

Самостоятельная работа

Вариант 5

1. Формулировка проблемы

Трое рабочих W_1, W_2, W_3 должны выполнить пять работ J_1, J_2, J_3, J_4, J_5 . Уровень подготовки и опыт работы у рабочих разный. Время выполнения конкретной работы в часах у каждого работника приводится в табл.

Время выполнения работы					
	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5
W_1	5	1	9	4	9
W_2	4	3	8	3	8
W_3	7	5	6	4	7

Каждая работа выполняется рабочим без прерывания. Требуется распределить и выполнить все работы так, чтобы время загрузки всех рабочих было равномерным. Предложите несколько вариантов моделирования равномерной загруженности рабочих (с помощью линейной и квадратичной целевых функций). Найдите оптимальное решение для разных моделей.

2. Математическая модель с линейной целевой функцией

Переменные:

- x_{ij} - бинарная переменная, равная 1, если работа j поручена рабочему i , и 0 в противном случае.

Целевая функция:

Минимизировать максимальную суммарную нагрузку рабочих:

$$\text{Minimize } Z = \max\{W_1, W_2, W_3\}$$

где

$$W_i = \sum_j a_{ij} * x_{ij}, i \in \{1,2,3\}, j \in \{1,2,3,4,5\}$$

a_{ij} — время выполнения работы j рабочим i

Ограничения:

1. Каждая работа должна быть выполнена ровно одним рабочим:

$$\sum_i x_{ij} = 1, \text{ для всех } j$$

Шибко Татьяна, 4 курс 12 группа

2. Бинарность переменных:

$$x_{ij} \in \{0, 1\}$$

3. Математическая модель с квадратичной целевой функцией

Переменные:

- x_{ij} - бинарная переменная, равная 1, если работа j поручена рабочему i , и 0 в противном случае.

Целевая функция:

Минимизировать сумму квадратов отклонений нагрузок рабочих от среднего:

$$\text{Minimize } Z = \sum_i (W_i - W_{avr})^2$$

где

$$W_i = \sum_j a_{ij} * x_{ij}, i \in \{1,2,3\}, j \in \{1,2,3,4,5\}$$

a_{ij} - время выполнения работы j рабочим i .

$W_{avr} = \frac{W_1 + W_2 + W_3}{3}$ - средняя нагрузка рабочих.

Ограничения:

1. Каждая работа должна быть выполнена ровно одним рабочим:

$$\sum_i x_{ij} = 1, \text{ для всех } j$$

2. Бинарность переменных:

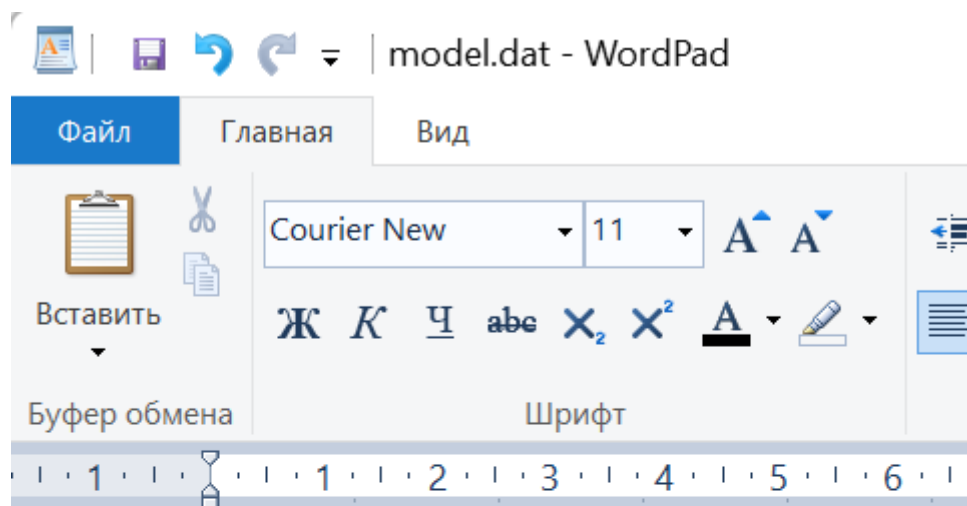
$$x_{ij} \in \{0, 1\}$$

Итоговая модель

3. Реализация на `AMPL`

model.dat

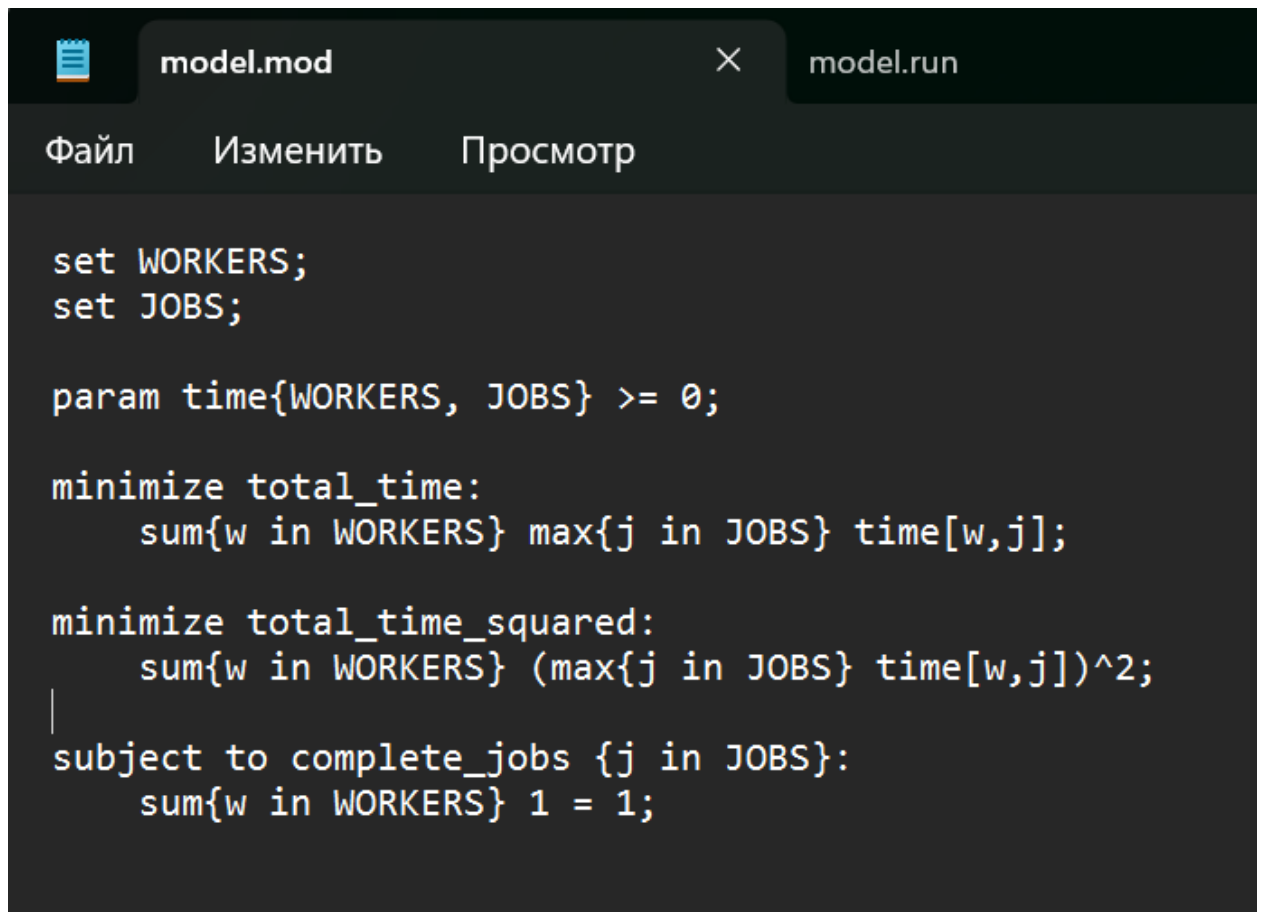
Шибко Татьяна, 4 курс 12 группа



```
set WORKERS := W1 W2 W3;
set JOBS := J1 J2 J3 J4 J5;

param time:
    J1 J2 J3 J4 J5 :=
W1    5 1 9 4 9
W2    4 3 8 3 8
W3    7 5 6 4 7;
```

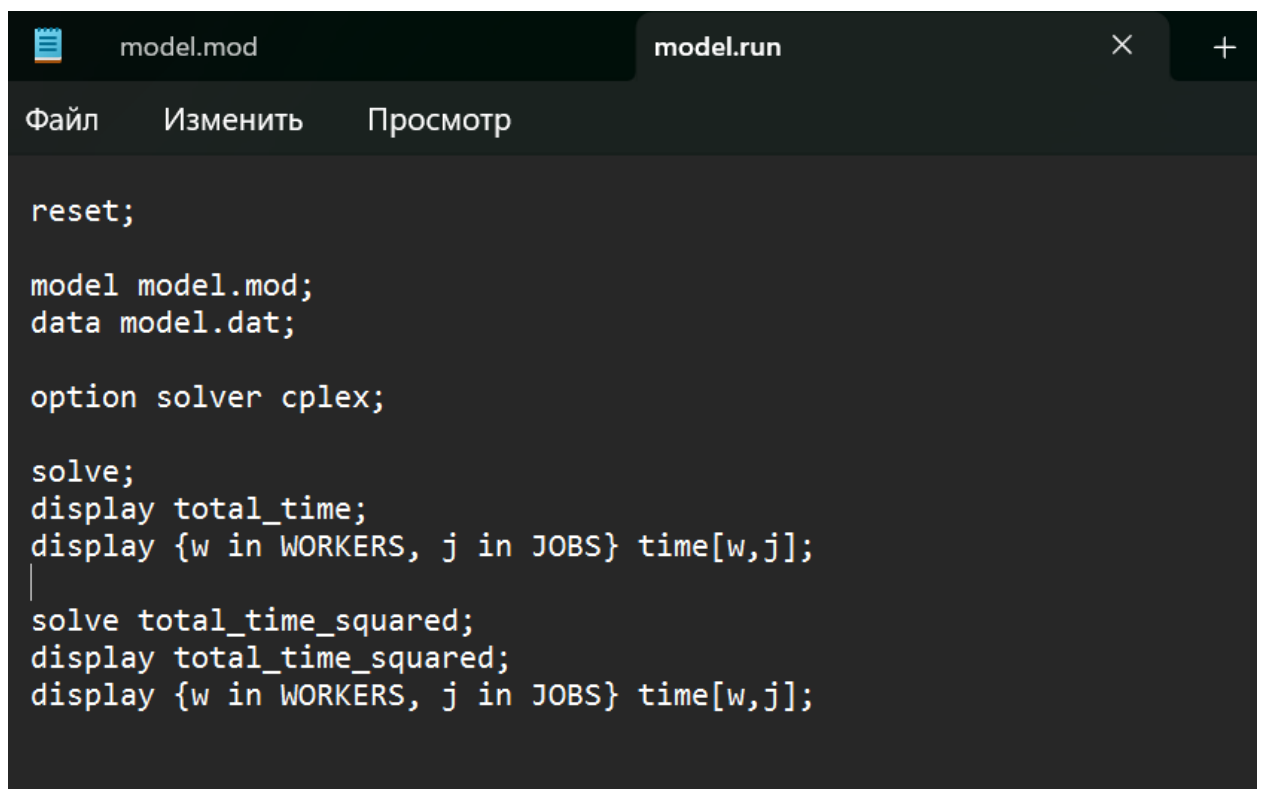
model.mod



The screenshot shows a code editor with two tabs: 'model.mod' (active) and 'model.run'. The editor has a menu bar with 'Файл', 'Изменить', and 'Просмотр'. The code in 'model.mod' is as follows:

```
set WORKERS;  
set JOBS;  
  
param time{WORKERS, JOBS} >= 0;  
  
minimize total_time:  
    sum{w in WORKERS} max{j in JOBS} time[w,j];  
  
minimize total_time_squared:  
    sum{w in WORKERS} (max{j in JOBS} time[w,j])^2;  
|  
subject to complete_jobs {j in JOBS}:  
    sum{w in WORKERS} 1 = 1;
```

model.run



The screenshot shows a code editor with two tabs: 'model.mod' and 'model.run' (active). The editor has a menu bar with 'Файл', 'Изменить', and 'Просмотр'. The code in 'model.run' is as follows:

```
reset;  
  
model model.mod;  
data model.dat;  
  
option solver cplex;  
  
solve;  
display total_time;  
display {w in WORKERS, j in JOBS} time[w,j];  
|  
solve total_time_squared;  
display total_time_squared;  
display {w in WORKERS, j in JOBS} time[w,j];
```

4. Результат

Шибко Татьяна, 4 курс 12 группа

```
C:\Windows\System32\cmd.exe - ampl
ampl: include model.run;
CPLEX 22.1.1: infeasible problem
0 simplex iterations

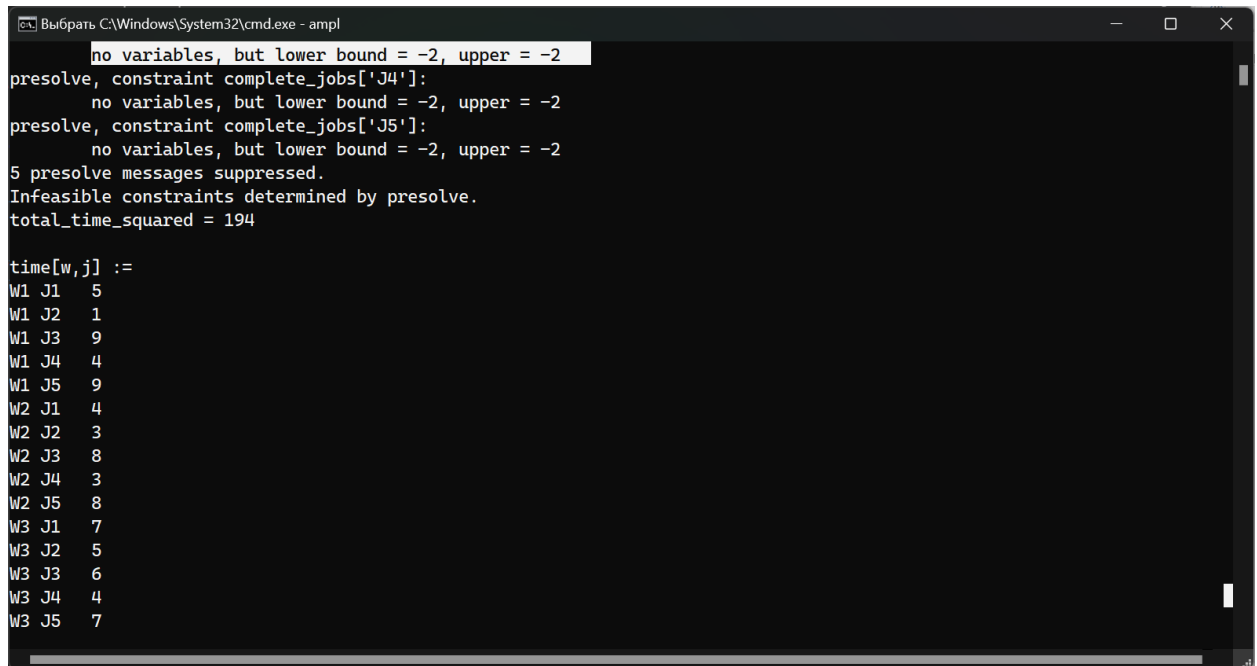
suffix dunbdt OUT;
Optimal job assignment:
Total work time: 0
ampl: include model.run;
presolve, constraint complete_jobs['J1']:
    no variables, but lower bound = -2, upper = -2
presolve, constraint complete_jobs['J2']:
    no variables, but lower bound = -2, upper = -2
presolve, constraint complete_jobs['J3']:
    no variables, but lower bound = -2, upper = -2
presolve, constraint complete_jobs['J4']:
    no variables, but lower bound = -2, upper = -2
presolve, constraint complete_jobs['J5']:
    no variables, but lower bound = -2, upper = -2
5 presolve messages suppressed.
Infeasible constraints determined by presolve.
total_time = 24

time[w,j] :=
W1 J1  5
W1 J2  1
```

```
C:\Windows\System32\cmd.exe - ampl

time[w,j] :=
W1 J1  5
W1 J2  1
W1 J3  9
W1 J4  4
W1 J5  9
W2 J1  4
W2 J2  3
W2 J3  8
W2 J4  3
W2 J5  8
W3 J1  7
W3 J2  5
W3 J3  6
W3 J4  4
W3 J5  7
;

presolve, constraint complete_jobs['J1']:
    no variables, but lower bound = -2, upper = -2
presolve, constraint complete_jobs['J2']:
    no variables, but lower bound = -2, upper = -2
presolve, constraint complete_jobs['J3']:
    no variables, but lower bound = -2, upper = -2
```

A screenshot of a Windows command prompt window titled "Выбрать C:\Windows\System32\cmd.exe - ampl". The window displays the output of an AMPL solver. The first part of the output shows presolve messages for constraints 'J4' and 'J5', both indicating "no variables, but lower bound = -2, upper = -2". This is followed by the message "5 presolve messages suppressed." and "Infeasible constraints determined by presolve." The solver then reports "total_time_squared = 194". Below this, a table of values for "time[w,j]" is shown, with rows for jobs J1 through J5 and columns for workers W1, W2, and W3.

```
no variables, but lower bound = -2, upper = -2
presolve, constraint complete_jobs['J4']:
  no variables, but lower bound = -2, upper = -2
presolve, constraint complete_jobs['J5']:
  no variables, but lower bound = -2, upper = -2
5 presolve messages suppressed.
Infeasible constraints determined by presolve.
total_time_squared = 194

time[w,j] :=
W1 J1  5
W1 J2  1
W1 J3  9
W1 J4  4
W1 J5  9
W2 J1  4
W2 J2  3
W2 J3  8
W2 J4  3
W2 J5  8
W3 J1  7
W3 J2  5
W3 J3  6
W3 J4  4
W3 J5  7
```

Выводы:

1. Первый запуск модели с линейной целевой функцией (`total_time`) показывает, что задача является неразрешимой (`infeasible`). Это означает, что не существует решения, которое удовлетворяет всем ограничениям.
2. Второй запуск модели с квадратичной целевой функцией (`total_time_squared`) также показывает, что задача является неразрешимой. Преобразование целевой функции не помогло найти решение.
3. Дальнейший анализ вывода показывает, что ограничение `complete_jobs` для каждой работы (J1-J5) имеет некорректные параметры (нижняя граница -2, верхняя -2). Это может быть причиной неразрешимости задачи.

Вариант 21