Chapter 1

类成员简介

1.1 殷集

1.1.1 成员数据

vector<GluingClosedSurface> vecGCS
这里存放了构成殷集边界的有向黏合紧曲面
vector<HasseNode> Hasse
存放了有向黏合紧曲面之间的包含关系

1.1.2 成员函数

Yinset meet(const Yinset&) const
实现了两个殷集的求交
Yinset join(const Yinset&) const
实现了两个殷集的求并
Yinset complement() const
实现了殷集求补集
buildHasse()
计算黏合紧曲面的包含关系，输出 Hasse 图

1.2 GluingClosedSurface

表示一个黏合紧曲面

1.2.1 成员数据

vector<Triangle> vecTriangle
存放了黏合紧曲面的三角剖分
bool orientation
存放了黏合紧曲面的方向

1.3 SurfacePatch

表示切割后的曲面片

1.3.1 成员数据

vector<Triangle> vecTriangle
存放了曲面片的三角剖分
vector<pair boundary
存放了曲面片的边界

1.3.2 成员函数

reverse()
将曲面片反向，也就是将所有三角形的顶点顺序取反

1.4 PrePaste

实现了将曲面沿闭合交线切割成曲面片的过程

1.4.1 成员数据

vector<GluingClosedSurface> vecGCS
存放了不需要进行切割的黏合紧曲面
vector<SurfacePatch> vecSP
存放了切割以后得到的曲面片

1.4.2 成员函数

operator()(const vector<Triangle>&)
将一个殷集中所有三角形放在一起作为输入，将这些三角形黏合起来，直到遇到边界，这个过程等效于将黏合紧曲面沿交线进行切割。

1.5 Paste

实现了将曲面片沿边界黏合成黏合紧曲面的过程

1.5.1 成员函数

vector<GluingClosedSurface> operator()(const vector<SurfacePatch>&)
将输入的曲面片沿边界黏合成黏合紧曲面并输出

1.6 Locate

1.6.1 成员函数

bool operator()(const Point&, const GluingClosedSurface&)

判断一个点是否在一个黏合紧曲面的有界补集内部

1.7 TriangleIntersect

1.7.1 成员数据

vector<pair<vector , vector<vector<Triangle>::iterator»> : resultA, reasultB
存放了两个殷集的所有三角形之间相交的信息和重合的信息

1.7.2 成员函数

operator()(const Triangle&, const Triangle&)
实现两个三角形的求交
vector<Triangle> collapse() 将所有三角形根据相交信息进行三角剖分

1.8 Triangulate

1.8.1 成员函数

bool operator()(const Triangle&, const vector&) 将输入的三角形根据交线进行三角剖分

1.9 Triangle

实现了三角剖分所需的三角形

1.9.1 成员数据

vector<Point> vecPoint
存放了三角形三个顶点，顶点顺序与定向有关
pairt<int,int> InFace 记录在哪一个曲面中

1.9.2 成员函数

Triangle<2> project(int n)
将三维空间三角形投影到某个坐标平面
intersect(const Line&)
实现空间中三角形与一条直线求交
intersectCoplane(const Line<2>&) 实现平面中三角形和直线求交
Triangle reverse() 将三角形顶点顺序反向

1.10 Plane

表示三角形所在平面

1.10.1 成员数据

Real para[Dim+1]
存放了平面方程的四个参数

1.10.2 成员函数

Real angle(const Plane&)
求两个平面的夹角
Line intersect(const Plane&
实现两个平面求交，输出交的直线

1.11 Line

表示一条直线

1.11.1 成员数据

Point fixPoint
存放了直线上一点坐标
Vec dirct
存放了直线的方向向量

1.11.2 成员函数

Line<2> project(int n)
将空间中直线投影到某个坐标平面

1.12 Edge

表示一条线段

1.12.1 成员数据

Point endPoint[2]
表示线段的两个端点

1.12.2 成员函数

Edge<2> project(int n)
将空间中线段投影到某个坐标平面

1.13 Segment

表示一条交线

1.13.1 成员数据

Point endPoint[2]
表示交线的两个端点
vector<Triangle>
存放了交线对应的两个三角形

1.14 Point

表示空间中一个点

1.14.1 成员数据

Real coord[Dim]
表示点的坐标

1.15 Vec

表示一个向量

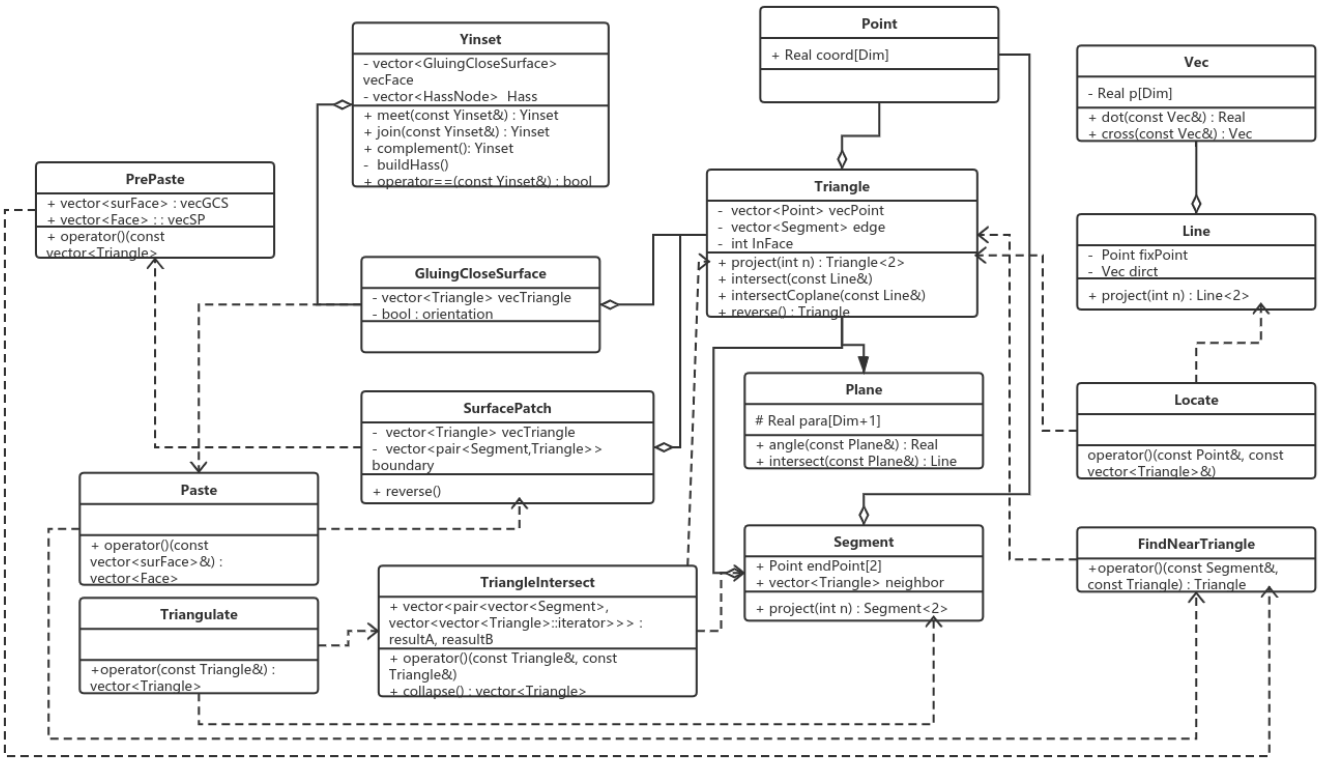
1.15.1 成员数据

Real p[Dim]
表示向量的各个分量

1.15.2 成员函数

Real dot(const Vec&)
实现向量点乘
Real cross(const Vec&)
实现向量叉乘

图 1.1: UML 类图


Yinset
- vector<GluingCloseSurface> vecFace
- vector<HassNode> Hass
+ meet(const Yinset&) : Yinset
+ join(const Yinset&) : Yinset
+ complement(): Yinset
- buildHass()
+ operator==(const Yinset&) : bool
Point
+ Real coord[Dim]
Vec
- Real p[Dim]
+ dot(const Vec&) : Real
+ cross(const Vec&) : Vec
PrePaste
+ vector<surFace> : vecGCS
+ vector<Face> : : vecSP
+ operator()(const vector<Triangle>
Triangle
- vector<Point> vecPoint
- vector edge
- int InFace
+ project(int n) : Triangle<2>
+ intersect(const Line&)
+ intersectCoplane(const Line&)
+ reverse() : Triangle
Line
- Point fixPoint
- Vec dirct
+ project(int n) : Line<2>
GluingCloseSurface
- vector<Triangle> vecTriangle
- bool : orientation
Plane
Real para[Dim+1]
+ angle(const Plane&) : Real
+ intersect(const Plane&) : Line
Locate
operator()(const Point&, const vector<Triangle>&)
SurfacePatch
- vector<Triangle> vecTriangle
- vector<pair<Segment,Triangle>> boundary
+ reverse()
Paste
+ operator()(const vector<surFace>&) : vector<Face>
Segment
+ Point endPoint[2]
+ vector<Triangle> neighbor
+ project(int n) : Segment<2>
FindNearTriangle
+operator()(const Segment&, const Triangle) : Triangle
TriangleIntersect
+ vector<pair<vector , vector<vector<Triangle>::iterator>>> : resultA, reasultB
+ operator()(const Triangle&, const Triangle&)
+ collapse() : vector<Triangle>
Triangulate
+operator(const Triangle&) : vector<Triangle>

Chapter 2

算法伪代码

2.1 算法证明

2.1.1 算法 4: 寻找恰当的粘合三角形

在确定恰当粘合三角形中, 为了满足 DEFINITION 2.11 中的好配对. 选取两个相邻的广义扇形配对, 在程序中即为两个相邻三角形.

这里定义相邻, 两个三角形 a,b 公共一条边 e 且 a,b 在 e 上的方向相反. a 沿着边 e, 以 a 的法向量方向反方向旋转, 与 a 共面的满足之上条件的所有三角形中 b 是第一个, 则称 a,b 相邻, 易见 b 到 a 的旋转也满足条件, 所以以相邻配对是唯一的. 又结合殷集边界是闭曲面沿 1 维 CW 复形粘合结果, 因此相邻配对是存在的.

2-7 行得到两个共边三角形的法向量 $normtri, normneightri$. 不妨设为 A, B,

$$A * B = \|A\| \cdot \|B\| \cdot \cos(\alpha) \tag{2.1}$$

$$A \times B = \|A\| \cdot \|B\| \cdot \sin(\alpha) \tag{2.2}$$

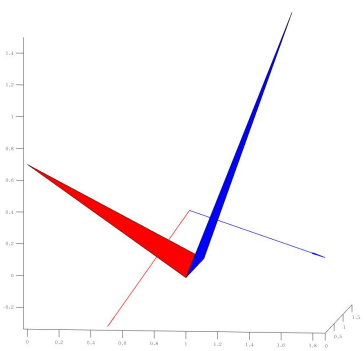
$$\alpha = atan2(\sin(alpha), \cos(alpha)) = atan2(A * B, A \times B) \tag{2.3}$$

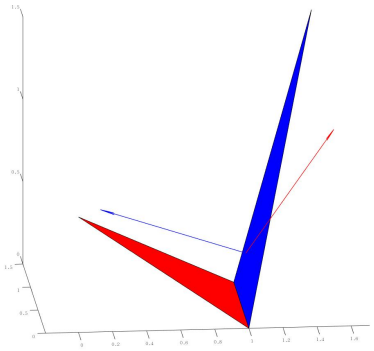
因为 $atan2$ 不能得到大于 π 的角度, 通过 8-12 行得到 A, B 在 $(0, 2\pi)$ 范围的夹角.

此时有两种情况如下图.

容易得到第一种情况平面之间的夹角 $\beta = \pi - \alpha$, 另一种情况 $\beta = 3\pi - \alpha$. 5-21 行输出与三角形 tri 以 seg 为公共边的所有三角形计算所需旋转的角度 $angle$ 并输出最小 $angle$ 的三角形, 即相邻的三角形.

图 2.1: 当法线之间角度小于 π 时和大于 π 的两种情况





2.1.2 算法 10: 判断点与殷集之间的位置关系

已知殷集的边界为有限个闭曲面的粘合. 所以殷集边界将全空间分为有限个连通区域. 其中部分为殷集内部, 部分为外部. 即只需判断点 p 在殷集边界上, 或被某个连通区域 G 包含, 连通区域 G 在殷集内部或者外部.

判断连通区域在殷集内部或外部可以通过殷集的边界包含的 G 的边界. 计算过程中边界是空间三角形的集合.

通过点 p 发出一条射线 r, 与表示殷集的边界的所有三角形求交, 选取与 p 点最接近的交点 q(算法 3-4 行) 若点 p,q 重合显然 p 在殷集边界上 (算法 5-8 行). 当 p,q 不重合时, 由最接近性质, 线段 pq(除 q 点) 与 Yinset 边界无交点, 又因为殷集边界将全空间划分为有限个连通区域, 线段 pq(除 q 点) 内部是连通的, 所以 pq 属于同一个连通区域, 而 p 属于连通区域 G, 所以 pq 属于 G, 因此 q 在 G 的边界上.

当 tri 是 G 的边界时, 通过 tri(G 的边界) 的法向量与 pq 的位置可以得到连通区域 G 是殷集的内部或外部. (程序 27 行), 即 q 与殷集的位置关系.(仅有当 pq 与 tri 平行时无法判断, 当包含 q 点的所有三角形与 pq 平行同时也包含 q, 此时 pq 内部必有与这些三角形的的重合点, 与 q 为最近交点矛盾)

10-11 行, 包含 q 点的三角形只有 tri 时, 因为 tri 包含 G 中在 pq 上的某些点序列的极限点, 所以 tri 只能是 G 的边界.

在程序 13-34 行中处理 pq 交三角形数量大于 1 时. 对每个包含点 q 的三角形 ta, 取三角形内的线段 dq, 满足角度 $\angle pqd_{ta}$ 最小, 计算所有包含点 q 的三角形, 得到使得 $\angle pqd_{tri}$ 最小的所有三角形集合 tris($\angle pqd_{tri} < \pi$, 或者 tri 的三条边不能构成面积非 0 的三角形). 计算 tris 中的三角形 tri 满足 $\triangle pqd_{tri}, tri$ 沿着 qd_{tri} 之间夹角最小. 下证 tri 为连通区域 G 的边界

取 tri 和 pq 内部上充分接近 q 点的两点 a,b, 使得 $\angle bqa$ 充分接近 $\angle pqd_{tri}$. 若线段 ab 内部与殷集边界无交点, 折线 pba 连通且只与殷集边界交于 a,p.pba 属于 G 且包含极限逼近 tri 内部点 a 的点序列,(所有表示殷集边界的三角形只有 tri 包含点 j) 所以 tri 是 G 的边界. 若 ab 内部与殷集边界中的三角形 tri1 相交与点 c, 显然有 $\angle pqa > \angle pqc$. 因为 a,b 都充分接近点 q, 因此 tri1 与 q 充分接近即 tri1 包含 q. 因此 q 必在 tri 与 tri1 的边上, 若 d_{tri} 在 tri 的内部, 不妨令 a 在线段 qd_{tri} 上, 此时 $\angle pqd_{tri} = \angle aqb > \angle aqc \geq \angle pqd_{tri1}$, 与 $\angle pqd_{tri}$ 矛盾. 所以 d_{tri} 在 tri 的边上. 令 a 充分接近线段 qd_{tri} 可得 tri1 必包含 qd_{tri} 中的一段, 取 tri1 在 qd_{tri} 上一点 e, 由定义有 $\angle pqd_{tri} = \angle pqe \geq \angle pqd_{tri1}$ 因 $\angle pqd_{tri}$ 是选出的最小的 $\angle pqd_{tri} \leq \angle qpd_{tr1}$, 结合可得 $\angle_{tri1} = \angle_{tri}$, 由对称性, 不妨令 $d_{tri1} = e$. $\angle aqb$ 投影到垂直于 qd_{tri} 的平面上, 由 tri 和 tri1 都包含了 qd_{tri} 的一部分有内部点 a,c 必不与 q 的投影重合, 而 $\angle pq_{tri} < \pi$ 知 p 与 q 不重合. 综上 $\angle pqa, \angle pqc$ 的投影到 $\triangle pqd_{tri}, \triangle pqd_{tri1}$, tri,tri1 的公共边的垂直平面上, 角度分别等于三角形沿着 qd_{tri} 的夹角, 而投影不改变角度之间的大小关系, 所以 $\angle pqa > \angle pqc$ 即为 $\triangle pqd_{tri1}, tri1$ 沿着 qd_{tri1} 之间的夹角更小, 与 tri 的取法矛盾. 综上所述,tri 是 G 的边界.

算法 1 殷集求交算法

Input : $Yinset\ yinsetA, yinsetB$.

Precondition : $yinsetA, yinsetB$ 的边界曲面已经完成三角划分

Output : $Yinset\ yinsetC$

Postcondition : $yinsetC$ 是 $yinsetA, yinsetB$ 的交集, 且边界曲面完成三角划分.

function MEET($yinsetA, yinsetB$)
  Let $TriangleA, TriangleB$ be vector of $Triangle$,
  $FaceA, FaceB$ be vector of $SurfacePatch$. $closeFaceC$ be vector of $GluingCloseSurface$.
  $TriangleA, TriangleB, IntersectInfo \leftarrow$ **Collapse**($yinsetA, yinsetB$).
  TriangleIntersect($TriangleA, TriangleB, IntersectInfo$).
  Let $TriangulA, TriangulB$ store Triangulation result.
  $EdgeInfo \leftarrow$ **Triangulate**($IntersectInfo, TriangleA, TriangleB, TriangulA, TriangulB$).
  $vecTriA, vecTriB \leftarrow$
  RemoveOverlap($IntersectInfo, TriangleA, TriangleB, TriangulA, TriangulB, EdgeInfo$).
  $FaceA \leftarrow$ **PrePast**($vecTriA, EdgeInfo.A$), $FaceB \leftarrow$ **PrePast**($vecTriB, EdgeInfo.B$).
  Locate($FaceA, TriangleB$), **Locate**($FaceB, TriangleA$).
  $closeFaceC \leftarrow$ **Past**($FaceA + FaceB$).
  $yinsetC \leftarrow Yinset(closeFaceC)$.
  $yinsetC.buildHass()$.
  return $yinsetC$.
end function

function COLLAPSE(A, B)
  $TriangleA \leftarrow 0, TriangleB \leftarrow 0$.
  for $Face\ fa \in A.vecFace, fb \in B.vecFace$ **do**
    for $Triangle\ tria \in fa, trib \in fb$ **do**
      $TriangleA[end] \leftarrow tria$.
      $IntersectInfo.resultA[tria] \leftarrow tria'sedges$.
      $TriangleB[end] \leftarrow trib$.
      $IntersectInfo.resultB[trib] \leftarrow trib'sedges$.
    end for
  end for
  return $TriangleA, TriangleB$.
end function

算法 2 三维三角形求交算法

Input : $vector < Triangle > \ TriangleA, TriangleB$.

Precondition : None

Output : $vector < pair < vector < Segment >, vector < vector < Triangle >:: iterator >>> resultA, resultB$

Postcondition : $resultA$ 对应于 $TriangleA$ 中相同下标的 $tria$, $it.first$ 是 tri 与 $TriangleB$ 中所有 $Triangle$ 的交线段的集合, 当 $Triangle$ 之间重合时, 输出边与另一个 $Triangle$ 的交. $it.second$ 是 $TriangleB$ 中与 $tria$ 有重合部分的 $Triangle$ 的集合.

1: **function** TriangleIntersect($TriangleA, TriangleB$)
2: Let $resultA, resultB$ be empty vector.
3: **for** $tria \in TriangleA$ **do**
4: **for** $trib \in TriangleB$ **do**
5: **SingleCalculate**($tria, trib, resultA, resultB$).
6: **end for**
7: **end for**
8: **return** $resultA, resultB$.
9: **end function**
10:
11: **function** SingleCalculate($tria, trib, resultA, resultB$)
12: Let $interLine$ be empty vector of $Line$.
13: Get the $Planepla, plb$ of the $Triangletria, trib$.
14: **if** pla, plb is parallel. **then**
15: Insert the lines on which the $Triangle\ tria, trib$ edges lie into $interLine$.
16: $resultA[tria].second[end] \leftarrow trib$.
17: $resultB[trib].second[end] \leftarrow tria$.
18: **else**
19: Insert the line which is intersection of $Plane\ pla, plb$ into $interLine$.
20: **end if**
21: **for** $Line\ l \in interLine$ **do**
22: $sega \leftarrow$ **intersectCoplane**($tria, l$).
23: $segb \leftarrow$ **intersectCoplane**($trib, l$).
24: Get the coincidence $Segment\ seg$ of $Segment\ sega, segb$.
25: Set seg's $neighbour$ is $tria, trib$.
26: **if** seg longer than 0. **then**
27: $resultA[tria].first[end] \leftarrow seg$.
28: $resultB[trib].first[end] \leftarrow seg$.
29: **end if**
30: **end for**
31: **return**
32: **end function**

算法 3 共面三角形与直线求交

Input : $Triangle\ tri$,$Line\ l$.

Precondition : tri 与 l 共面.

Output : $Segment\ seg$.

Postcondition : seg 是 tri, l 的交集. 当交集为空时输出默认构造长度为 0 的 seg.

1: **function** INTERSECTCOPLANE(tri, l)
2: According to normal vector of tri, project tri and l to a appropriate plane (xy-,yz- or xz-plane).
3: Calculate coincident part $Segment < 2 > proseg$ of projection of tri and l.
4: Get the primary image $Segment < 3 > seg$ of $proseg$ in 3D space.
5: **return** seg.
6: **end function**

算法 4 寻找恰当的粘合三角形

Input : $Triangle\ tri$,$Segment\ edge$.

Precondition : $edge$ 是 tri 的边,$edge.neighbor$ 指向所有以 $edge$ 为边的 $Triangle$, $Triangle$ 集合中不存在共面的两个 $Triangle$.

Output : $Triangle\ neartri$.

Postcondition : 按 tri 法向量方向绕 $edge$ 反方向旋转,$edge.neighbor$ 中最早与 tri 重合的 $Triangle$.

1: **function** FINDNEARTRIANGLE($edge, tri$)
2: Assign norm vector of tri to $Vec\ normtri$.
3: Get Direction $Vecobserve$ of $edge$ in tri.
4: $bestangle \leftarrow 2 * PI$,$neartri \leftarrow 0$.
5: **for** $neightri \in edge.neighbor$ **do**
6: **if** $neightri$'s direct on $edge$ opposite to tri's **then**
7: Assign norm vector of $neightri$ to $normneightri$.
8: $angle \leftarrow atan2(cross(normtri, normneightri).norm(), dot(normtri, normneightri))$.
9: **if** $dot(corss(normtri, normneightri), observe) < 0$ **then**
10: $angle \leftarrow 2 * PI - angle$.
11: **end if**
12: **if** $angle < PI$ **then**
13: $angle \leftarrow PI - angle$.
14: **else**
15: $angle \leftarrow 3 * PI - angle$.
16: **end if**
17: **if** $angle < bestangle$ **then**
18: $bestangle \leftarrow angle, neartri \leftarrow neightri$.
19: **end if**
20: **end if**
21: **end for**
22: **return** $neightri$.
23: **end function**

算法 5 三角划分算法

Input : $IntersectInfor$, $vector < Triangle > TriangleA, TriangleB$.

Precondition : $IntersectInfor$ 中的 $resultA.first$ 是 $TriangleA$ 相同下标的 $tria$ 与 $TriangleB$ 中所有 $Triangle$ 的交线段和共面 $Triangle$ 的集合. $resultA.second$ 是与 $tria$ 有重合部分的 $trib \in TriangleB$ $resultB$ 同样.

Output : $vector < vector < Triangle >> TriangulA, TriangulB$, $vector < vector < array < Segment >>> EdgeInfo.A, EdgeInfo.B$.

Postcondition : $TriangulA$ 存储 $TriangleA$ 相同下标代表的 $Triangle$ 的三角划分的 $Triagnle$ 集合. 保证重合部分的三角划分一致.

```
1: function TRIANGULATE(IntersectInfo, TriangleA, TriangleB)
2:     intersectInfoA, intersectInfoB ← IntersectInfo.resultA, IntersectInfo.resultB.
3:     for tria ∈ TriangleA do
4:         if intersectInfoA.first, intersectInfoB.second is not empty. then
5:             EdgeInfo.A[tria]
               ←SingleTriangulate(tria, intersectInfoA[tria], TriangulA[tria], IntersectInfoB).
6:         end if
7:     end for
8:     for trib ∈ TriangleB do
9:         if intersectInfoB.first, intersectInfoB.second is not empty. then
10:            EdgeInfo.B[trib] ←SingleTriangulate(trib, intersectInfoB[trib], TriangulB[trib]).
11:        end if
12:    end for
13:    return TriangulA, TriangulB, EdgeInfo.
14: end function
15:
16: function SINGLETRIANGULATE(tria, IntersectInfoA[tria], TriangulA[tria], IntersectInforB)
17:    Let newEdge be vector of Segment after Triangulation.
18:    Project all Segment to a appropriate plane.
19:    newEdge ← AddSegment(IntersectInfoA[tria])
20:    if newEdge is not trival And IntersectInfoA[tria]'s Overlap Triangle is not empty then
21:        for trib ∈ IntersectInfoA[tria].second do
22:            for seg ∈ newEdge do
23:                if trib contain seg then
24:                    Add trib into seg's neighbor.
25:                    IntersectInfoB.first[end] ← seg.
26:                end if
27:            end for
28:        end for
29:    end if
30:    return GeneratePolygon(newEdge, TirangulA[tria]).
31: end function
```

算法 6 AddSegment($segs$)

Input : $segs$, vector of $Segment$ in 2D space.

Precondition : None

Output : $newEdge$, vector of $Segment$.

Postcondition : $newEdge$ 将平面划分为一个无界区域和一些三角形.

1: **function** AddSegments($segs$)
2: 三角划分算法.
3: **end function**

算法 7 消除重合的三角面片

Input : $IntersectInfo$, $vector < Triangle > TriangleA, TriangleB$, $vector < vector < Triangle >> TriangulA, TriangulB$.

Precondition : $intersectInfo.resultA.second$ 包含 $TriangleA$ 中相同下标的 $tria$ 重合的所有 $TriangleB$ 中的 $Triangle.TriangulA$ 一一对应于 $TriangleA$ 求交后的三角划分结果. 重合曲面部分的三角划分完全一致, 即重合部分的小三角形顶点位置一致

Output : $vector < Triangle > vecTriA, vecTriB$.

Postcondition : $vecTriA, vecTriB$ 包含三角划分后的结果. 重合部分若法向量一致只保留 $TriangleA$ 中的三角划分, 若相反重合部分的三角划分都不保留.

1: **function** RemoveOverlap($IntersectInfo, TriangleA, TriangleB, TriangulA, TriangulB$)
2: Let $OverlapA$ represent $IntersectInfo.resultA$.
3: **for** $tria \in TriangleA$ **do**
4: **if** (**then**$Overlap.second$ is not empty)
5: **for** $trib \in Overlap.second$ **do**
6: **for** $smalltria \in TriangulA$ **do**
7: Find $smalltrib$ in $TriangulB$ success $smalltrib == smalltria$.
8: **if** $tria, trib$ have contrary normal direc **then**
9: $TriangulA[tria].erase(smalltria)$.
10: $IntersectInfo.resultA[tr]$
11: **end if**
12: $TriangulB[trib].erase(smalltrib)$.
13: **end for**
14: **end for**
15: **end if**
16: **end for**
17: Insert all $Triangle$ in $TriangulA, TriangulB$ to $vecTriA, vecTrib$ respectively.
18: Correct $EdgeInfo$'s order respect $vecTriA, vecTriB$.
19: **return** $vecTriA, vecTriB$.
20: **end function**

算法 8 预粘合算法

Input : $vector < Triangle > \ TriangleA, vector < array < Segment >> EdgeInfo$.

Precondition : $\forall tria \in TriangleA$,$tria$ 的边 $EdgeInfo[tria]$ 中的 $seg.neighbor$ 存储有所有以 seg 为边的 $Triangle$. 并且 $tria.yin$ 记录求交算法前属于的 $yinset$.

Output : $FaceA$ 是 $GluingCloseSurface$ 和 $SurfacePatch$ 的集合.

Postcondition : $FaceA$ 中的 $GluingCloseSurface$ 等于 $yinsetA$ 的 $vecFace$ 中与 $yinsetB$ 中的面无交集的子集集合. 另一部分 $SurfacePatch$ 是由另一部分 $yinsetA.vecFace$ 子集沿与 $yinsetB$ 表面的交进行切割后的曲面片, 即曲面片的边界 $boundary$ 是 $yinsetA, yinsetB$ 的表面的交线. (曲面重合情况在 **RemoveOverlap** 中移除).

1: **function** PrePast($TriangleA$)
2: Let $FaceA.gCSface$ be empty vector of $GluingCloseSurface$, $FaceB.SfacePatch$ be empty vector of $SurfacePatch$.
3: Empty set F, T of $Triangle$.Insert every $Triangle$ in $TriangleA$ into T,
4: Empty set $vecF$ of $Triangle$,Empty vector $boundary$ of $Segment$.
5: $F.insert(T.begin()), T.erase(T.begin())$.
6: **while** T is not empty **do**
7: $tria \leftarrow F.begin(), F.erase(tria)$.
8: $vecF.insert(tria)$.
9: **for** $e \in EdgeInfo[tria]$ **do**
10: $neartri \leftarrow$ **FindNearTriangle**$(e, tria)$.
11: **if** $neartri.inFace$ equal $tria.inFace$ **then**
12: **if** $vecF$ is not contain $neartri$ **then**
13: $F.insert(neartri)$.
14: $T.erase(neartri)$.
15: **end if**
16: **else**
17: $boundary.insert(pair(e, tria))$.
18: **end if**
19: **end for**
20: **if** F is empty **then**
21: **if** $boundary$ is empty **then**
22: $FaceA.gCSface[end] \leftarrow GluingCloseSurface(vecF)$.
23: **else**
24: $FaceA.SfacePatch[end]$ $getsSurfacePatch(vecF, boundary)$.
25: Empty $boundary$.
26: **end if**
27: Empty $vecF$.
28: **if** T is empty **then**
29: $Break$.
30: **end if**
31: $F.insert(T.begin()), T.erase(T.begin())$.
32: **end if**
33: **end while**
34: **end function**

算法 9 选取求交后殷集表面上的曲面

Input : $GluingCloseSurface$ or $SurfacePatch$ $FaceA$,$vector < Triangle >$ $TriangleB$.

Precondition : $TriangleB$ 包含 $YinsetyinsetB$ 的表面上的所有 $TriangleB$.

Output : $FaceA$

Postcondition : 保留 $FaceA$ 中在 $Yinset$ $yinsetB$ 内的曲面片.

```
1: function LOCATE(FaceA, TriangleB)
2:     Name vector < Point > vpa, array < char > vb.
3:     for fa ∈ FaceA do
4:         Select Triangle tria ∈ fa.
5:         Get center of gravity pa of tria.
6:         vpa[end] ← pa.
7:     end for
8:     vb ← LocatePoint(vp, TriangleB)
9:     for b ∈ vb do
10:        if b is 'o' then
11:            FaceA.erase(fa).
12:        end if
13:    end for
14: end function
```

算法 10 判断点与殷集之间的位置关系

Input : $vector < Point > vpa$,$vector < Triangle > \ TriangleB$.

Precondition : $TriangleB$ 包含 $YinsetyinsetB$ 的表面上的所有 $TriangleB$.

Output : $string\ vb$

Postcondition : 当 vb 使用'i','o','b' 分别标记 vpa 中的点在 $yinsetB$ 的内部, 外部和边界上.

function DetachalongBoundary($vecF$)
  for $p \in vpa$ **do**
    Get arbitrary $Linel$ cross p.
    Intersect l with every $Triangle$ in $TriangleB$, Select the closest intersection q.
    if $q == p$ **then**
      $vb[p] \leftarrow' b'$.
      $Break$.
    end if
    $vqp \leftarrow (p-q)/\|p-q\|, normtri \leftarrow 0$.
    if $vecTri$ contains only one $Triangle\ tri$ **then**
      $normtri \leftarrow$ normal vector of tri.
    else
      $smallangle = 1$
      for tri In $vecTri$ **do**
        Project segment pq into the Plane that contains tri get $pjpq$.
        if $pjpq \cap tri - q$ is not empty **then**
          Let $Point\ d$ be arbitrary point in $pjpa - q$.
          $angle \leftarrow \angle pqd$.
        else
          Let $Point\ a, b, c$ be vertex of tri except coincident with q.
          $(angle, d) \leftarrow \min((\angle pqa, a), (\angle pqb, b), (\angle pqc, c))$.
        end if
        if $angle == smallangle$ **then**
          Triangle vector $tris$ add tri and $segs$ add qd.
        end if
        $(smallangle, tris) \leftarrow angle < smallangle\ ?\ (angle, tri), : (smallangle, tris)$.
      end for
      if $tris$ contains only one Triangle tri **then**
        $normtri \leftarrow$ normal vector of tri.
      else
        Get tri in $tris$ such that angle between tri and pqd is smallest.
        $normtri \leftarrow$ normal vector of tri.
      end if
    end if
    $vb[p] \leftarrow dot(vqp, normtri)\ ?\ 'o' : 'i'$.
  end for
  return vb.
end function

算法 11 曲面片之间的粘合算法

Input : $GluingCloseSurface$ 和 $SurfacePatch$ 的集合 $vecF$.

Precondition : $vecF$ 中的曲面片, 交且仅交于 $boundary$ 上.

Output : $GluingCloseSurface\ closeFaceC$.

Postcondition : $closeFaceC$ 中的所有面都是有向曲面, 自相交区域不包含闭合曲线, 且两两之间的交集是 1 维 CW 复形.

```
1: function PAST(vecF)
2:     Set set < int > connectFace, allF, vector < int > pastFace.
3:     Empty set < Segment > pastBoundary.
4:     Insert all index of Face in vecF into allF.
5:     connectFace.insert(allF.begin()), allF.erase(allF.begin()).
6:     while allF is not empty Or connnectF is not empty do
7:         f ← vecF[connectF.begin()], connectF.erase(f).
8:         pastFace.insert(f).
9:         for seg ∈ f.neighbor do
10:            Get Triangle tri in f and contain seg.
11:            neartri ← FindNearTriangle(seg, tri).
12:            if neartri.inFace not in pastFace then
13:                connectFace.insert(neartri.inFace).
14:                allF.erase(neartri.inFace)
15:            end if
16:        end for
17:        if connectF is empty then
18:            closeFaceC[end] ← SurfacePatch(vecF[pastFace]).
19:            Empty pastFace
20:            if allF is empty then
21:                Break.
22:            end if
23:            connectFace.insert(allF.begin()), allF.erase(allF.begin()).
24:        end if
25:    end while
26:    return closeFaceC.
27: end function
```