

# 曲率流速度场测试

## 1 单位圆测例

以下测试在一个单位圆上均匀取点，并计算由这些示踪点得到的曲率流的速度场。测试曲线如下：

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \sin t, \\ t \in [0, 2\pi]. \end{cases} \quad (1)$$

测试结果如表1和2所示，所用误差范数  $\|E\|_1$  和  $\|E\|_\infty$  是与精确解之间的网格 1-范数和无穷范数。我们发现结果可以达到相应的收敛阶。

	$n = 64$	ratio	128	ratio	256	ratio	512	ratio	1024
$\ E\ _1$	5.12e-3	2.01	1.27e-3	2.01	3.17e-4	2.00	7.90e-5	2.00	1.97e-5
$\ E\ _\infty$	8.03e-4	2.00	2.01e-4	2.00	5.02e-5	2.00	1.26e-5	2.00	3.14e-6

表 1: 单位圆测例: 误差及收敛阶,  $r = 2$

	$n = 64$	ratio	128	ratio	256	ratio	512	ratio	1024
$\ E\ _1$	4.93e-6	4.01	3.06e-7	4.01	1.91e-8	4.00	1.19e-9	4.05	7.20e-11
$\ E\ _\infty$	7.73e-7	4.00	4.84e-8	4.00	3.03e-9	3.93	1.98e-10	1.95	5.15e-11

表 2: 单位圆测例: 误差及收敛阶,  $r = 4$

## 2 星型线测例

以下测试在一个星型曲线上取点，并计算由这些示踪点得到的曲率流的速度场。测试曲线如下：

$$\begin{cases} x = (1 + 0.3 \cos 6t) \cos t, \\ y = (1 + 0.3 \cos 6t) \sin t, \\ t \in [0, 2\pi]. \end{cases} \quad (2)$$

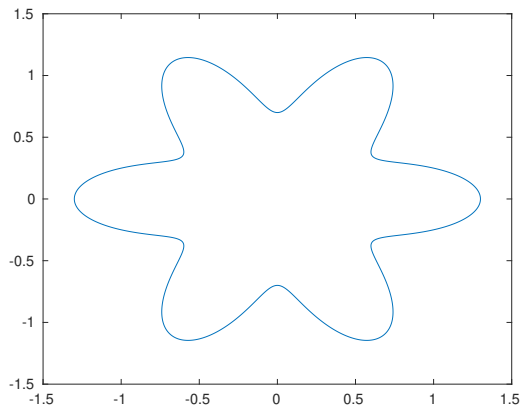


图 1: 星型线

测试结果如表3和4所示, 所用误差范数  $\|E\|_1$  和  $\|E\|_\infty$  是与参考解之间的网格 1-范数和无穷范数, 参考解是对示踪点列进一步加密的结果。我们发现结果可以达到相应的收敛阶。

	$n = 256$	ratio	512	ratio	1024	ratio	2048
$\ E\ _1$	2.10e-1	1.99	5.29e-02	2.02	1.30e-2	2.07	3.11e-3
$\ E\ _\infty$	1.02e+0	1.93	2.68e-1	2.00	6.71e-2	2.07	1.60e-2

表 3: 星型线测例: 误差及收敛阶,  $r = 2$ 

	$n = 256$	ratio	512	ratio	1024	ratio	2048
$\ E\ _1$	5.83e-2	3.78	4.24e-3	3.96	2.72e-4	4.00	1.70e-5
$\ E\ _\infty$	3.27e-1	3.53	2.82e-2	3.89	1.91e-3	3.98	1.21e-4

表 4: 星型线测例: 误差及收敛阶,  $r = 4$