

# Chapter 1

## 微分方程数值解第一次作业解答

文档当 make answer math design 后都会生成在 tex/目录中,make run 可执行文件在 exc2/src 中,make test 测试可执行文件在 exc2/test, 输入文件在 input/中.

### 1.1 第一题

已知二重网格求解的方程为

$$TG \begin{bmatrix} \mathbf{w}_k \\ \mathbf{w}_{k'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_k^{\nu_1+\nu_2} s_k & \lambda_k^{\nu_1} \lambda_{k'}^{\nu_2} s_k \\ \lambda_{k'}^{\nu_1} \lambda_k^{\nu_2} c_k & \lambda_{k'}^{\nu_1+\nu_2} c_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_k \\ \mathbf{w}_{k'} \end{bmatrix} =: \begin{bmatrix} c1 & c2 \\ c3 & c4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_k \\ \mathbf{w}_{k'} \end{bmatrix} \quad 1 \leq k \leq n/2 \quad (1.1)$$

其中  $k' = n - k$  因为使用的是加权 Jacobi 松弛, 所以  $\lambda_k = 1 - 2w \sin(\frac{k\pi}{2n})$ . 结合  $s_k = \sin^2(\frac{\pi k}{2n})$ ,  $c_k = \cos^2(\frac{\pi k}{2n})$ . 可画出 damping coefficient  $c1, c2, c3, c4$  与  $k$  之间的如下图像 1.1(exc1/ 中的 matlab 程序运行即可画出此图).

### 1.2 第二题

exc2 中为程序,src/中是源码,test/包含测试程序,input/包含输入文件. 若要自定义输入文件, 需要参考 input/allinput.txt 和其包含的文件的示范文件 exampleinput.txt. 目前没有增加忽略注释功能需要去除所有注释.

### 1.3 第三题

根目录 make run 会运行  $u(x) = \exp(\sin(x))$  当  $n = 128, 256, 512, 1024$  的 V-cycle 迭代结果, 每步都输出  $e, r$  的无穷范数和收敛速率.

### 1.4 第四题

不能收敛到  $2.2 \times 10^{-22}$ , make run4 将会输入 input/allinput4.txt 将停止条件设为  $2.2 \times 10^{-22}$ , 迭代 50 次或更多都不能达到停止条件.

### 1.5 第五题

使用  $u(x) = \sin(x)$ , 是一个边界为 0 的边界条件, 并且在 make run 和 make run4 中已经同时进行运算输出了.

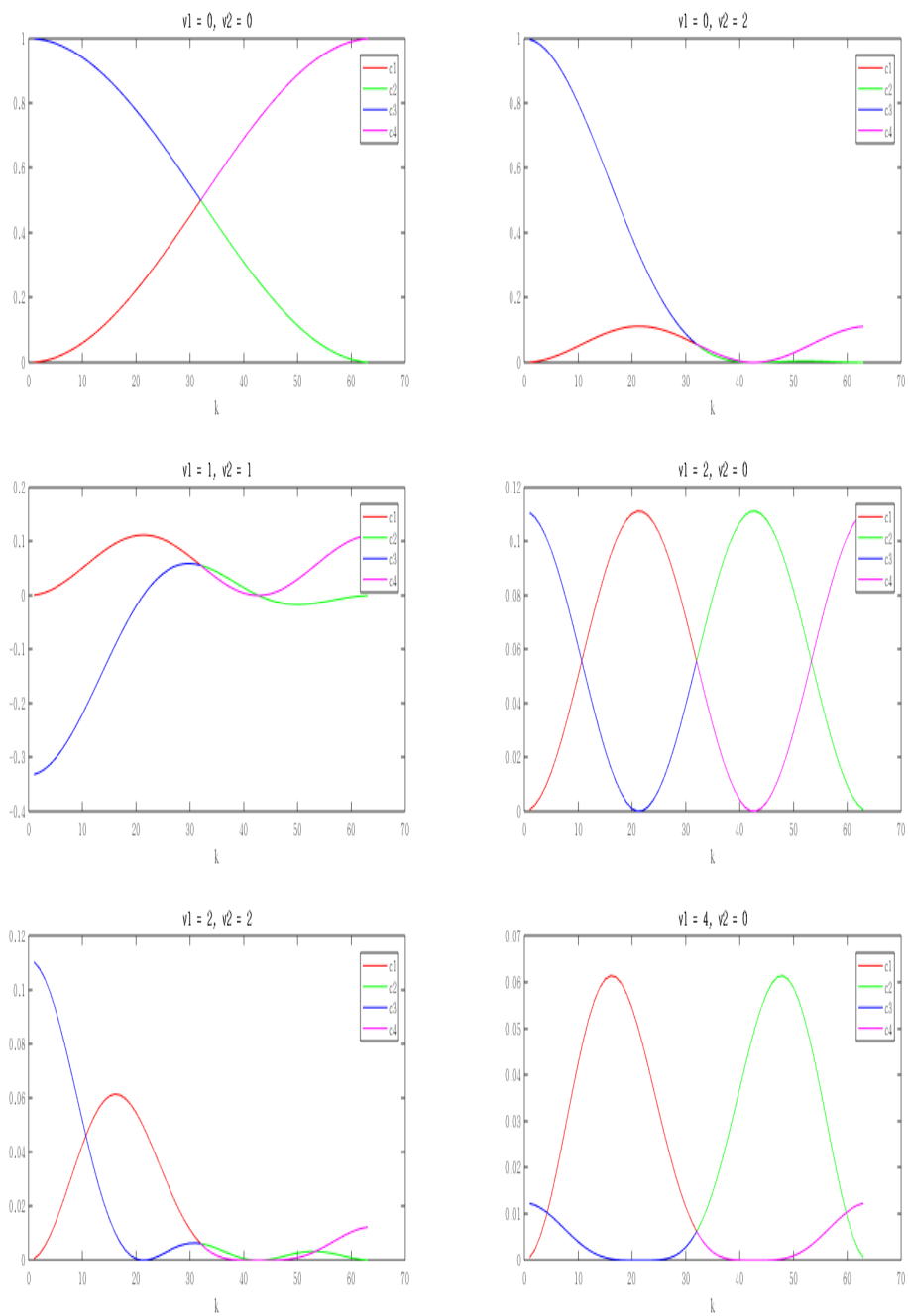


图 1.1: damping coefficient 在不同  $\nu$  的条件下关于  $k$  的函数图像