

## 2022 年硕博连读综合面试报告

谭焱

专业：计算数学

硕士导师：王何宇  
申请博士导师：张庆海

浙江大学数学科学学院

November 10, 2021

# 目录

- ① 个人基本情况介绍
- ② 研究生项目详细介绍
  - 微地震的反问题
  - 三维殷集和布尔运算
  - CubicMars 方法追踪拓扑变化
- ③ 博士阶段的研究计划

# 学习情况

## ① 研究生课程

- 已修满硕士学位要求的学分, 在与科研项目相关的课程中取得良好成绩.
  - 非线性问题的数学方法 (92), 图形学的新进展 (90) 等.
- 英语阅读及写作方面
  - 六级 489 分 (阅读 205) 可以流畅阅读英文文献.
  - 通过课程研究生论文写作指导 (92) 打下坚实写作基础.

## ② 编程学习

- 熟悉 Cpp14 之前的大部分特性, 使用 Cpp 完成张庆海老师多个项目.
- 流畅阅读 Fortran, Python, Shell 等语言的代码和使用 make 等工具.
- 独立 AC LeetCode 中 200+ 道 Hard 题, 能运用常见数据结构和高效算法.

## 研究项目参与情况

- ① 2019 年春学期, 独立完成程序. 实现张老师的论文 (MATH COMPUT, 2020) 中的二维空间内殷集上的布尔代数. 为之后的三维空间内殷集之间的布尔代数的研究做好铺垫.

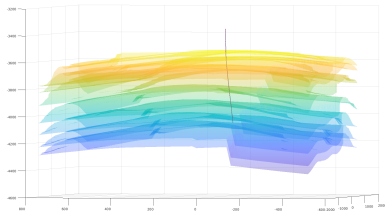
BOOLEAN ALGEBRA OF TWO-DIMENSIONAL CONTINUA  
WITH ARBITRARILY COMPLEX TOPOLOGY

QINGHAI ZHANG AND ZHIXUAN LI

- ② 2020 年秋学期, 和学长合作完成项目微地震反问题. 最终得到一个能根据检波器接收到的地震波信号输出合理的震源位置的程序.
- ③ 2021 年春学期, 与学弟分工推进三维殷集的表示, 及通过编程实现在计算机上计算三维殷集之间的布尔运算.
- ④ 2021 年秋学期, 尝试使用 matlab 在张老师提出的 CubicMars 方法追踪动边界的过程中加入高精度追踪拓扑变化的时间点和发生位置.

## 背景

- 微地震通常是由于地质勘探或者一些开采活动导致地下裂缝错位, 从而形成的低频率弹性波.
- 作为一种人为产生的地震, 其产生的信号经常出现于石油天然气工程作业. 近些年来, 国际上众多的研究机构与微震公司已经证明了微地震监测方法在油气田规划与开发方面的指导意义.



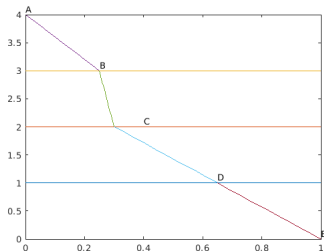
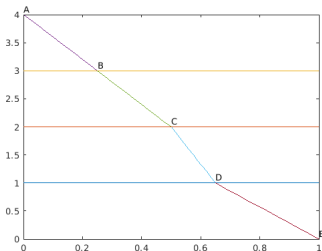
- 因为地质结构的复杂, 地震波非直线传播, 并且微地震常发生于地下深处, 检波器获取的信息少, 高精度反演非常困难.

## 解决思路

- 因为检波器获取的到时是地震波最早到时, 计算假设震源到检波器的最短时间, 得到超定方程组.

$$V^l S^k - V^k S^l - V^l V^k (t^l - t^k) = 0, \quad l \neq k. \quad (2.1)$$

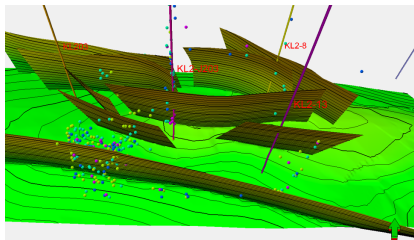
- 采用多轮循环迭代的方式计算震源到检波器的时间. 如下图处理二维情况



## 反思与学习

- 计算时间的迭代可能因为地层复杂结构和断层的存在出现局部解.(加入模拟退火等随机因素)
- 震源位置的迭代会因为检波器过于集中在监测井这条线上导致无法正确得到  $xy$  坐标.(输出多个疑似震源)

当使用数学到工程实际中时,有时无法得到充分的已知条件从而不能给出准确的标准答案,及时的沟通修改契约.



## 研究背景

- 流体建模相关研究少, 数学模型和计算机算法都设计成避免在数值模拟时对流体进行几何建模.

- ① VOF 方法中使用各个单元的体积分数重建边界.
- ② FT 方法追踪边界上的示踪点, 按顺序连接得到边界.
- ③ LS 方法求解隐式函数得边界.

这些方法舍弃了界面上的拓扑信息, 几何问题转化为求解微分方程. 过去几十年这些方法取得了大量的成果.

- 现在想在复杂拓扑区域上进行数值模拟.
- 但是这些方法避免了几何建模使得很难严格地处理拓扑变化.
- 张老师 2020 年的论文中建立了一种流体建模的理论基础, 在二维空间中提出了数学模型点集来表示任意有物理意义的区域.



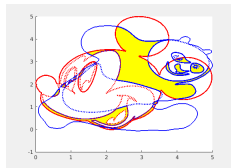
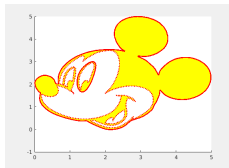
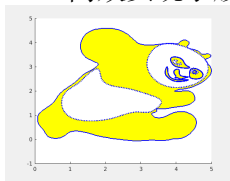
## 二维殷集

- 二维空间中, 任一个殷集可以唯一表示为

$$\mathcal{Y} = \cup_j^{\perp\perp} \cap_i \text{int}(\gamma_{j,i}),$$

Jordan Curve  $\gamma_{j,i}$  是  $\mathcal{Y}$  内第  $j$  个连通分量的第  $i$  条边.

- 高效实现了殷集上的布尔运算.



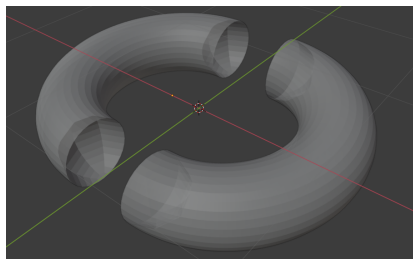
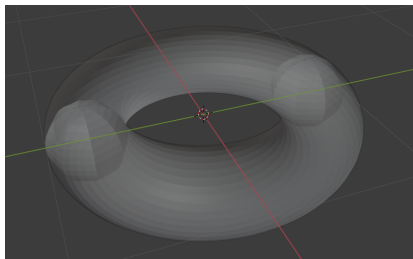
## 三维殷集的表达

- 三维殷集: 三维空间中边界有界的正则半解析开集. 所有三维殷集构成的集合被称为殷空间, 记为  $\mathbb{Y}$ .
- 任一个殷集  $\mathcal{Y} \in \mathbb{Y}$  可以唯一表示为

$$\mathcal{Y} = \cup_j^{\perp\perp} \cap_i \text{int}(\Gamma_{j,i}),$$

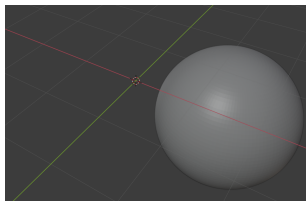
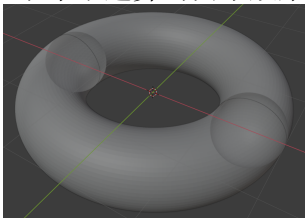
黏合紧曲面  $\Gamma_{j,i}$  是  $\mathcal{Y}$  的第  $j$  个连通分量的第  $i$  个边界.

- 黏合紧曲面是互相之间没有恰当交的闭合有向曲面.

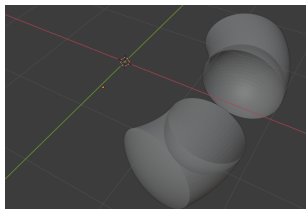
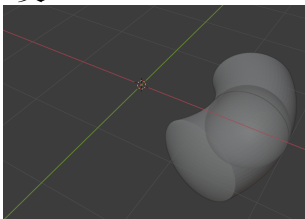


# 布尔代数

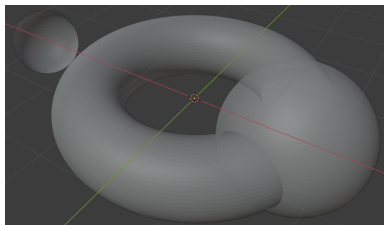
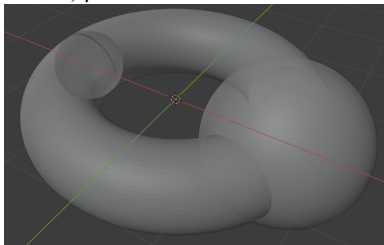
- 求布尔运算的两个点集



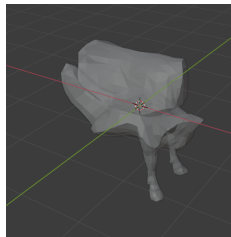
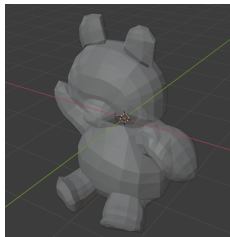
- 交



- 并



- 复杂几何结构



## 三维殷集建模的意义

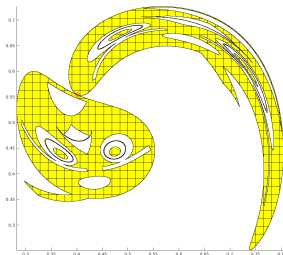
- 殷集对流体建模可以根据需要提高边界拟合精度.
- 殷集的表示方法可以同时保留边界上的非流形点, 比如相切的边界.
- 通过殷集表示可以直接得到殷集闭包的 Betti 数  $B_0, B_2$  并期望可以得到  $B_1$ .
- 期望提供一套像实体建模一样的通用有效的流体建模理论体系, 用于多相流研究。

## 研究背景

- 多相流的研究在军事国防, 医学仿生, 核能工业, 海洋工程, 国民经济等许多重大领域中都占有举足轻重的地位; 而界面追踪问题是多相流数值计算中最基本的子问题之一. 其重要性体现在
  - ① 界面追踪不可避免的影响到流相计算精度.
  - ② 在表面张力不可忽略的多相流问题中, 界面追踪准确性低会导致数值模拟结果脱离物理实际.
- 主流的 VOF 方法, FT 方法, LS 方法在过去都取得了巨大成功, 但是随着多相流研究的进展, 这些方法逐渐捉襟见肘.
- 张老师 18 年提出的 CubicMars 方法是一套普适理论用于对界面追踪问题的分析, 是时空一致四阶以上精度的界面追踪方法.

## 工作的方向

- 在 CubicMars 方法的基础上，结合二维殷集，增添对拓扑变化的处理.
- 需要在有拓扑变化的流相追踪过程中保持计算精度.
- 期望同样能高精度捕捉流相拓扑变化的时间点和位置.



## 计划的博士研究项目

- 潜艇湍流尾迹的海洋表面特征等内波现象的研究, 用于潜艇追踪和隐身. (军科委基础加强重点项目).

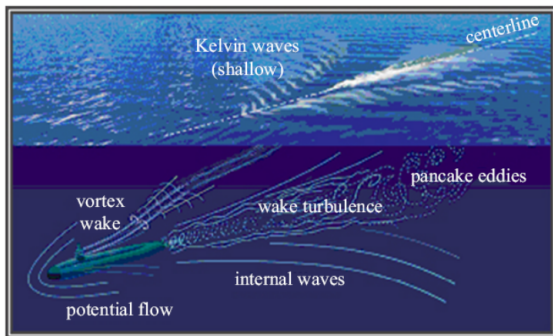


Figure: 水下潜艇产生的各种尾迹示意图, 包括开尔文尾迹, 内波, 湍流尾迹, 涡尾迹, 煎饼旋涡.



请各位老师批评指针！