

# MARS2D 测试文档

以下两个测试都是针对 Cubic MARS 方法的即殷集边界是用三次样条曲线表示的。测试中首先在某一个圆上均匀取点，之后由这些点生成的三次样条曲线作为初值。 $h_L$  取值为两个初值点间弧长的 2 倍。

## 1 Vortex shear of a circular disk

速度场如下：

$$\begin{cases} u_x = \cos\left(\pi \frac{t}{T}\right) \sin^2(\pi x) \sin(2\pi y); \\ u_y = -\cos\left(\pi \frac{t}{T}\right) \sin(2\pi x) \sin^2(\pi y). \end{cases} \quad (1)$$

测试所用参数如表1所示。

参数	值
周期	$T = 8$
中心点	$C = (0.5, 0.75)$
半径	$R = 0.15$
$r_{\text{tiny}}$	$r_{\text{tiny}} = 0.01$
初值点数	$n = 64, 128, 256$
时间步长	$k = 0.04, 0.02, 0.01$

表 1: Vortex shear: 参数表

测试结果如表2所示，所用误差范数  $\|E\|_1$  是用计算出的三次样条曲线和用准确解正圆上的点生成的三次样条曲线求内部区域间近似异或面积得出的。发现可以测得四阶以上的收敛阶。

$h_L = 4\pi/n$	$n = 64$	ratio	128	ratio	256
$\ E\ _1$	4.80e-5	4.25	2.52e-6	4.97	8.06e-8

表 2: Vortex shear: 误差及收敛阶

中间步的计算结果图如图1所示。

## 2 Deformation of a circular disk

速度场如下：

$$\begin{cases} u_x = \cos\left(\pi \frac{t}{T}\right) \sin(n\pi(x + 0.5)) \sin(n\pi(y + 0.5)); \\ u_y = \cos\left(\pi \frac{t}{T}\right) \cos(n\pi(x + 0.5)) \cos(n\pi(y + 0.5)); \\ n = 4. \end{cases} \quad (2)$$

测试所用参数如表3所示。

参数	值
周期	$T = 2$
中心点	$C = (0.5, 0.5)$
半径	$R = 0.15$
$r_{\text{tiny}}$	$r_{\text{tiny}} = 0.01$
初值点数	$n = 128, 256, 512$
时间步长	$k = 0.04, 0.02, 0.01$

表 3: Deformation: 参数表

测试结果如表4所示，所用误差范数  $\|E\|_1$  是用计算出的三次样条曲线和用准确解正圆上的点生成的三次样条曲线求内部区域间近似异或面积得出的。发现可以测得四阶以上的收敛阶。

$h_L = 4\pi/n$	$n = 128$	ratio	256	ratio	512
$\ E\ _1$	5.65e-5	4.61	2.31e-6	5.10	6.75e-8

表 4: Deformation: 误差及收敛阶

中间步的计算结果图如图2所示。

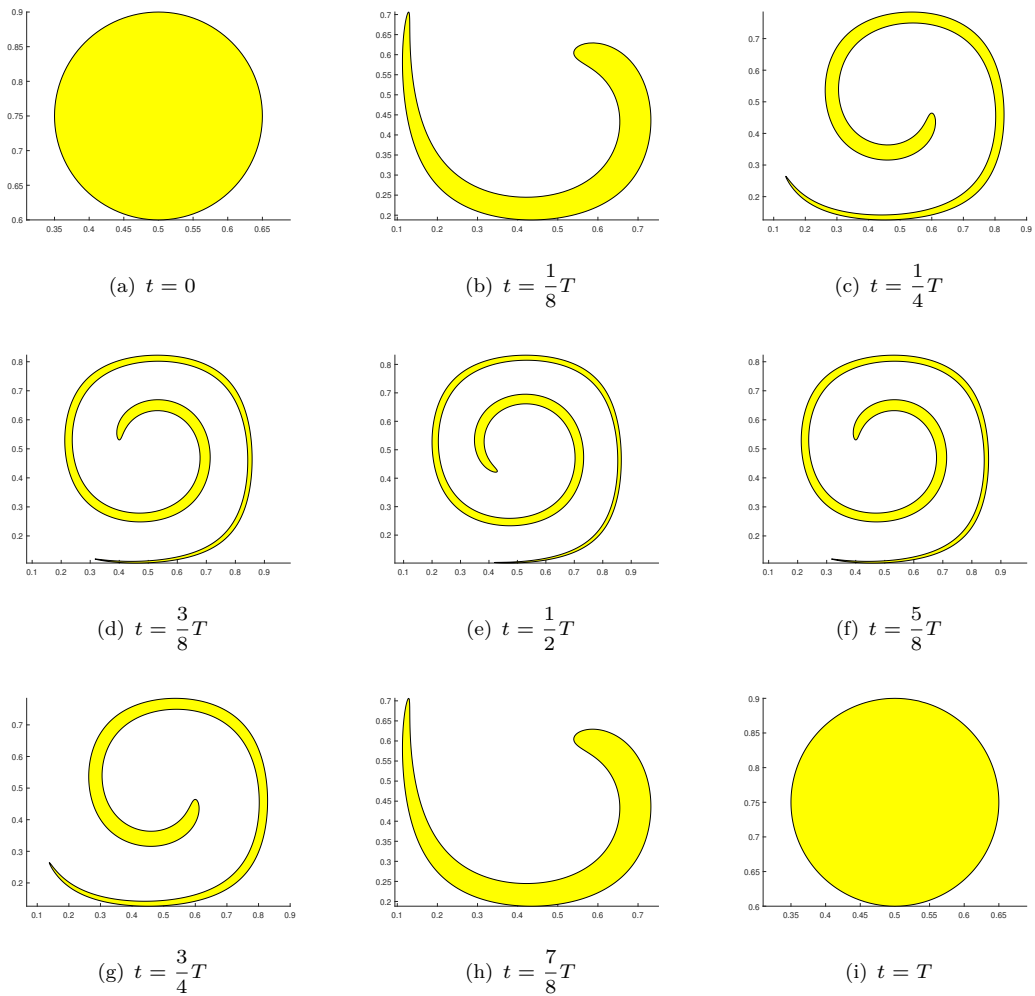


图 1: Vortex shear: 中间步计算结果图, 所用参数为  $n = 128$ ,  $k = 0.02$ ,  $r_{\text{tiny}} = 0.01$ 。

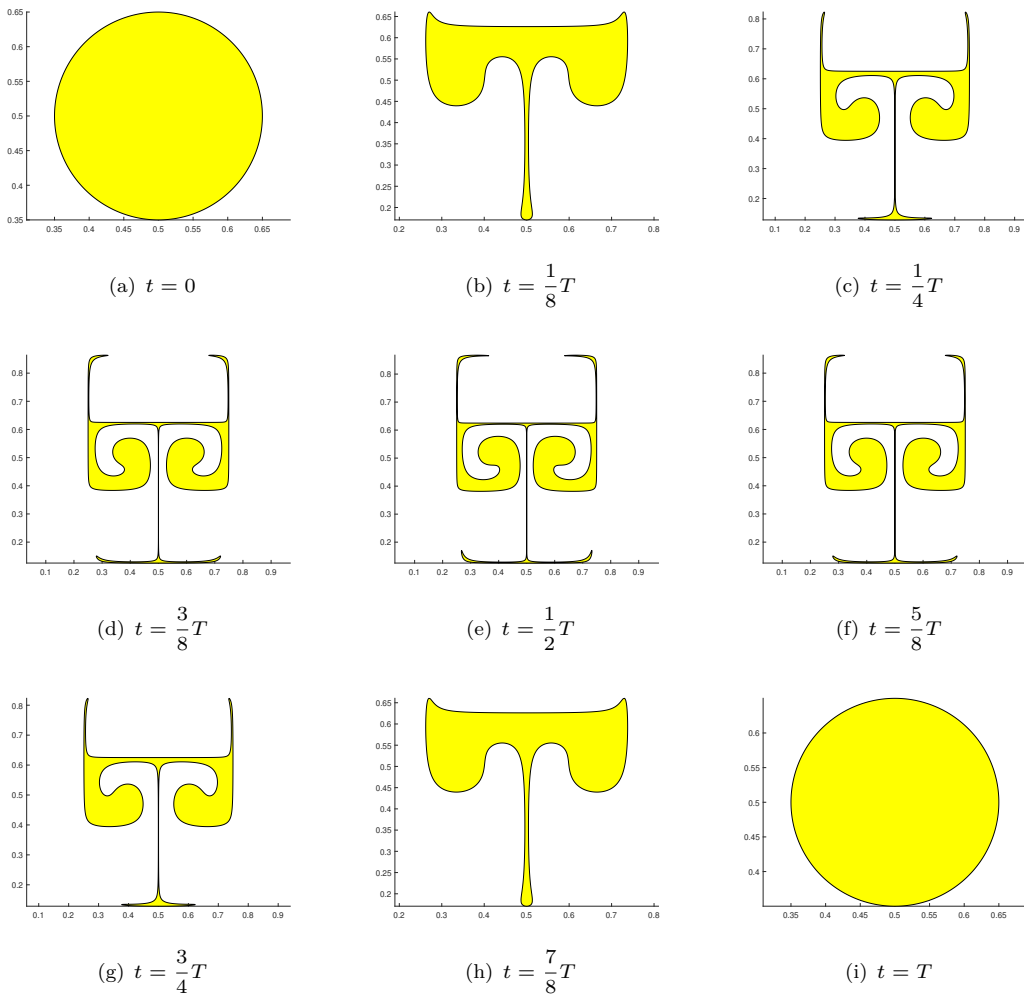


图 2: Deformation: 中间步计算结果图, 所用参数为  $n = 256$ ,  $k = 0.02$ ,  $r_{\text{tiny}} = 0.01$ 。