स्वरित्र द्विभुज के साथ अनुनाद घटित होने के लिए पाईप की लम्बाई परिवर्तित होना चाहिए। यदि हवा में ध्वनि की चाल  $320 \text{ ms}^{-1}$  है, तब पाईप की लम्बाई में आवश्यक प्रतिशत परिवर्तन का लघुतम मान है \_\_\_\_\_.

**Sol. 0.62**

For open pipe resonance,  $f = \frac{nv}{4L}$

Let us consider for  $n = 1$ ,

initial length of pipe =  $L_1$  for  $f_1$

$$\left(f_1 = \frac{V}{4L_1}\right) \quad \dots\dots(1)$$

Now due to Doppler's effect,

$$f_2 = \left(\frac{320}{320-2}\right)f_1$$

$$f_2 = \left(\frac{320}{318}\right) f_1 \quad \dots(2)$$

$$\therefore f_2 = \frac{v}{4L_2} \quad \dots(3)$$

$$\frac{320}{318} \times \frac{v}{4L_1} = \frac{v}{4L_2}$$

$$\Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{318}{320}$$

% change in length,

$$\frac{\Delta L}{L} \times 100\% = \left(\frac{L_1 - L_2}{L_1}\right) \times 100\%$$

$$= \left(1 - \frac{L_2}{L_1}\right) \times 100\%$$

$$= \left(1 - \frac{318}{320}\right) \times 100\%$$

$$= \frac{200}{320} \% = \frac{5}{8} \% = 0.625\%$$

$$= 0.62\%$$

Ans. 0.62

- 18.** A circular disc of radius  $R$  carries surface charge density  $\sigma(r) = \sigma_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right)$ , where  $\sigma_0$  is a constant and  $r$  is the distance from the center of the disc. Electric flux through a large spherical surface that encloses the charged disc completely is  $\phi_0$ . Electric flux through another spherical surface of radius  $\frac{R}{4}$  and concentric with the disc is  $\phi$ . Then the ratio  $\frac{\phi_0}{\phi}$  is\_\_\_\_\_.

$R$  त्रिज्या की एक वृत्तीय चकती पृष्ठ आवेश घनत्व  $\sigma(r) = \sigma_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right)$  का वहन करती है, जहाँ  $\sigma_0$  एक नियतांक है तथा  $r$  चकती के केन्द्र से दूरी है। एक बड़े गोलीय पृष्ठ से गुजरने वाला फलस्क जो आवेशित चकती को पूर्णतः संलग्न करता है,  $\phi_0$  है। चकती के साथ संकेन्द्रीय तथा  $\frac{R}{4}$  त्रिज्या के अन्य गोलीय पृष्ठ से गुजरने वाला फलस्क  $\phi$  है। तब अनुपात  $\frac{\phi_0}{\phi}$  है\_\_\_\_\_.

**Sol. 6.4**

$$\text{Charge in the elemental ring} = \int_{r=0}^r \sigma 2\pi r dr$$

$$\phi_0 = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} \text{ (charge enclosed completely, so } r = R)$$

$$\& \phi = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} \text{ (.. .. upto } r = \frac{R}{4})$$

$$q = \int_0^r \sigma_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right) 2\pi r dr$$

$$= 2\pi\sigma_0 \int_0^r r dr - \frac{2\pi\sigma_0}{R} \int_0^r r^2 dr$$

$$= 2\pi\sigma_0 \left[ \frac{r^2}{2} - \frac{r^3}{3R} \right]$$

$$\text{For } \phi_0, r = R, q_{\text{enc}} = 2\pi\sigma_0 \left[ \frac{R^2}{2} - \frac{R^3}{3R} \right] = 2\pi\sigma_0 R^2 \times \frac{1}{6}$$

$$\text{For } \phi, r = \frac{R}{4}, q'_{\text{enc}} = 2\pi\sigma_0 \left[ \frac{\left(\frac{R}{4}\right)^2}{2} - \frac{\left(\frac{R}{4}\right)^3}{3R} \right]$$

$$= 2\pi\sigma_0 \left[ \frac{R^2}{2 \times 16} - \frac{R^2}{64 \times 3} \right]$$

$$= 2\pi\sigma_0 R^2 \left[ \frac{6-1}{192} \right]$$

$$= 2\pi\sigma_0 R^2 \times \frac{5}{192}$$

$$\therefore \frac{\phi_0}{\phi} = \frac{192}{6 \times 5} = 6.4$$

Ans. 6.4

