

2021 年秋季入学硕博连读综合面试报告

谭焱 (张庆海)

浙江大学数学科学学院

April 26, 2021

(个人学习经历)

- ① 高中在湖南师大附中就读时参与数学奥林匹克竞赛.
 - 高二高三两年获得数学竞赛省一等奖.
- ② 研究生课程学分修读情况
 - 已修满硕士学位要求的学分, 并在与我的科研项目相关的部分课程中取得良好成绩.
 - 非线性问题的数学方法 (92), 图形学的新进展 (90) 等.
 - 英语阅读及写作方面
 - 六级 489 分 (阅读 205) 可以流畅阅读英文文献.
 - 通过课程研究生论文写作指导 (92) 打下坚实写作基础.

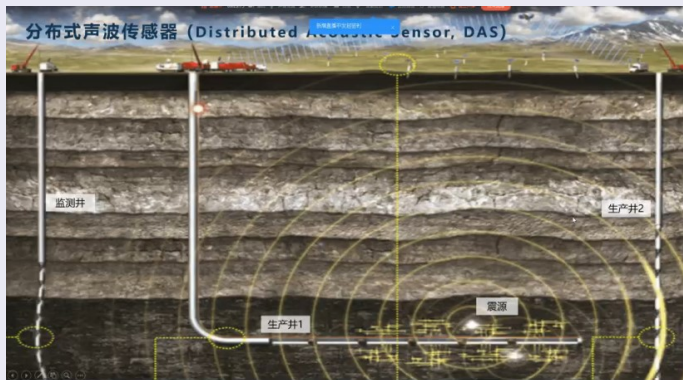
(研究项目参与情况)

- ① 2019 年春学期, 独立完成程序. 实现张老师的论文中的二维空间内殷集上的布尔代数. 为之后的三维空间内殷集之间的布尔代数的研究做好铺垫.
- ② 2020 年秋学期, 在张老师的指导下, 和学长合作研究微地震反问题. 最终得到一个能根据检波器接收到的地震波信号输出合理的震源位置的程序.
- ③ 2021 年春学期, 与学弟分工推进三维殷集的表示, 及通过编程实现在计算机上计算三维殷集之间的布尔运算.

微地震探测反问题研究

- **背景:** 项目的意义和要做的问题.
- **解决过程:** 切分问题, 分步实现.
- **实现结果:** 对真实数据计算结果图和总结.

(背景及意义)



- 微地震通常是由于地质勘探或者一些开采活动导致地下裂缝错位, 从而形成的低频率弹性波. [吴 91]
- 作为一种人为产生的地震, 其产生的信号经常出现于石油天然气工程作业. 近些年来, 国际上众多的研究机构与微震公司已经证明了微地震监测方法在油气田规划与开发方面的指导意义.

(要解决的问题)

- **输入:**
 - 监测井附近的地质信息
 - 每个检波器收到的地震波信号的时间和检波器的位置.
- **输出:**
 - 接收到的微地震信号对应的震源位置.

(问题的难点)

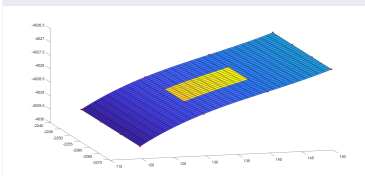
- ① 地震波在不同传播速度的地层中传播不是沿直线传播.
- ② 因为微地震的震级小的原因, 通常只有部分检波器能接收到合理的地震波到时信息.

(将总的问题切分为几部分)

- ① 从已有的地层信息建立分片函数拟合两个相邻地层之间的界面.
- ② 求解地震波从假设震源到每个检波器的传播路径.
- ③ 根据每个检波器的真实接受地震波的相对到时和理论值建立残差方程.
- ④ 对残差方程近似求解得到使残差值最小的震源位置.

(拟合地震波发生折射的界面)

- **输入:** 标记相邻地层分界面的点集.
- **输出:** 表示相邻地层分界面的分片曲面



- 如图所示, 其上的红色点是输入的点集. 选取 12 个点建立 12 个方程.
- 方程组最小二乘拟合得到三维坐标的 z 值关于 x, y 二元三次函数 (图中蓝色部分),
- 限制函数的定义域得到一片区域上的地层分界面拟合 (黄色区域).

(地震波传播路径求解)

- **输入:** 地质模型, 检波器和假设震源的坐标.
- **输出:** 地震波从震源传播到检波器的路径.

Definition (Fermat's principle)

光传播的路径是光程取极值的路径.

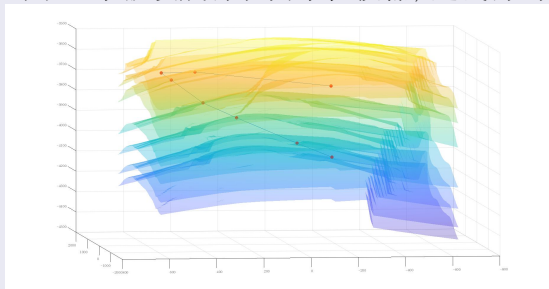
(转化为数学问题)

- 不妨设起始点和终点分别为 $(x_0, y_0, z_0), (x_1, y_1, z_1)$, 两个地层中地震波传播速度为 v_0, v_1 . 传播时间函数 $f(x, y)$ 如下定义

$$f(x, y) = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z(x, y) - z_0)^2} / v_0 + \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z(x, y) - z_1)^2} / v_1. \quad (2.1)$$

(牛顿迭代求解)

- 对 f 求导的牛顿迭代法计算得到使得地震波传播时间最短的折射点.
- 对于多个地层多个折射点的情况, 固定其他折射点, 每次迭代求解一个折射点. 循环多次得到所有的折射点位置使得地震波传播时间最短的路径.
- 对于一个假设震源和两个检波器, 迭代得到的传播路径如下图



(残差方程组)

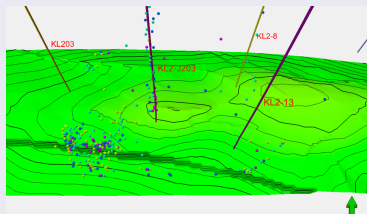
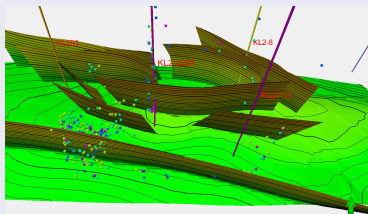
- 当震源和检波器位置确定时, 定义地震波传播路径的长度 D_i , 结合已有的各个地层中地震波传播速度计算可得传播时间 T_i .
- 现实中接收到地震波信号的时间不妨设为 T'_i .
- 定义残差方程组如下

$$\text{Res}_{ij} = D_i * D_j \left(\frac{1}{T_j} - \frac{1}{T_i} \right) + \frac{D_i * D_j}{T_i * T_j} ((T_i - T_j) - (T'_i - T'_j)). \quad (2.2)$$

(残差方程组求解)

- ① 求解残差方程组第一种方法是对残差关于震源坐标的函数迭代求解. 当接收到地震波信号的检波器数量较多时, 可以采取这个方法.
 - 将关于震源坐标求导的过程转化为差分形式.
 - 在迭代过程中加入模拟退火等防止陷入局部解的方法.
- ② 当接受到地震波信号的检波器数量过少时, 我们使用检索的方式.
 - 预先在监测井附近的空间上均匀选取样本点. 计算每个样本点作为震源时所有检波器接收到地震波信号的理论时间.
 - 当实际接收到地震波信号时, 使用预先计算好的理论到时计算每个样本点关于实际接收信号的到时的残差值, 输出使得残差较小的样本点集合.
 - 根据微地震形成原理, 一般发生在地层断层附近, 筛选输出的样本点.

(几个月的实际数据计算结果)



- 两幅图中都可以看出微地震多发生在断层附近.
- 由于对于一条直线上的检波器, 以该直线为中心的圆周上的地震事件, 检波器接收的地震波信号几乎一样, 所以能在输出的震源中看出圆弧形.

三维殷集模型和殷集上的布尔代数

- **背景:** 需要解决的问题, 和问题的意义.
- **模型实现:** 推导理论的同时, 将数学结构使用数据结构实现.
- **部分结果:** 部分测试结果.

(背景与意义 [ZL20])

- 均匀连续的有物理意义的区域是普遍存在的, 对其建模在无数科学和工程应用中具有重要意义.
- 在多相流领域中, 一直在避免对流体建模. 但是随着多相流研究的迅速发展, 需要建立这样一个流体模型, 以便对复杂的现象, 如涉及流体拓扑变化的现象, 进行严格的研究.
- 为了回答建模空间上的问题, 在建模空间中执行的操作必不可少. 我们实现的操作是在有任意拓扑复形结构的物理区域上的布尔运算.

(建模)

- 定义三维殷集 Y 表示三维空间中有物理意义的区域.

Definition

一个殷集 $Y \subset \mathbb{R}^3$ 是一个边界有界的规则半解析开集. 所有的这样的殷集集合构成殷集空间 \mathbb{Y} .

Corollary

殷集边界 ∂Y 上的点 p 满足, 对点 p 充分小的邻域 $N(p)$,

- $\partial Y \cap N(p)$ 是有限个广义圆盘的并集.
- 上一条中的圆盘仅在有限条广义半径相交, 广义半径端点都在 $N(p)$ 上, 且两两之间仅相交于点 p .
- 半径将圆盘切分为广义扇形的集合, $N(p) - \partial Y$ 被 ∂Y 划分为有限个不相交的规则开集. 对于两个有扇形作为公共边界的开集, 其中一个属于殷集内部, 另一个属于外部.

(曲面片)

为了使用计算机计算殷集上的布尔运算, 需要建立数据结构保存殷集的空间结构.

- 由推论中殷集边界上的点的性质可知, 主要关注 $N(p) \cap \partial Y$ 超过一个圆盘的点 p .
- 所以使用曲面片作为表示殷集边界的基本元, 曲面片内部点是邻域只包含一个圆盘的平凡情况, 而边界是所有奇异点.

结合如下推论

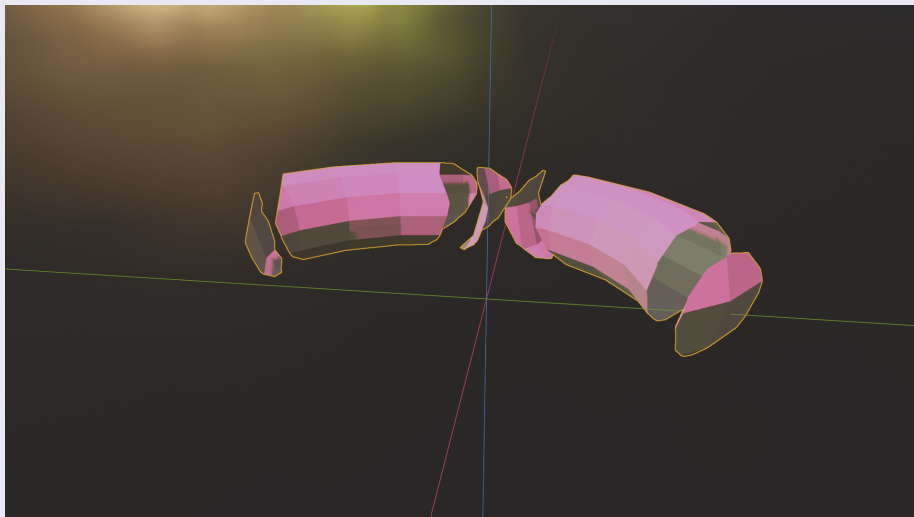
Corollary

三维空间中的殷集 Y 满足

- ∂Y 包含有限个孤立奇异点.
- ∂Y 中的非孤立奇异点构成一个紧的一维 CW 复形.

所以在忽略所有孤立奇异点的情况下, 曲面片的边界是一维曲线的集合.

(曲面片)



(黏合紧曲面)

为了唯一表示殷集边界, 我们引入黏合紧曲面的定义.

Definition

黏合紧曲面是一个二维连通紧流形或这种流形的一个商空间, 其商映射将多个与一维 CW 复形同胚的子集粘在一起; 将这个一维子集删除后该黏合紧曲面仍然是连通的. 并且不存在两个黏合紧曲面, 它们将多个一维 CW 复形同胚的子集粘起来的商空间同胚于该黏合紧曲面.

并且证明了

Theorem

∂Y 同胚于将一个集合中的黏合紧曲面沿着同胚于一维 CW 复形的子集粘起来的结果.

(黏合紧曲面)

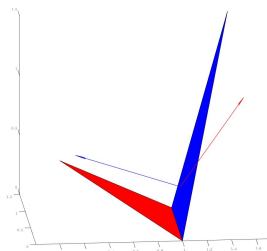
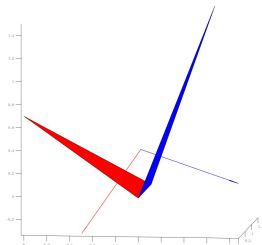
上述定理说明 ∂Y 可以通过黏合紧曲面的集合表示, 因为黏合紧曲面定义中不能是两个黏合紧曲面的粘合结果. 黏合紧曲面表示 ∂Y 是唯一的. 又因为殷集和殷集边界一一对应, 所以黏合紧曲面的集合唯一表示殷集 Y .

(从曲面片到黏合紧曲面)

从黏合紧曲面的定义出发, 总结两条粘合准则

- 对每张曲面片的每条边界, 若曲面片包含边界点的邻域内两个或更多广义扇形. 选取是好配对的两个扇形粘合起来.
- 对好配对如下定义, 不妨令边界为一条线段 seg , 广义扇形是以 seg 为边的三角形. 两个三角形是好配对的当且仅当其中一个三角形固定 seg 按三角形法线反方向旋转第一个重合的是另一个三角形.

(好配对)



(布尔运算的实现)

- ① **求反运算:** 转换曲面片的法向量方向, 重新粘合曲面片 (改变方向时好配对会变化).
- ② **求交运算:** 移除不在另一个殷集内部的曲面片, 然后粘合剩余的曲面片.
- ③ **求并运算:** 分别求反后求交, 再求反得并集.

海洋内波的理论、模型与计算.

(原理 [王 19])





- 盐度与温度在垂直方向上的差异造成海水的密度分层现象.
- 当内部扰动或外部影响造成等密面波动的现象被称为海洋内波.
- 海洋内波在全球范围普遍存在, 并且在海峡入海口等密度分层现象长时间存在的区域会有频繁的内波活动.

(首次研究 [MVD11])

- V. W. Ekman 是第一个详细研究死水现象起源的研究者. 他博士时期相关工作的动机来自挪威北极探险家的记录良好的报告. Fridtjof Nansen 1893 年在 "Nordenskiöld" 群岛附近遭遇了这种现象.
- 他通过使用不同类型的船在双层流体上演化, 对这一现象的几个方面进行了描述.

(意义 [王 19])

- 潜艇湍流尾迹的海洋表面特征等内波现象的研究, 用于潜艇追踪和隐身.
- 还能直接应用于内波对各种海洋结构物和部件 (平台、立管、锚链等) 的作用力计算, 是进一步分析海洋结构物的响应、强度和疲劳的前提和基础. 对于我国的海洋工程尤其是深海油气资源的开发具有重要的意义

-  M. J. Mercier, R. Vasseur, and T. Dauxois, Resurrecting dead-water phenomenon, *Nonlinear Processes in Geophysics* 18 (2011), no. 2, 193–208.
-  Q. Zhang and Z. Li, Boolean algebra of two-dimensional continua with arbitrarily complex topology, *Mathematics of Computation* 89 (2020), no. 325, 2333–2364.
-  吴光琳, 声发射技术在岩石力学领域中的应用, *探矿工程 (岩土钻掘工程)* 000 (1991), no. 004, 1–3.
-  王展, 非线性海洋内波的理论、模型与计算, *力学学报* 51 (2019), no. 6, 1589–1604.

感谢老师们的倾听!