

PHÂN TÍCH ĐỘ PHỨC TẠP CỦA THUẬT TOÁN ĐỆ QUY

Nhóm 9

Bài 1:

Bài toán những con thỏ của Fibonacci. Một người đàn ông đặt 1 cặp thỏ vào 1 ô được bao bởi 4 bức tường. Hỏi có bao nhiêu cặp thỏ ở đó sau 1 năm nếu cặp thỏ (đực và cái) được bỏ vào ban đầu là mới sinh, và tất cả các cặp thỏ đều không có khả năng sinh sản trong tháng đầu tiên nhưng sau đó sẽ sinh ra một cặp đực/cái mới vào cuối mỗi tháng. Cho biết độ phức tạp của bài toán trên?

Gọi số cặp thỏ sau n tháng là $F(n)$. Ta có

$$F(n) = \begin{cases} F(n-1) + F(n-2) & \text{với } n \geq 2 \\ 1 & \text{với } n = 1 \text{ hoặc } n = 2 \end{cases}$$

Sau 12 tháng ta có số cặp thỏ $F(12) = 144$ cặp.

Từ công thức của $F(n)$ ta thấy basic operator của thuật toán là phép cộng. Gọi n là số basic operator, ta có

$$\begin{aligned} T(n) &= T(n-1) + T(n-2) + 1 < T(n-1) + T(n-1) \\ &= 2^{(n-1)} \in O(2^n) \end{aligned}$$

Bài 2:

ALGORITHM *Riddle*($A[0..n - 1]$)
//Input: An array $A[0..n - 1]$ of real numbers
if $n = 1$ **return** $A[0]$
else $temp \leftarrow Riddle(A[0..n - 2])$
 if $temp \leq A[n - 1]$ **return** $temp$
 else return $A[n - 1]$

a. Thuật toán này cho ra output là gì?

Thuật toán cho ra output là phần tử nhỏ nhất trong mảng A và là một số thực.

b. Thiết lập và giải hệ thức truy hồi của số lần thực hiện toán tử cơ bản của thuật toán.

Basic operation của thuật toán là phép so sánh.

$$C(n) = C(n - 1) + 1 \text{ với } n > 1, C(1) = 0$$

$$= C(n - 2) + 2$$

$$= C(n - 3) + 3$$

$$= \dots$$

$$= C(n - k) + k$$

$$\text{Giả sử } n - k = 1$$

$$= C(n - k) + k = C(1) + k = 0 + n - 1 = n - 1 \in \Theta(n).$$