
Статистическая проверка гипотез для связанных выборок. A/B тесты и как их проводить





Александр Миленькин

Биоинформатик в Insilico Medicine

О спикере:

- Преподаю в Нетологии
- Активно участвую в соревнованиях по Data Science.
- Окончил МФТИ в 2019 году
- Обожаю сноуборды

Аккаунт в Slack



План Урока



A/B тестирование



Статистическая проверка гипотез для связанных выборок



Дисперсионный анализ

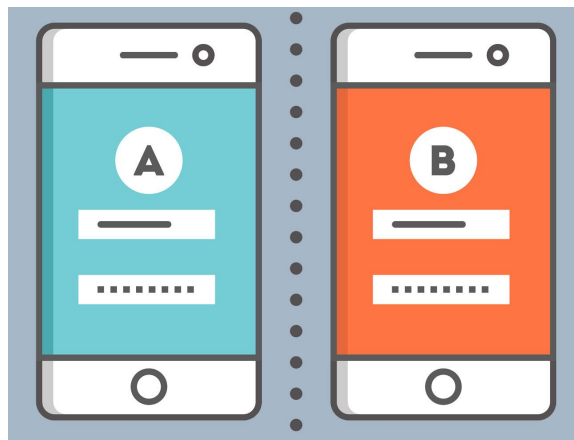


Проблема множественного сравнения

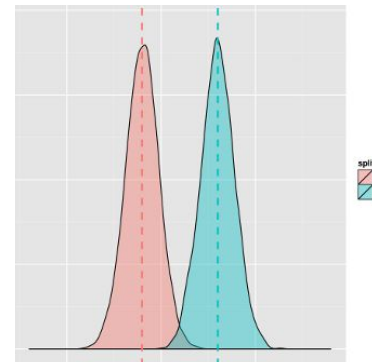


Практика на Python

Допустим у нас есть предположения, что если поменять цвет сайта, то конверсия увеличится.
Как проверить?



Еще примеры!



А/В тестирование



Требования к тестам



Понимание метрики/цели



Одновременность



Случайность

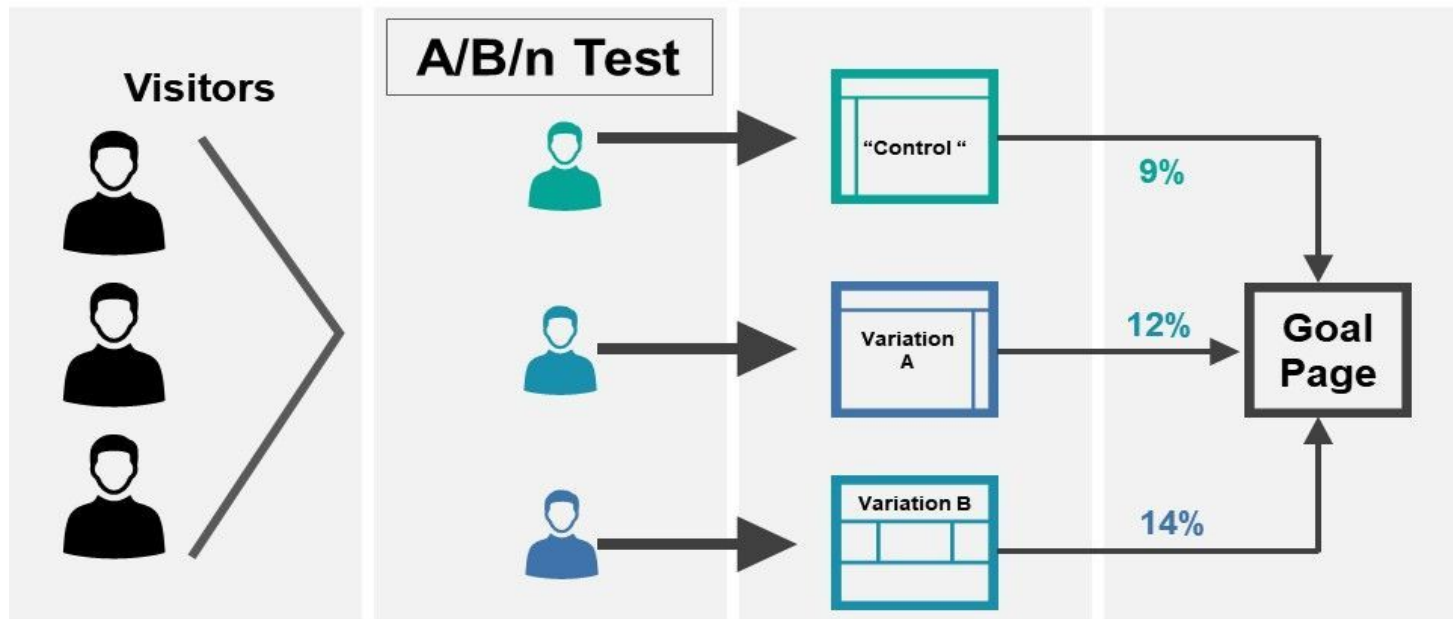


Достаточности объёма выборки решена

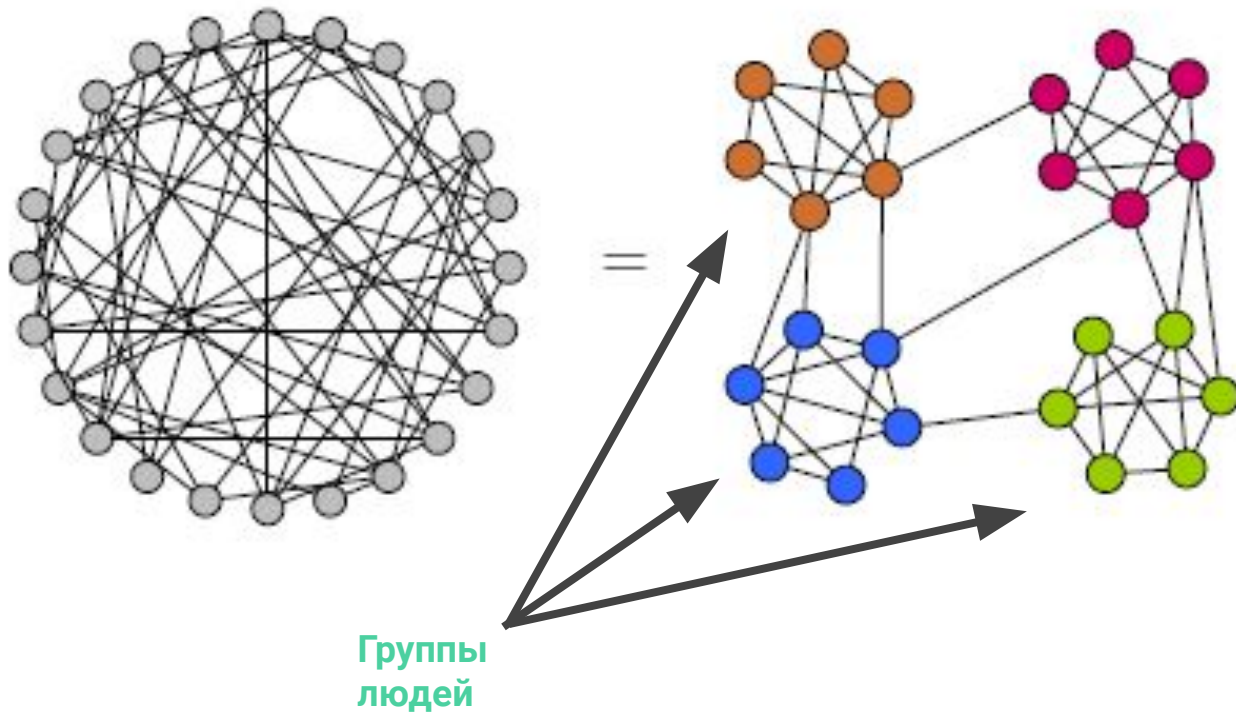


Независимость

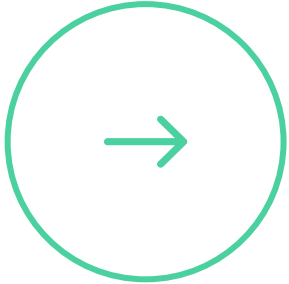
Multi A/B тесты и как их проводить



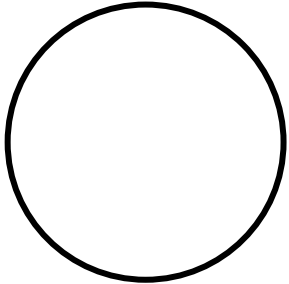
Multi A/B тесты при зависимых группах



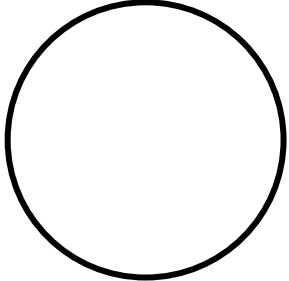
С А/В тестами ты один в поле воин!



В 2012 году сотрудник Microsoft, работавший над поисковой системой Bing, провел эксперимент по тестированию различных способов отображения рекламных заголовков. В течение нескольких часов альтернативный формат привел к увеличению доходов на 12% без влияния на показатели взаимодействия с пользователем.

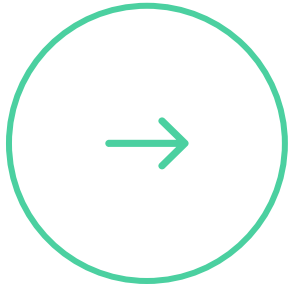


По итогам 2012 года выручка Microsoft составила \$74 млрд, чистая прибыль — около \$17 млрд.



Прирост чистой прибыли \$2,04 млрд — круто?

Статистическая проверка гипотез для связанных выборок



- $p \leq \alpha$: отклонить H_0 .
- $p > \alpha$: не отклонить H_0 .

Карта тестов гипотез

Сравнение двух выборок
(за исключением номинальных данных)

Параметрические
(только количественные)

t-тест Стьюдента

Непараметрические
(количественные или порядковые)

Зависимые

Критерий
Уилкоксона

Независимые

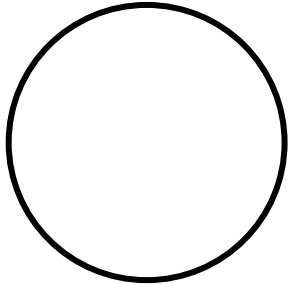
U-критерий
Манна-Уитни

t -критерий Стьюдента



Рассмотренный ранее t -критерий Стьюдента предназначен для сравнения исключительно двух совокупностей

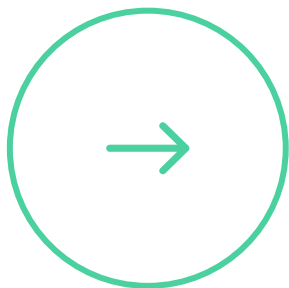
$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$



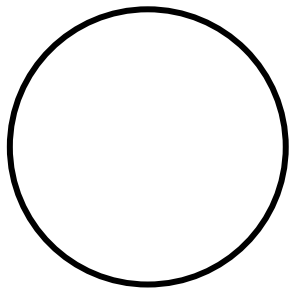
Невозможно отклонить $H_0: \mu_1 = \mu_2$

Отклонить H_0 : распределения выборок не равны.

Т-критерия Вилкоксона

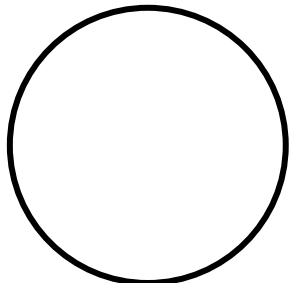


Используемый для проверки различий между двумя выборками зависимых или независимых по количественному признаку (непрерывного или в порядкового шкале)



Невозможно отклонить H_0 :
распределения выборок равны
Отклонить H_0 : распределения
выборок не равны.

Тест Вилкоксона для
независимых выборок
называется критерием Манна-
Уитни

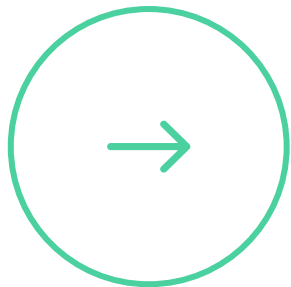


$$T = \sum R_r$$

где R_r - ранговые значения сдвигов с
более редким знаком

№	Уровень тревожности (до тренинга)	Уровень тревожности (после тренинга)	Шаг 2: Разность (после-до)	Шаг 3: Значение разности по модулю	Шаг 4: Ранг разности
1	15	14	-1	1	3
2	14	11	-3	3	8
3	16	17	1	1	3

Дисперсионный анализ

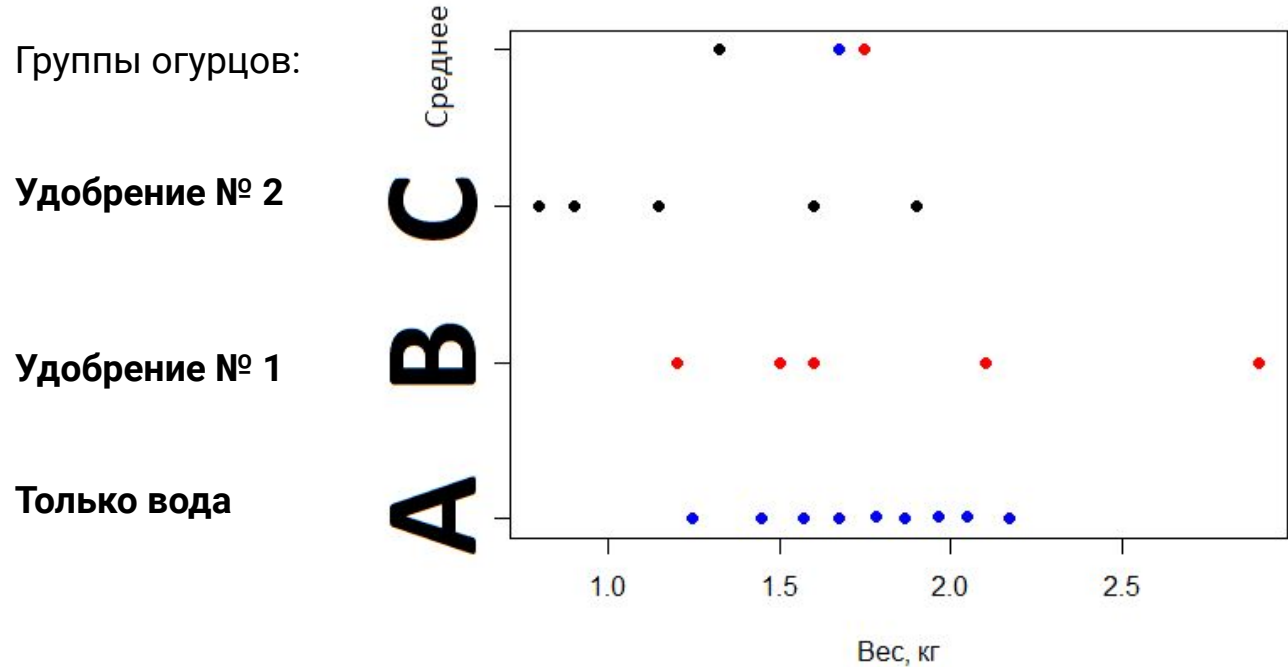


Существуют случаи, когда нужно сравнить две или больше выборок. Именно тогда и целесообразно применение **дисперсионного анализа**.

Название метода указывает на то, что выводы делают на основе исследования составляющих дисперсии.

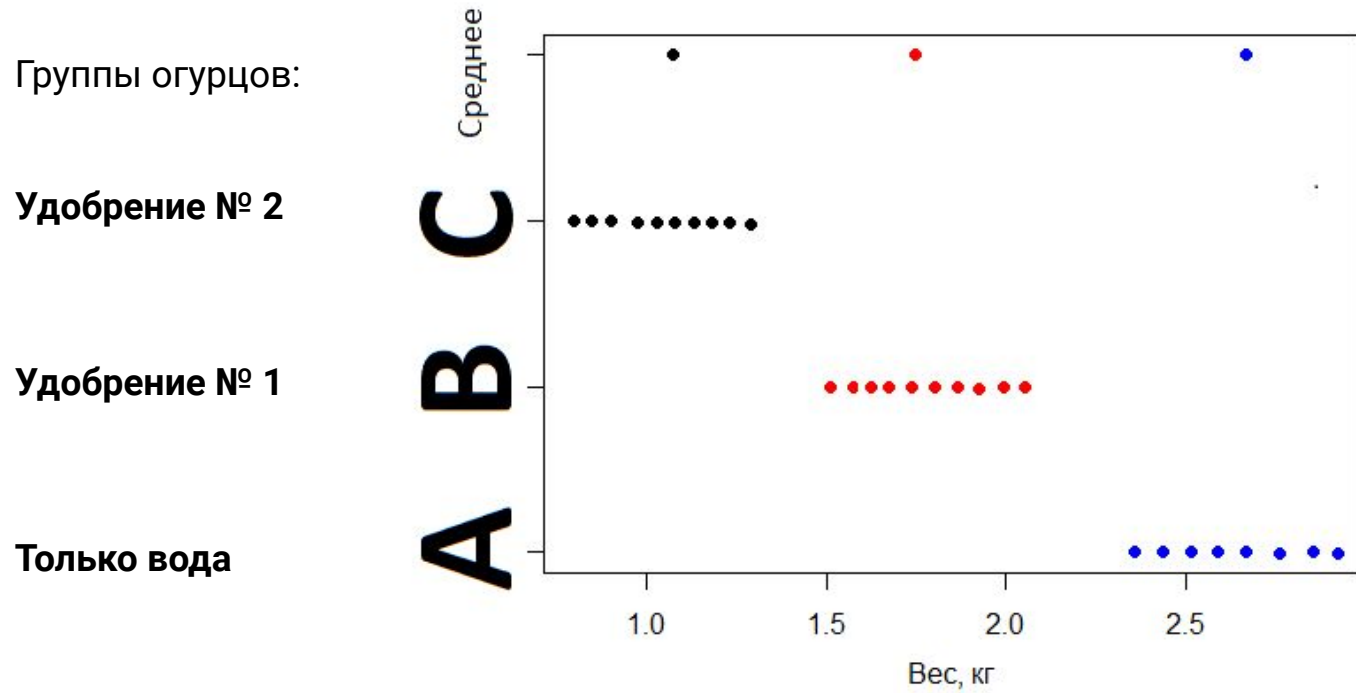
Суть изучения состоит в том, что общее изменение показателя разбивают на составляющие части, которые соответствуют действию каждого отдельно взятого фактора.

Дисперсионный анализ



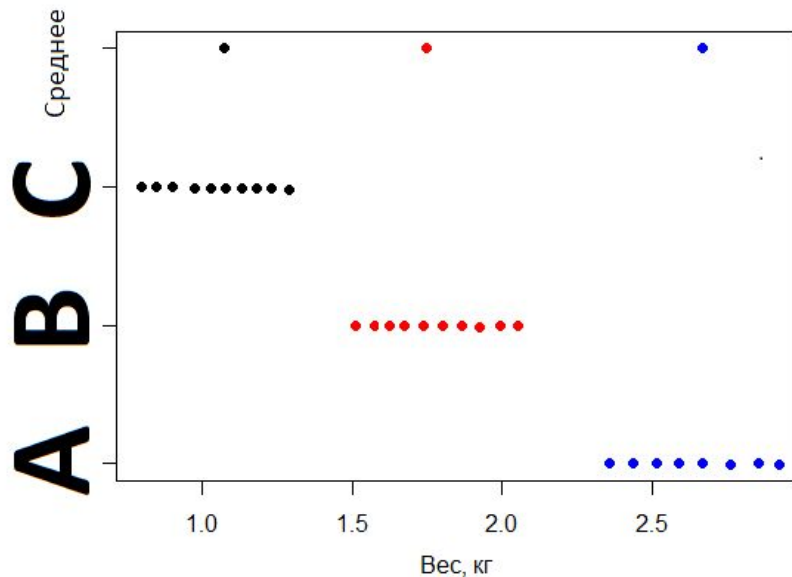
Что можно сказать про эффективность удобрений?

Дисперсионный анализ



А теперь что можно сказать про эффективность тестов?

Дисперсионный анализ

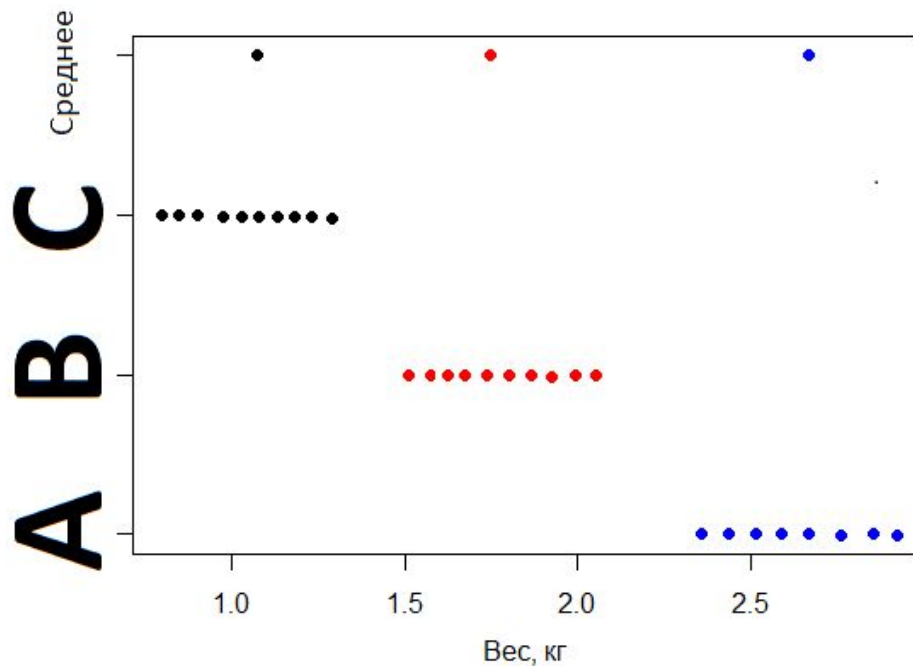


Сравните разброс значений *внутри* экспериментальных групп с *разбросом трех групповых средних*: разброс групповых средних в целом превышает разброс значений в экспериментальных группах.

Для оценки различий между группами следует сравнить разброс **групповых средних** с разбросом значений **внутри групп**.

Это ключевая идея дисперсионного анализа!

Чем будем оценивать?

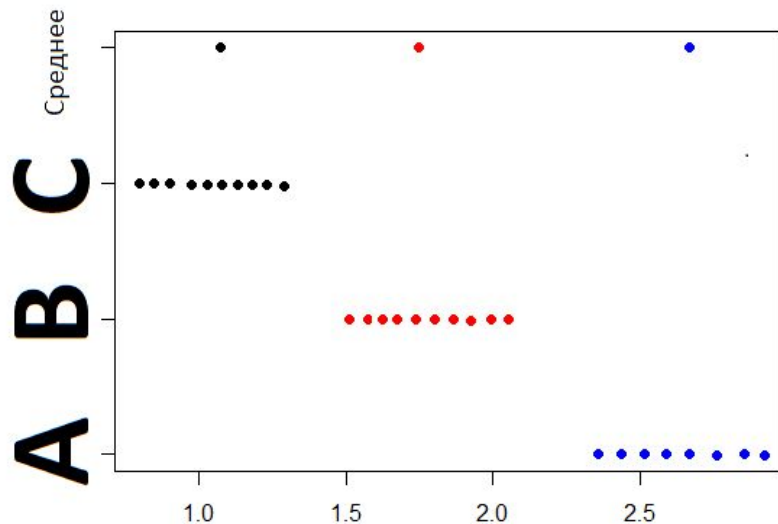


Нам хорошо знаком t -критерий Стьюдента, который мы часто с легкостью рассчитывают для каждой пары сравниваемых групп.

Получив достаточно высокое значение t в *каком-либо* из этих сравнений, исследователь сообщает, что " $P < 0.05$ ".

Это утверждение означает, что вероятность ошибочного заключения о существовании различий между групповыми средними не превышает 5% .

Чем будем оценивать?

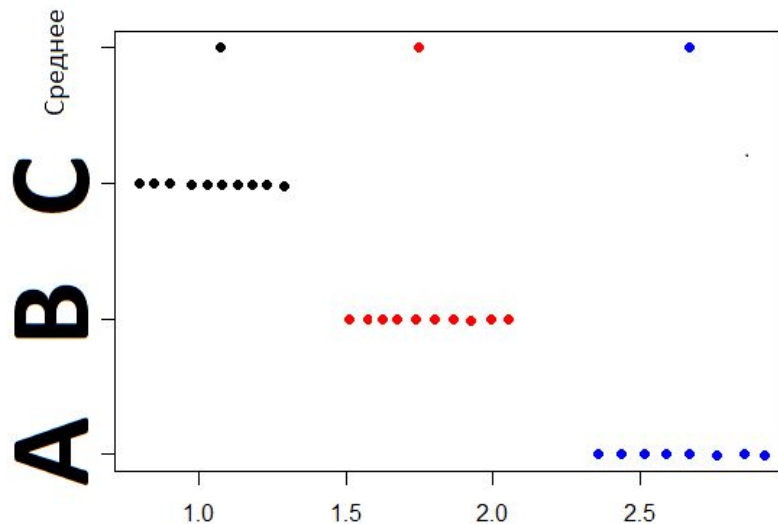


Однако в действительности это не так - вероятность ошибки значительно превышает 5%.

Разберемся, почему.

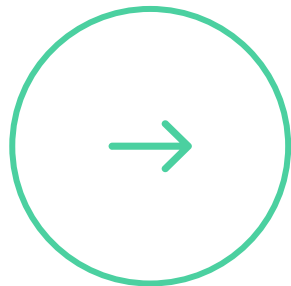
t -критерий Стьюдента не подходит для попарного сравнения большего количества групп что вызывает т.н. *эффект множественных сравнений*

Чем будем оценивать?



Получается, для ДА важна
**дисперсия внутри группы и
дисперсия между группами**

Проблема множественного сравнения



Вероятность ошибки гораздо выше 5%. Очевидно, что дальнейшее увеличение числа проверяемых гипотез будет неизбежно сопровождаться возрастанием ошибки первого рода.

Выполняя тест Стьюдента, проверяем нулевую гипотезу об отсутствии разницы между генеральными средними двух сравниваемых групп.

Сравнивая группы А и В, он рискует ошибиться с вероятностью 5%. Точно такая же вероятность ошибки при сравнении В с С и А с С. Соответственно, вероятность ошибиться *хотя бы в одном* из этих трех сравнений составит

$$P' = 1 - (1 - \alpha)^m = 1 - (1 - 0.05)^3 = 0.143,$$

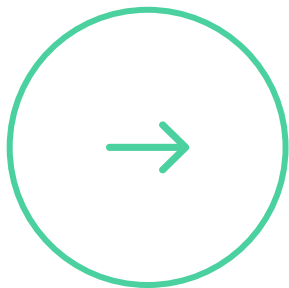
Проблема множественного сравнения

К чему приводит тестирования множества гипотез?

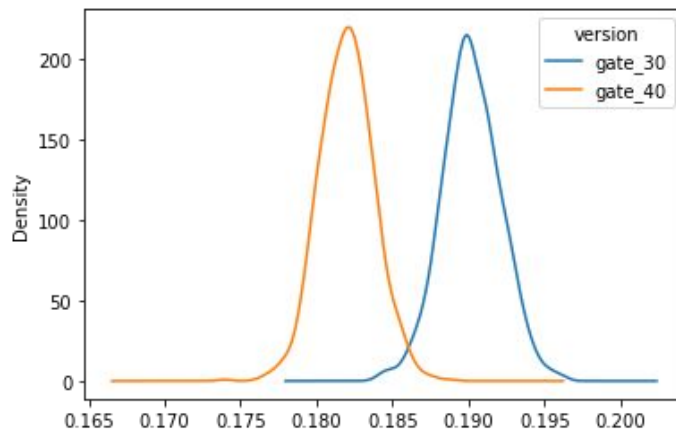
Очевидно, что дальнейшее увеличение числа проверяемых гипотез будет неизбежно сопровождаться возрастанием ошибки первого рода.

$$P' = 1 - (1 - \alpha)^m = 1 - (1 - 0.05)^3 = 0.143,$$

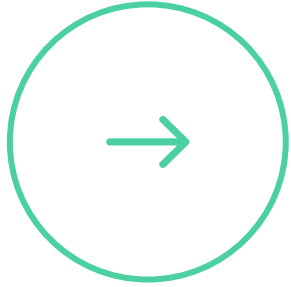
Чем будем оценивать?



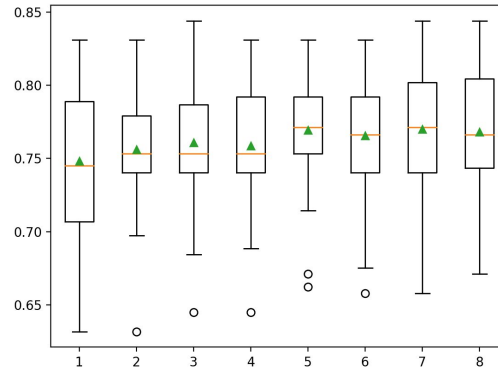
Для устранения эффекта множественных сравнений существует большой арсенал методов.



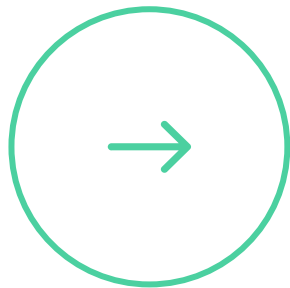
Дисперсионный анализ



принципы *однофакторного дисперсионного анализа*, как раз предназначенного для *одновременного сравнения средних значений* двух и более групп.



Виды и критерии дисперсионного анализа



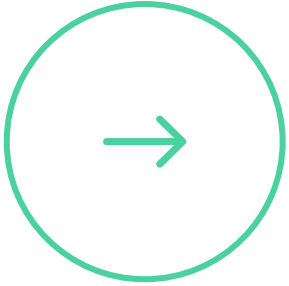
Этот метод используется для исследования связи между качественными (номинальными) признаками и количественной (непрерывной) переменной.

В случае двух выборок, результаты дисперсионного анализа будут идентичны результатам t-критерия Стьюдента. Однако, в отличие от других критериев, это исследование позволяет изучить проблему более детально.

Невозможно отклонить $H_0: \mu_1 = \mu_2$

Отклонить H_0 : распределения выборок не равны.

Дисперсионный анализ = ANOVA



В специальной литературе его часто называют **ANOVA** (от англоязычного названия Analysis of Variations).

Впервые этот метод был разработан Р. Фишером в 1925 г.

Мотивирующие примеры применения ДА

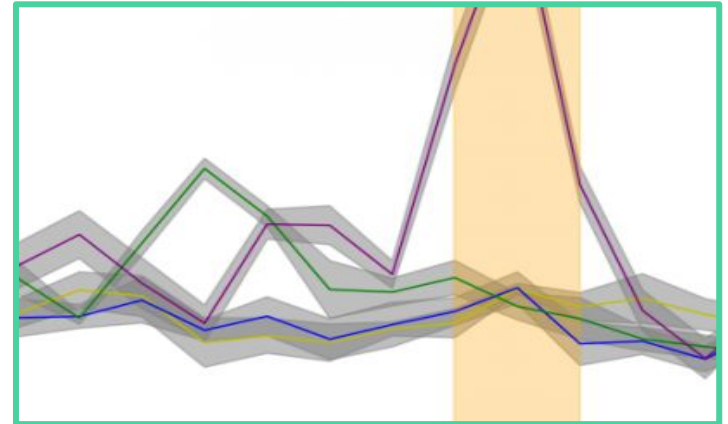
Троллейбусное депо обслуживает несколько троллейбусных маршрутов. На них работают троллейбусы различных типов, и оплату за проезд собирают 125 контролеров.

Как сравнить экономические показатели работы каждого контролера (выручку) учитывая различные маршруты, различные типы троллейбусов?



Есть ряд станков - которые изготавливают деталь. Размер каждой детали - это случайная величина, которая зависит от настройки каждого станка и случайных отклонений, возникающих в процессе изготовления деталей.

Нужно по данным измерений размеров деталей определить, одинаково ли настроены станки.



Дисперсионный анализ

каждое наблюдение мы можем разложить на следующие составляющие:

$$x_{ij} = \bar{X} + (\bar{x}_i - \bar{X}) + (x_{ij} - \bar{x}_i)$$

разброс наблюдений *внутри групп*

$$SS_W = \sum_i \sum_j (x_{ij} - \bar{x}_i)^2$$

разброс *между группами*
(разброс групповых средних)

$$SS_B = \sum_i \sum_j (\bar{x}_i - \bar{X})^2$$

$$(\bar{x}_i - \bar{X})$$



это отклонения групповых средних от общего среднего значения

$$(x_{ij} - \bar{x}_i)$$



это отклонения отдельных наблюдений от среднего значения группы, к которой они принадлежат.

Дисперсионный анализ

Внутригрупповую дисперсия

$$MS_W = SS_W / (N - k)$$

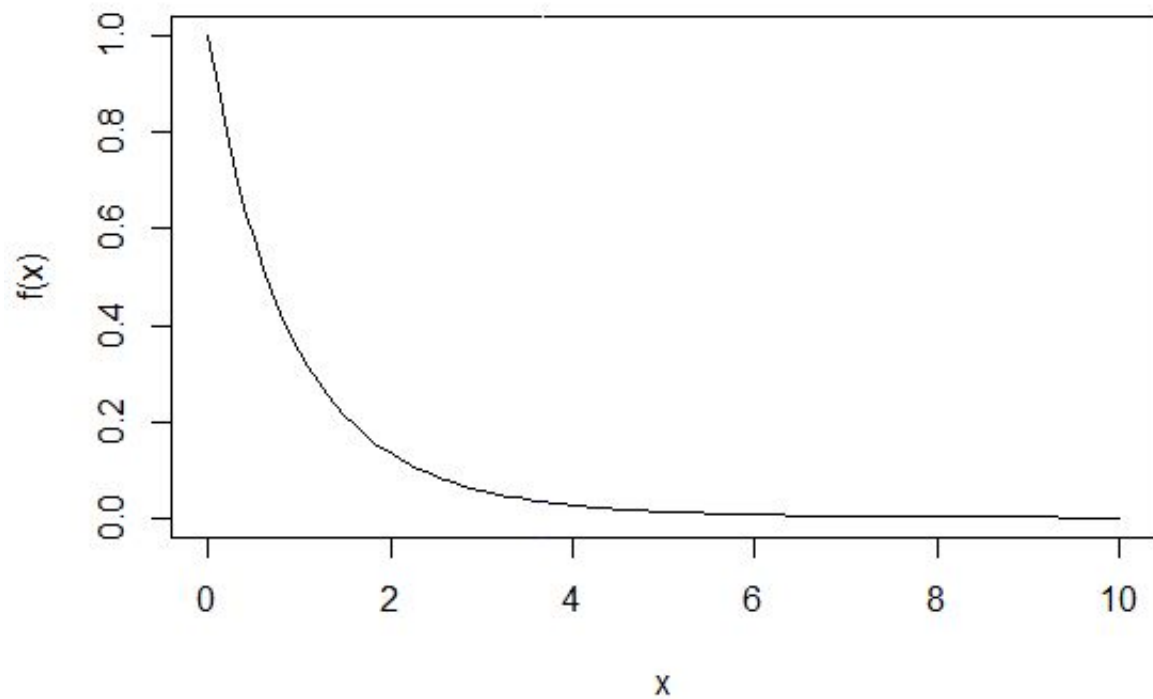
Межгрупповую дисперсия

$$MS_B = SS_B / (k - 1)$$

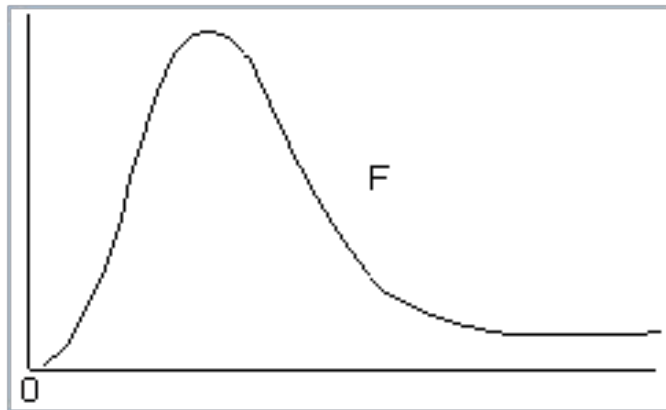
Критерия Фишера

$$F = MS_B / MS_W$$

Ну и где тут p-value 5% ?



Ну и где тут p-value 5% ?



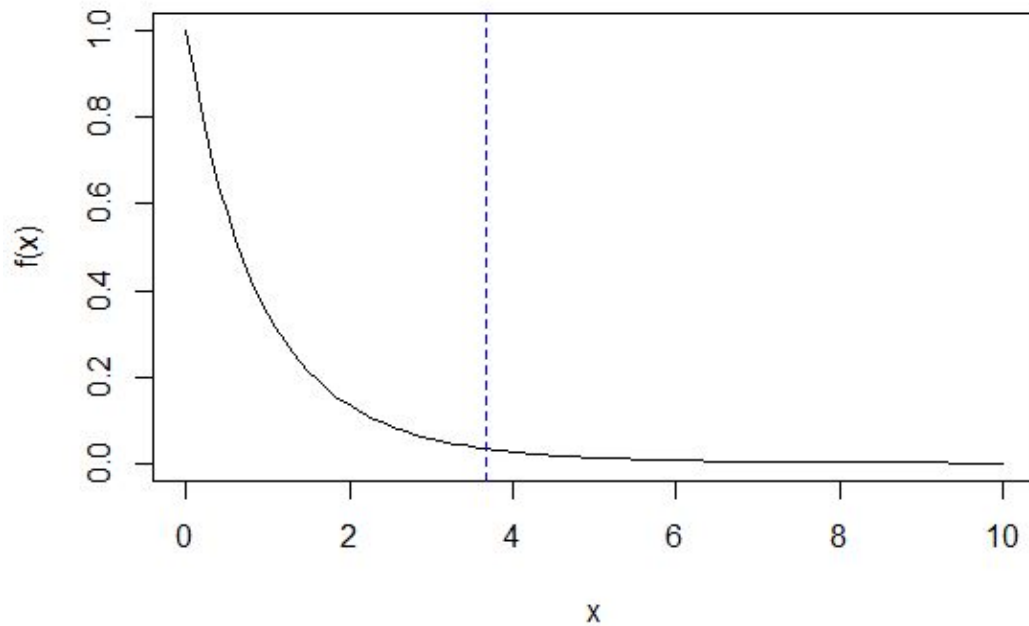
$$F = MS_B / MS_W$$

Ну и где тут p-value 5% ?

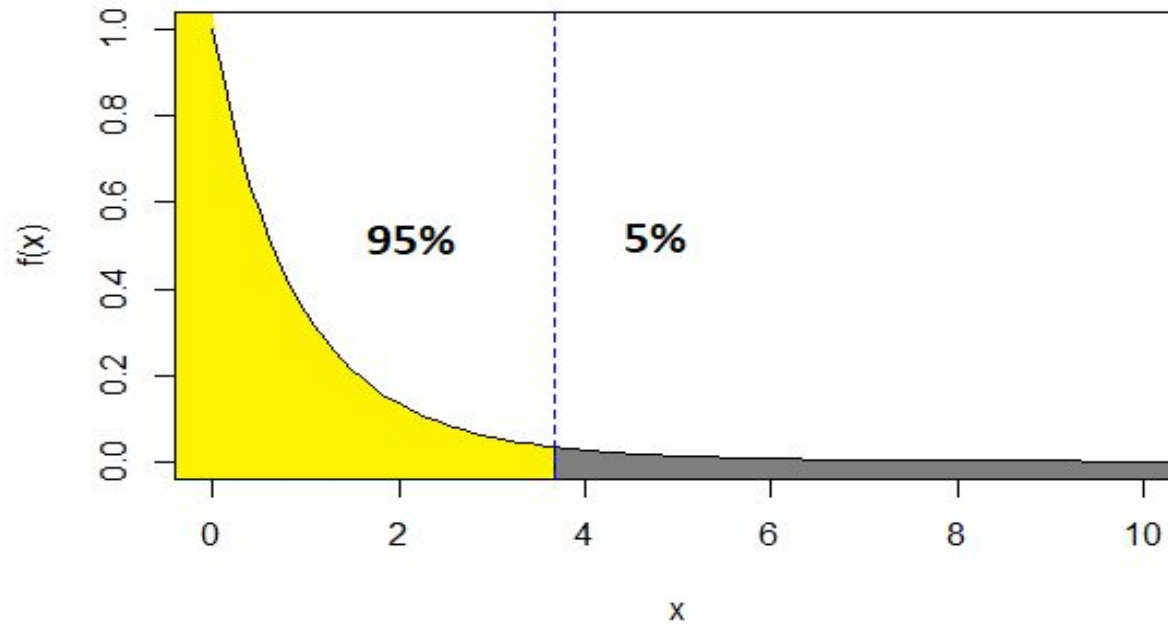


$$F = MS_B / MS_W$$

Дисперсионный анализ



Вспомним применение p-value



А как же
Python?



Домашнее задание

1. Выполнить простые задачи в python-ноутбуке.
2. Решить приложенный Cookie Cats кейс.



Спасибо за внимание!

Миленькин Александр
Биоинформатик в Insilico Medicine



fb.com/



sasha.milenkin@yandex.ru

 **нетология**