

Chapter 1

Homework3 21935004 谭焱

1.1 2

1.1.1 准确解

$$u(x, t) = e^{-at} f(x + t)$$

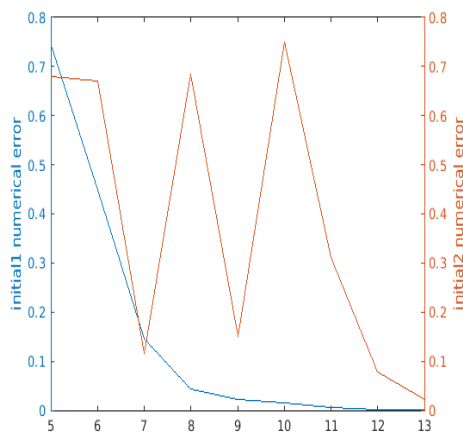
1.1.2 Leap-Frog

$$h = 2\pi/2^p, p \in [5, 13], k = h/2, T = 2\pi/10,$$

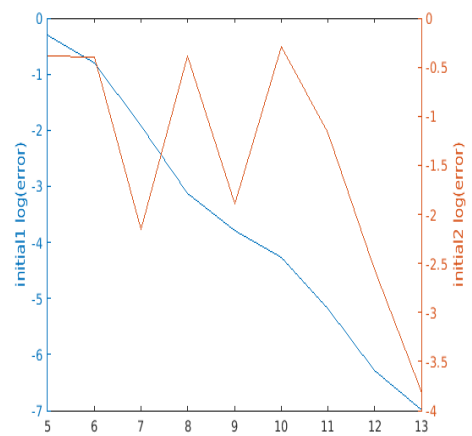
对于初值 $f = \sin x + \sin(10 * x)$, $f = \sin x + \sin(100 * x)$ 数值计算误差如下表和图.

h	1/32	1/64	1/128	1/256	1/512	1/1024	1/2048	1/5096	1/10192
error1	0.74	0.45	0.15	4.4×10^{-2}	2.3×10^{-2}	1.4×10^{-2}	5.6×10^{-3}	1.9×10^{-3}	9.3×10^{-4}
error2	0.68	0.67	0.12	0.68	0.15	0.75	0.31	7.7×10^{-2}	2.2×10^{-2}

表 1.1: 两种初值情况下计算到 $t_n = 2\pi/10$ 时的 L2 误差



(a) error



(b) log(error)

由图表可发现, 收敛精度为一阶, 且当初值条件震动频率高时需要更细的网格使得计算误差达到可接受范围,

1.1.3 CFL condition

取 $k = 1.1h$ 不满足 CFL condition 计算数值结果, $h = 1/2048$ 在两种初值条件下, $t_n = T$ 时的误差 L2 范数分别为 1.54×10^{14} , 1.63×10^{15} . 见 LeapFrogPeriodTest1.m 中计算结果 CFLError1, CFLError2. 由 explosion 的误差可知不满足 CFL condition 时结果不会收敛.