

2019（第二十届）杭州电子科技大学数学建模竞赛题目

（请先阅读“2019 杭电数学建模竞赛论文格式规范”）

A 题： 储水式电热水器的温度设定问题

储水式电热水器在我国家庭中广泛使用，主要用来提供家庭洗澡所用热水。热水器结构主要包括：保温桶体（常见的有 50L、60L、80L 等）、加热管、温度设定装置以及进、出水口等，结构如下图所示（结构示意图来源于网络，仅供参考）

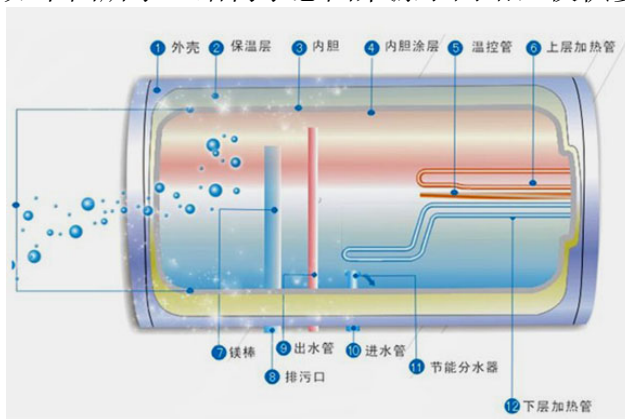


图 1 储水式电热水器内部结构示意图

热水器工作过程如下：开启电源开关，并设定温度进行加热，直至水温达到设定温度后停止加热，而当水温降至所设定温度以下 5 度时，热水器将重新开始加热，如此往复，实现恒定提供热水的作用。

现杭州市有一用户家庭，安装了某一品牌 60L 储水式电热水器，其电热水器额定功率 1500 (W)，电压 220 (V)，频率 50 (HZ)，设定温度范围 30-75 (°C)，机器尺寸 842 * 400 * 400mm；一级能效等级，其热水器外表散热面积 1.08 (m^2)，热水器壁体平均传热系数 0.879 ($W/^\circ C \cdot m^2$)。假设电热水器在用水时段采取恒流恒温方式，在混水管上装有恒温阀，用混水管提供热水，即用水期间因恒温阀有恒温功能，在保持出水流量不变的同时，也保持出水温度不变；出水流量为 8 ($10^{-5} m^3 \cdot s^{-1}$)，出水温度夏天为 37 (°C)、冬天为 42 (°C)，每人洗澡时间为 900 (s)；水的最大密度为 $10^3 (kg/m^3)$ ，水在常温时比热约为 $4.2 \times 10^3 (J/kg \cdot ^\circ C)$ 。

请你们团队根据热水器工作过程，通过合理假设，建立数学模型，解决储水式电热水器的温度设定以下相关问题。

(1) 给出将初始水温 20 (°C)（此时，假设室内温度与初始水温相同）加热到设定温度 60 (°C) 所需化时间。

(2) 考虑杭州市用户冬、夏两季的洗澡需求（夏季电热水器设定温度 45°C，冬季电热水器设定温度 60°C），请查阅相关资料、数据，建立数学模型，分析对比“电源一直开启”和“洗澡前开启”两种模式下，电热水器的电量消耗情况。

(3) “电源一直开启”模式能够随时满足用户的热水需求。然而，在“电源一直开启”模式下温度设定越高，热水器反复加热越频繁，导致电量的浪费。因此，就根据附表 1、2 分别为杭州市此用户家庭夏季、冬季代表性一天的室内温度变化，请你们在“电源一直开启”的模式下找到一个最佳的设定温度（日常恒定温度），既能满足一个人随

时洗澡，又能使电量消耗最小。

（4）在问题 3 基础上，若能满足两个人洗澡，但用户可以等待，即在洗澡前将温度调高至所需温度继续加热，就根据附表 2 杭州市此用户家庭冬季代表性一天室内气温数据，设计一个合适的设定温度，实现电量消耗较少与用户等待时间较小之间的平衡方案，从而满足用户对于电量消耗和等待时间的要求。

表 1 杭州市用户家庭夏季代表性一天的室内温度变化数据

时间(h)	0:00	1:00	2:00	3:00	4:00	5:00	6:00	7:00	8:00	9:00	10:00	11:00
温度(°C)	26	26	25	25	24	25	26	27	29	30	31	31
时间 (h)	12:00	13:00	14:00	15:00	16:00	17:00	18:00	19:00	20:00	21:00	22:00	23:00
温度(°C)	31	32	32	32	32	31	30	29	29	28	28	27

表 2 杭州市用户家庭冬季代表性一天的室内温度变化数据

时间(h)	0:00	1:00	2:00	3:00	4:00	5:00	6:00	7:00	8:00	9:00	10:00	11:00
温度(°C)	6	6	6	6	6	6	6	7	7	7	7	8
时间 (h)	12:00	13:00	14:00	15:00	16:00	17:00	18:00	19:00	20:00	21:00	22:00	23:00
温度(°C)	9	9	10	10	10	10	9	8	7	6	5	4

参考文献：

国家质量监督检验检疫总局，国家标准化管理委员会，中国家用电器研究院，等. 储水式电热水器：GB/T 20289-2006[S]. 北京：中国标准出版社，2006：2-10.